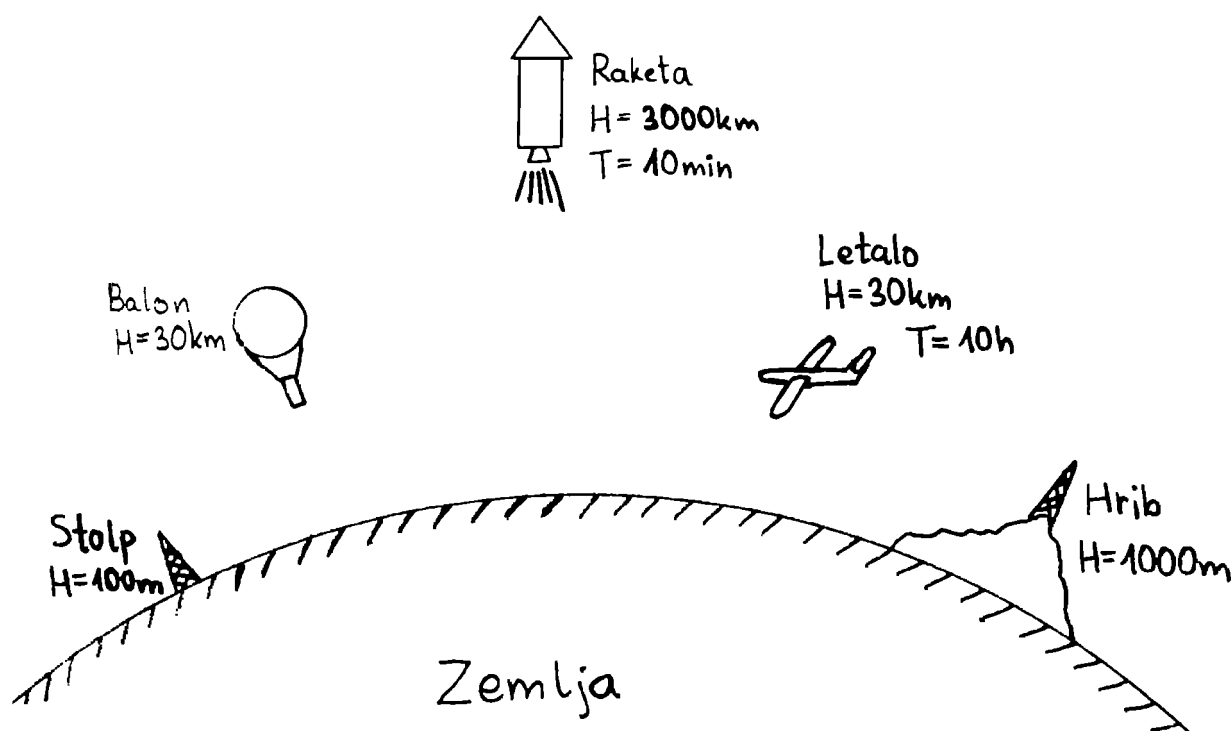


## 7. vesoljska radijska tehnika

### 7.1. Nosilne ploščadi za radijske naprave

Doseg radijske zveze največkrat ni omejen z močjo oddajnika, pač pa z dodatnim slabljenjem ovir na poti radijskih valov. Domet lahko zato uravnavamo z izbiro položaja enega ali obeh udeležencev v radijski zvezi. V zemeljskih razmerah je za domet radijske zveze najpomembnejša višina antene nad okolico. Praktične možnosti vgradnje radijske antene so prikazane na sliki 7.1.



Slika 7.1 – Nosilne ploščadi za radijske naprave.

Višina antene v rokah uporabnika oziroma vgrajene na vozilo znaša komaj poldrugi meter. Za večje višine potrebujemo antenski stolp, običajno do 30m, zgornja praktična meja je verjetno 100m. Na naravne vzpetine lahko postavimo radijske antene na nekaj tisoč metrov nad okolico. Primerni hribi in gore seveda niso vedno na razpolago in niso vedno na tistem mestu, kjer bi to želeli za radijske zveze.

Za večje višine postavimo radijski oddajnik in sprejemnik z anteno vred na primerno zračno plovilo. Tehnične rešitve zrakoplovov so sicer znane, niso pa preproste niti poceni. Balon izkorišča statični vzgon v ozračju, zato je višina omejena na približno 30km. Statični vzgon ne potrebuje izvora energije, pač pa potrebuje precej energije vzdrževanje položaja balona v vetru. Balon je povrhu zelo nežna naprava, občutljiva na vetrove, tanke stene pa uničuje ultravijolično sevanje sonca. Iz vseh navedenih razlogov se balon ni uveljavil kot nosilna ploščad za radijske naprave.

Bolj uporabna rešitev za radijsko ploščad je letalo, ki izkorišča dinamični vzgon kril. Dinamični vzgon potrebuje izvor energije, zaloga goriva na letalu zadošča za približno 10 ur delovanja. Višinska meja za letalo je prav tako okoli 30km. Letalo je na veter manj občutljivo od balona, lahko vzleta in pristaja ob skoraj vsakem vremenu ter se zoperstavi vetrovom na delovni višini.

Na višinah, večjih od 30km, je zaenkrat edino znano prevozno sredstvo raketa. Raketa je energetsko zelo neučinkovita, celoten potisk raketnega motorja potrebujemo za lebdenje oziroma 30-krat več kot pri letalu. Nad 30km raketni motor potrebuje poleg goriva še oksidator, kar spet pomeni 10-kratno povečanje mase. Raketa lahko sicer doseže velike višine, čas lebdenja naprave z raketnim motorjem pa je omejen na 10 minut ali manj. Prav zaradi silno kratkega časa delovanja je raketa v večini primerov predraga kot nosilna ploščad za radijske naprave.

Radijske zveze na zelo velike razdalje sicer omogočajo tudi nekateri naravni pojavi. Na nizkih frekvencah pod 30MHz lahko izkoriščamo odboj in lom radijskih valov od ionosfere na višini približno 300km. Radijsko zvezo lahko vzpostavimo tudi preko odboja od Lune, ki kroži okoli Zemlje na višini približno 380000km. Zmogljivost vseh teh vrst radijskih zvez je zelo omejena in niso vedno na razpolago.

Na velikih višinah nad 300km je trenje z zemeljskim ozračjem zelo majhno in tam fizika omogoča še drugačne rešitve, ki ne zahtevajo stalnega vira energije za zadrževanje položaja. Poglavje o vesoljski radijski tehniki je namenjeno natančno temu vprašanju: v kakšno tirnico lahko postavimo umetni satelit, kako ga do tja pripeljemo, kakšni so pogoji delovanja radijskih naprav v vesolju in kaj lahko tam z njimi počnemo.

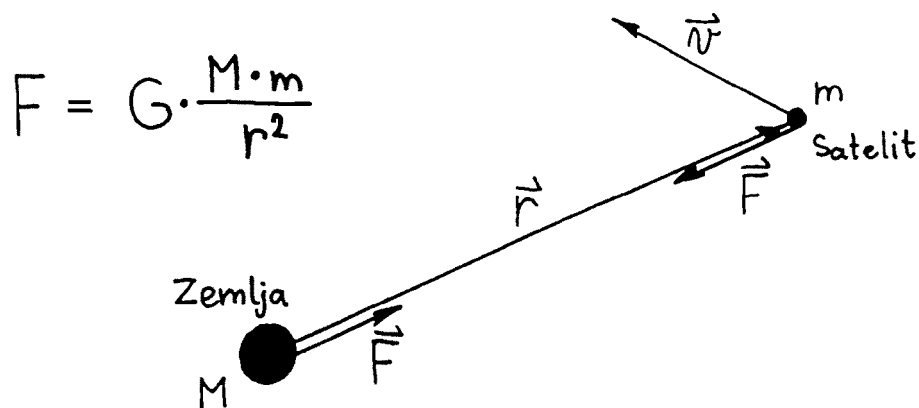
## 7.2. Problem dveh teles

Zemlja je v prvem približku kroglja s polmerom 6378km, ki jo objema tanek ovoj ozračja. Ozračje se z višino hitro redči, zato statični ali dinamični vzgon omogočata letenje do višine komaj 30km. Na višini 300km je zemeljsko ozračje že tako redko, da je trenje z umetnim satelitom s hitrostjo okoli 10km/s dovolj majhno. Vpliv zemeljskega ozračja na tirnice vesoljskih plovil postane povsem zanemarljiv na višinah nad 1000km.

Nosilne ploščadi za radijske postaje nima smisla pošiljati predaleč v vesolje. Povečano slabljenje radijske zveze lahko sicer nadomestimo z bolj usmerjenimi antenami na vesoljskem plovilu, zakasnitve potovanja elektromagnetnega valovanja skozi prostor pa ne moremo nadomestiti. Praktična meja je zato okoli 50000km nad površino Zemlje. Poleg tega postane tirnica vesoljskega plovila na višinah nad 50000km zelo komplicirana zaradi težnosti drugih nebesnih teles, predvsem Sonca in Lune.

Uporabne tirnice za telekomunikacijske umetne satelite se nahajajo na višinah med 500km in 50000km. v tem področju višin je vsaj v prvem približku trenje z zemeljskim ozračjem zanemarljivo

majhno. Majhen je tudi vpliv težnosti drugih nebesnih teles. Edina pomembna sila, ki tedaj deluje na vesoljsko plovilo, je težnost Zemlje. Fiziki imenujejo opisano poenostavljeno nalogo problem dveh teles, ki je predstavljen na sliki 7.2.



$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$m \equiv$  masa satelita  $\ll M \equiv$  masa Zemlje

$\vec{r} \equiv$  vektor položaja satelita

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv$  vektor hitrosti satelita

$\mu = G \cdot M \equiv$  težnostna konstanta (Zemlje)

$$\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \quad (\text{Zemlja})$$

Slika 7.2 - Problem dveh teles.

Sila težnosti vedno privlači dve masi. Sila težnosti  $F$  je sorazmerna velikosti mas  $M$  in  $m$  ter obratno sorazmerna kvadratu razdalje  $r$ . Zaradi privlačne sile se obe masi začeta gibati okoli skupnega težišča. Gibanje pa ne vodi vedno v trčenje, problem gibanja dveh teles ima vrsto različnih rešitev v odvisnosti od začetnih pogojev: vektorjev položaja in hitrosti obeh mas.

V primeru Zemlje in umetnega satelita je masa Zemlje dosti večja od mase satelita. Skupno težišče ostane zelo blizu težišča Zemlje. Napaka, ki jo naredimo, ko postavimo koordinatno izhodišče v središče Zemlje, je zanemarljivo majhna. Točen račun pokaže, da se v tem primeru rešitev problema dveh teles ne spremeni. Zemlja je v prvem približku simetrična kroga, ki ima zunanje težnostno

polje enako polju točkaste mase. Končno nas od konstant zanima le produkt  $\mu$  mase Zemlje  $M$  in splošne težnostne konstante  $G$ .

Začetne pogoje poenostavljene naloge opišemo z vektorjema položaja in hitrosti umetnega satelita. Vse dokler satelit ne zaide v ozračje Zemlje in končno trči z Zemljo, sta energija satelita in vrtilna količina stalnici, kot je to prikazano na sliki 7.3.

$$W = \left( \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 - \frac{\mu}{|\vec{r}|} \right) m \equiv \text{energija satelita}$$

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{v} m \equiv \text{vrtilna količina satelita}$$

Slika 7.3 - Energija in vrtilna količina.

Celotno energijo satelita sestavljata kinetična in potencialna energija. Med gibanjem se kinetična energija lahko pretvarja v potencialno in obratno, njuna vsota pa ostane konstantna. Konstanto za potencialno energijo vzamemo nič v neskončnosti. Negativna potencialna energija nam opisuje primanjkljaj energije, ki manjka satelitu, da ubeži težnostnemu polju Zemlje. Končno, vektor vrtilne količine ohranja svojo velikost in smer, saj sila težnosti ne proizvaja nobenega navora na sistem satelit-Zemlja.

Vektorsko enačbo gibanja satelita dobimo tako, da pospešek izenačimo s silo težnosti na enoto mase satelita, kot je to prikazano na sliki 7.4. Vektor pospeška je drugi odvod vektorja položaja po času. Vektor sile ima smer nasprotno smeri vektorja položaja satelita.

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \vec{r} \frac{\mu}{|\vec{r}|^3} = \frac{\vec{F}}{m}$$

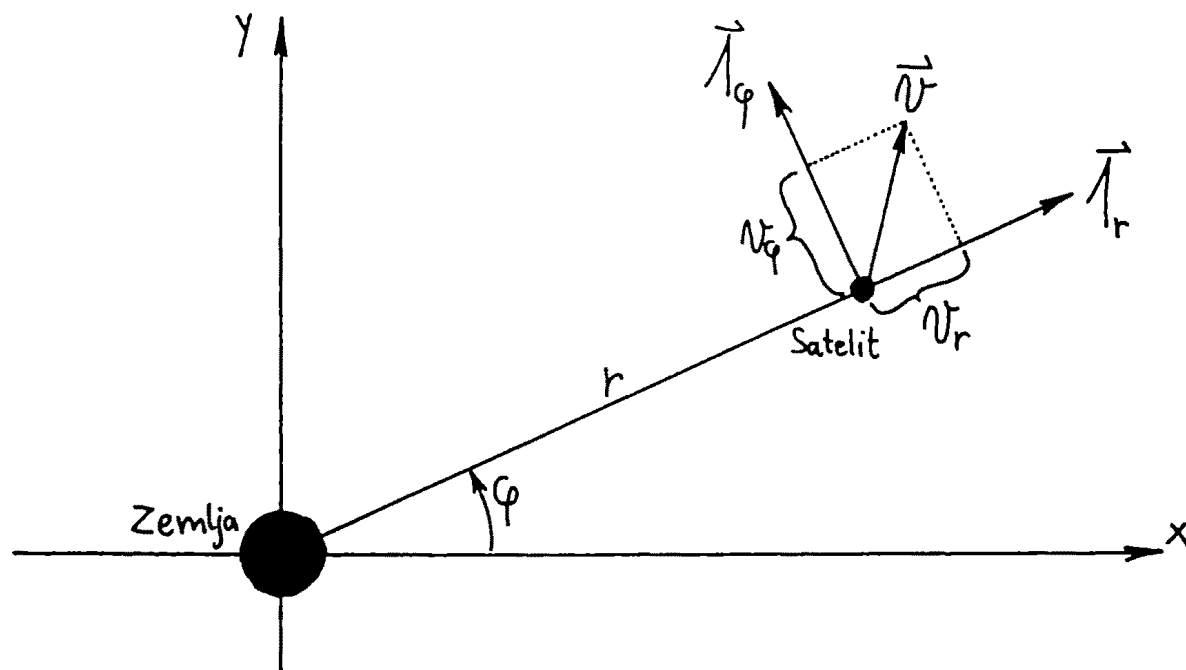
Slika 7.4 - Enačba gibanja satelita.

Enačba gibanja satelita je vektorska diferencialna enačba drugega reda, kar ustreza sistemu treh sklopljenih skalarnih diferencialnih enačb drugega reda. Reševanje enačbe si poenostavimo tako, da upoštevamo fizikalne konstante iz problema dveh teles: energijo in vektor vrtilne količine.

Poenostavljeni koordinatni sistem je prikazan na sliki 7.5. Pri tem zasukamo os "Z" koordinatnega sistema v smer vektorja vrtilne količine, ki je v problemu dveh teles konstanten vektor. Vektorja položaja in hitrosti satelita sta oba pravokotna na

vektor vrtilne količine, zato oba vedno ležita v ravnini "XY" izbranega koordinatnega sistema. Nalogo na ta način prevedemo iz treh dimenzij na samo dve dimenziji, kar znatno olajša reševanje sistema diferencialnih enačb.

Osi "x" in "y" se v tem trenutku lahko še poljubno sučeta okoli vektorja vrtilne količine. V ravnini "XY" nato uvedemo polarne koordinate  $r$  in  $\varphi$ . Kot  $\varphi$  imenujemo tudi prava anomalija (true anomaly) in izbira tega kota bo na koncu določala smer osi "x".



Slika 7.5 - Poenostavljeni koordinatni sistem.

$$\text{Časovna odvoda smernikov: } \frac{d}{dt} (\vec{1}_r) = \vec{1}_\varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} (\vec{1}_\varphi) = -\vec{1}_r \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{r} = \vec{1}_r |\vec{r}| = \vec{1}_r r$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{1}_r \frac{dr}{dt} + \vec{1}_\varphi r \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{1}_r \left( \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) + \vec{1}_\varphi \left( 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right)$$

Slika 7.6 - Časovni odvodi v komponentah.

V novem koordinatnem sistemu moramo najprej izračunati časovne odvode smernikov. Iz časovnih odvodov smernikov določimo po pravilu za odvajanje produkta funkcij časovne odvode vektorja položaja, to se pravi vektor hitrosti in vektor pospeška, kot je to prikazano na sliki 7.6.

Vektorsko enačbo gibanja lahko zdaj preprosto zapišemo po komponentah  $r$  in  $\varphi$ , kot je to prikazano na sliki 7.7. V komponentah dobimo dve različni sklopljeni diferencialni enačbi drugega reda, zato velja najprej razmisliti, v kakšnem vrstnem redu reševati enačbe naprej.

$$\vec{1}_r \text{ komponenta: } \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = - \frac{\mu}{r^2}$$

$$\vec{1}_\varphi \text{ komponenta: } 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0$$

Slika 7.7 - Enačba gibanja v komponentah.

Običajno je smiselno začeti reševanje z enostavnejšo enačbo, v našem primeru z enačbo za  $\varphi$  komponento, kot je to prikazano na sliki 7.8. Enačbo lahko enostavno prevedemo na popolni odvod preprostejše funkcije. Ker je odvod enak nič, mora biti funkcija pod odvodom konstanta. S preprostim fizikalnim sklepanjem pridemo do zaključka, da je iskana konstanta kar velikost vektorja vrtilne količine na enoto mase satelita.

$$2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0$$

$$\text{konst.} = r^2 \frac{d\varphi}{dt} = r v_\varphi = |\vec{r} \times \vec{v}| = \frac{|\vec{l}|}{m}$$

Slika 7.8 - Rešitev  $\varphi$  komponente.

Rešitev enačbe za  $\varphi$  komponento ima še eno ime. Drugi Keplerjev zakon pravi, da je ploščinska hitrost, to je polovica produkta oddaljenosti  $r$  in  $\varphi$  komponente vektorja hitrosti, konstantna. S pomočjo rešitve za  $\varphi$  komponento izločimo eno od spremenljivk v enačbi za  $r$  komponento. Ker nas od rešitve najbolj zanima krivulja tirnice, po kateri se giblje satelit, skušamo izločiti vse časovne odvode, kot je to prikazano na sliki 7.9.

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{|\vec{l}|}{m} \longrightarrow \frac{d}{dt} = \frac{|\vec{l}|}{r^2 m} \frac{d}{d\varphi}$$

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi} \right) - \frac{1}{r} = - \frac{\mu m^2}{|\vec{l}|^2}$$

Slika 7.9 - Zamenjava časovnih odvodov z odvodi po  $\varphi$ .

Od sistema dveh sklopljenih diferencialnih enačb je ostala le še ena diferencialna enačba drugega reda za  $r$  kot funkcija  $\varphi$ . To enačbo rešimo tako, da uvedemo novo spremenljivko  $u$ , ki je obratna vrednost  $r$ , kot je to prikazano na sliki 7.10.

$$\text{Uvedemo spremenljivko: } \mu = \frac{1}{r} ; r = \frac{1}{\mu} ; \frac{dr}{d\varphi} = -r^2 \frac{du}{d\varphi}$$

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{\mu m^2}{|\vec{l}|^2}$$

Koordinatni sistem izberemo (zasukamo) tako, da v rešitvi zadošča  $\cos\varphi$  in  $e \geq 0$ :

$$\mu = (1 + e \cos\varphi) \frac{\mu m^2}{|\vec{l}|^2}$$

Slika 7.10 - Rešitev enačbe z novo spremenljivko  $u$ .

Rešitev diferencialne enačbe drugega reda sestavljata splošna in posebna rešitev. Splošna rešitev mora imeti dve konstanti za sinusni in kosinusni člen. Sinusni člen lahko vedno postavimo na nič z izbiro zasuka koordinatne osi "x". Z zasukom osi "x" izberemo tudi pozitivno konstanto  $e$  za kosinusni člen.

Če rešitev enačbe prevedemo nazaj na koordinato  $r$ , dobimo za krivuljo tirnice satelita enačbo stožnice (conic section), ki je prikazana na sliki 7.11. Stožnica ima dva parametra  $p$  in  $e$ . Parameter  $p$  dobimo iz vrtilne količine in ima mersko enoto dolžine. Parameter  $e$  ali ekscentričnost (eccentricity) stožnice je neimenovano pozitivno število in ga določimo iz energije.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}$$

$$p = \frac{|\vec{h}|^2}{\mu m^2} \quad e = \sqrt{1 + \frac{2W|\vec{h}|^2}{\mu^2 m^3}}$$

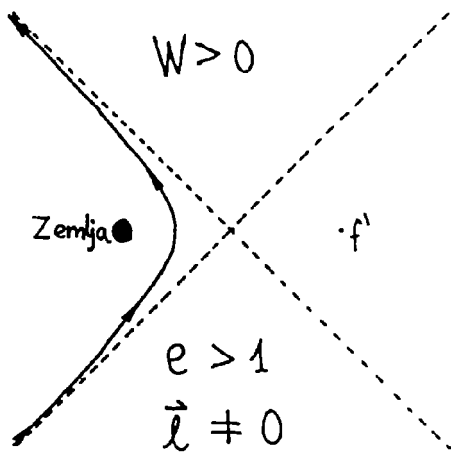
Slika 7.11 – Enačba stožnice.

Zgledi različnih stožnic so prikazani na sliki 7.12. Pozitivna energija pomeni, da vesoljsko plovilo lahko ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pripadajoče tirnice: hiperbole, parabole in poltraki, se ne ponavljajo in za telekomunikacijske ploščadi niso zanimive. Prav tako niso zanimive tirnice z nično vrtilno količino, ki vodijo v neizogibno trčenje z Zemljo.

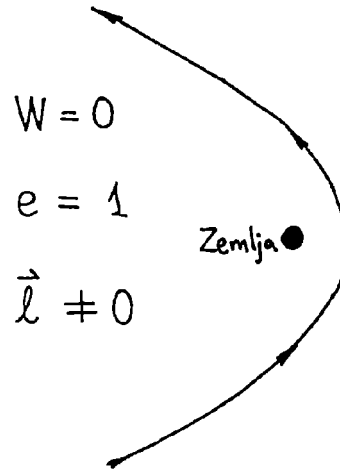
Od vseh možnih stožnic je za radijske komunikacije, opazovanje Zemlje in radionavigacijo najbolj zanimiva eliptična tirnica, kot jo opisuje prvi Kepler-jev zakon. Eliptična tirnica se v odsotnosti drugih sil periodično ponavlja neskončno dolgo in za to ne zahteva nobenega pogona ali drugega izvora energije. Krožnica je pri tem le poseben primer elipse, ko je ekscentričnost  $e$  enaka nič.



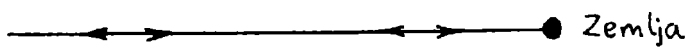
(A) Hiperbola:



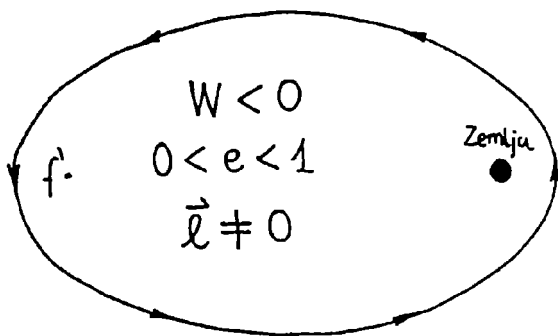
(B) Parabola:



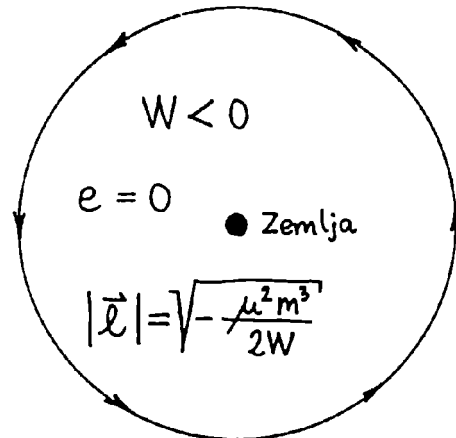
(C) Poltrak:  $W \geq 0$  ;  $\vec{l} = 0$  ;  $e = 1$



(D) Elipsa :



(E) Krožnica:



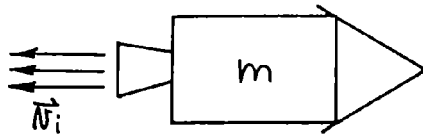
(F) Daljica:  $W < 0$  ;  $\vec{l} = 0$  ;  $e = 1$



slika 7.12 - zgledi različnih stožnic.

## 7.3. Prevoz satelita v tirnico

V vesolju je prostor skoraj prazen, zato je tam edino praktično uporabno pogonsko sredstvo raketa. Raketa potrebuje gorivo iz dveh razlogov: kot maso, ki jo pošilja skozi izpušno šobo s hitrostjo  $v_i$  in kot izvor energije, ki to isto maso pospešuje skozi šobo. Delovanje rakete je prikazano na sliki 7.13.



$$\sum \vec{F} = 0 = - \frac{dm}{dt} \vec{v}_i + \vec{a} m \quad \longrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{v}_i}{m} \frac{dm}{dt}$$

$$\Delta \vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a} dt = \int_{m_1}^{m_2} \frac{\vec{v}_i}{m} dm = - \vec{v}_i \ln \frac{m_1}{m_2} = - \vec{v}_i \ln \left( 1 + \frac{m_g}{m_t} \right)$$

$\vec{v}_i \equiv$  hitrost izpuha ;  $\Delta \vec{v} \equiv$  sprememba hitrosti plovila

$m_t \equiv$  masa tovora (koristni + raketa) ;  $m_g \equiv$  masa goriva

Potrebno gorivo:  $m_g = m_t \left( e^{\frac{\Delta v}{v_i}} - 1 \right)$

Specifični impulz goriva:  $I_{sp} = \frac{v_i}{g}$  ;  $g = 9.81 \text{ m/s}^2 \equiv$  težnostni pospešek na Zemlji

Slika 7.13 - Enačba gibanja rakete.

Z raketnim pogonom skušamo pospešiti vesoljsko plovilo za določeno spremembo hitrosti  $\Delta v$ . Raketa je energetsko zelo neučinkovita naprava, povrh pa potrebna masa goriva  $m_g$  narašča eksponentno s spremembo hitrosti  $\Delta v$ . Učinkovitost raketnega motorja preprosto opišemo s hitrostjo izpuha  $v_i$  oziroma s specifičnim impulzom  $I_{sp}$ , ki je hitrost izpuha deljena s težnostnim pospeškom na površini Zemlje  $g$ .  $I_{sp}$  nam pove, koliko časa lahko en kilogram tovora lebdi nad površino Zemlje pri porabi enega kilograma goriva.

Lastnosti različnih raketnih goriv so prikazana na sliki 7.14. K masi goriva je treba prišteti še maso posod za gorivo in maso raketnega motorja. V primeru smodnika je masa posode raketnega motorja zelo velika. Dvokomponentna goriva (gorivo in oksidator v tekočem stanju) omogočajo lahke posode in raketne motorje ter velik  $I_{sp}$ . Pri tem sta nesimetrični dimetilhidrazin UDMH in dušikov tetroksid  $N_2O_4$  (zelo strupeni) tekočini na sobni

temperaturi, utekočinjeni vodik pa je treba hladiti na  $-250^{\circ}\text{C}$ !

VRSTA	GORIVA	$v_i$	$I_{sp}$	$\Delta v; m_g = m_t$	$\Delta v; m_g = 3m_t$
	HLADEN PLIN ( $\text{N}_2$ )	0,5 km/s	50s	0,35 km/s	0,7 km/s
	VODIKOV PEROKSID ( $\text{H}_2\text{O}_2$ )	1,5 km/s	150s	1,04 km/s	2,1 km/s
	SMODNIK	2,7 km/s	270s	1,87 km/s	3,75 km/s
	UDMH + $\text{N}_2\text{O}_4$	3 km/s	300s	2,2 km/s	4,4 km/s
	TEKOČI $\text{H}_2$ + TEKOČI $\text{O}_2$	4,5 km/s	450s	3,1 km/s	6,2 km/s

$$\text{Potrebni } \Delta v = \begin{cases} \sim 8 \text{ km/s ; nizka tirnica} \longrightarrow 2/3 \text{ stopenjska raketa} \\ \sim 12 \text{ km/s ; geostacionarna} \longrightarrow 4 \text{ stopenjska raketa} \end{cases}$$

Slika 7.14 - Lastnosti raketnih goriv in potrebni  $\Delta v$ .

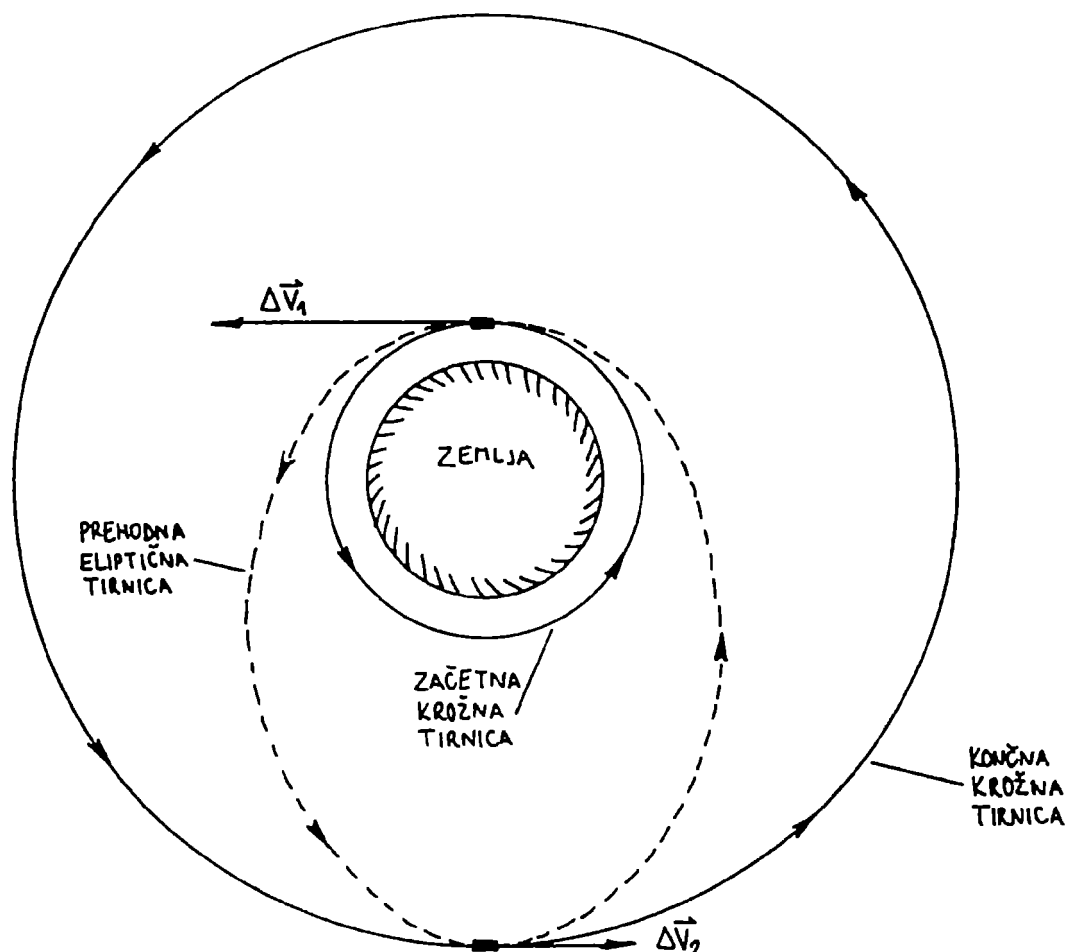
Potrebni  $\Delta v$  za doseganje uporabne tirnice okoli Zemlje je razmeroma velik v primerjavi s hitrostjo izpuha  $v_i$  raketnih motorjev na kemično gorivo. Rešitev je večstopenjska raketa, kjer izpraznjene posode za gorivo in izrabljene raketne motorje takoj zavržemo, da nadaljujemo pot s čim manjšo maso tovora. Prevoz satelita v tirnico je zato izredno drag.

Zaradi eksponentnega naraščanja potrebne mase goriva znaša masa končnega koristnega tovora (satelita) običajno manj kot 1% mase celotne večstopenjske rakete. V dobro načrtovani raketi na tekoče gorivo sicer znaša masa goriva kar 90% celotne mase rakete. Ker na krovu rakete ni hladilnikov, lahko zelo učinkovita goriva, kot so tekoči vodik in tekoči kisik, uporabljamo le v začetnem delu leta rakete. Po nekaj urah bi ta goriva izhlapela, od tam naprej zato uporabljamo UDMH in  $\text{N}_2\text{O}_4$ .

Učinkovitejši motorji zahtevajo večjo hitrost izpuha  $v_i$ . Zelo velik  $I_{sp}$  preko 1000s dosežejo raketni motorji, kjer curek ionov pospešujemo z električnim poljem. Zaradi velike porabe električne energije se takšni motorji danes uporabljajo le za popravke tirnic umetnih satelitov.

Delovanje raketnega motorja pomeni spremembo stožnice, po kateri se giblje vesoljsko plovilo. Račun pokaže, da so kratki in močni sunki raketnega motorja učinkovitejši, ker zahtevajo manjši skupen  $\Delta v$  od raketnega motorja z majhnim, a stalnim potiskom. Raketni motor torej vključimo za razmeroma kratek čas, a s polno močjo, na presečišču stare stožnice z novo stožnico.

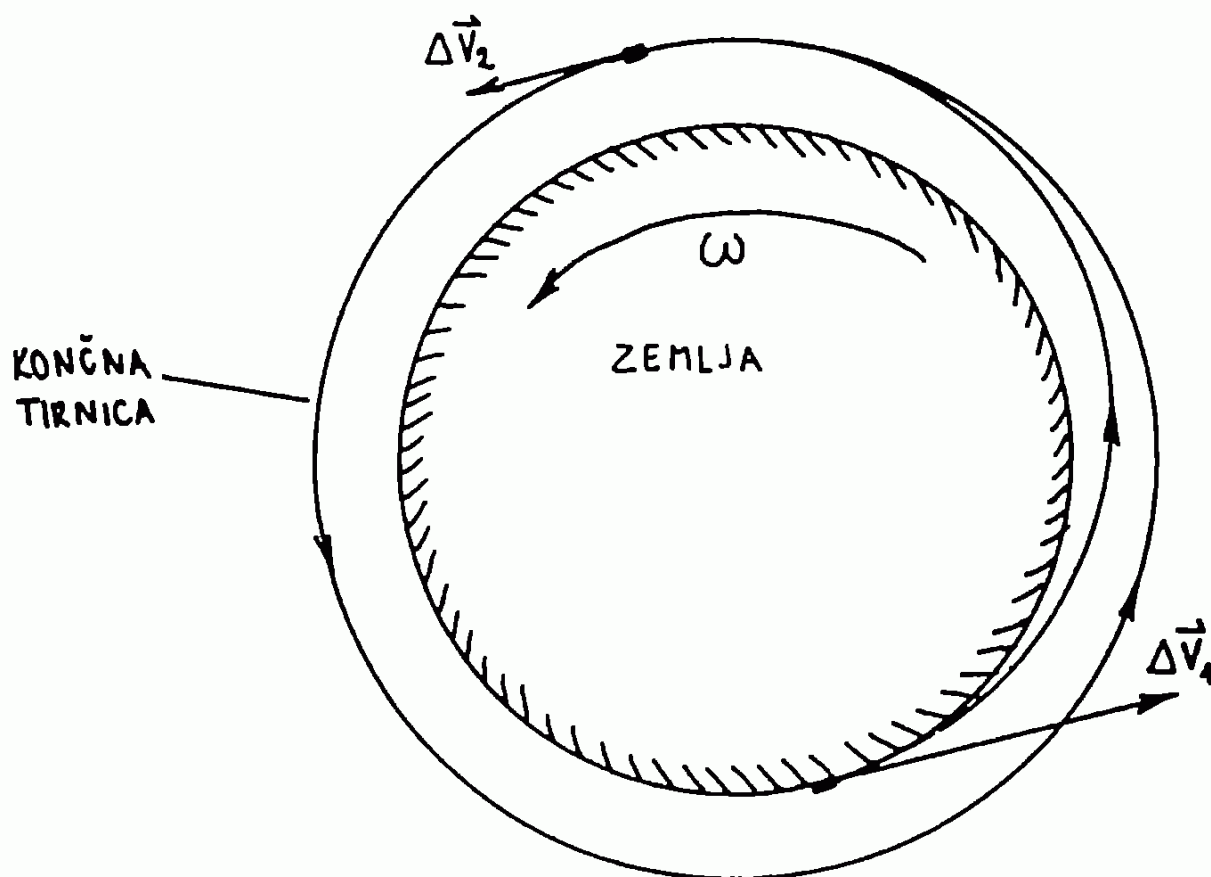
Raketni motor najbolj učinkovito izkoristimo takrat, ko je smer vektorja spremembe hitrosti enaka smeri vektorja hitrosti vesoljskega plovila. Učinkovit zgled spremembe višine krožne tirnice je prikazan na sliki 7.15. Prvi sunek prestavi plovilo iz začetne krožnice na prenosno elipso, drugi sunek pa iz elipse na končno krožnico. Prehodna eliptična tirnica se lepo dotika obeh krožnic.



slika 7.15 - sprememba višine krožne tirnice.

Izstrelitev satelita v tirnico je zelo podobna spremembi višine krožne tirnice in je prikazana na sliki 7.16. Tudi tu potrebujemo dva prostorsko in časovno ločena sunka. Prvi sunek postavi plovilo v prenosno eliptično tirnico, ki se v najnižji točki (perigeju) dotika površine Zemlje, v najvišji točki (apogeju) pa končne tirnice. Z drugim sunkom moramo seveda počakati, da plovilo doseže najvišjo točko prenosne tirnice.

Iz slike 7.16 je jasno razvidno, zakaj umetnih satelitov ne moremo izstreljevati s topom. Primeren top sicer lahko proizvede zelo velik  $\Delta v$  in z njim lahko zadenemo Luno ali kakšno drugo nebesno telo (fizikalni problem več teles). Sam top pa nikakor ne more proizvesti drugega, časovno in prostorsko ločenega sunka v najvišji točki prenosne tirnice, ki satelit vtiri v dokončno krožnico. Drugi sunek mora zato nujno proizvesti raketni motor.



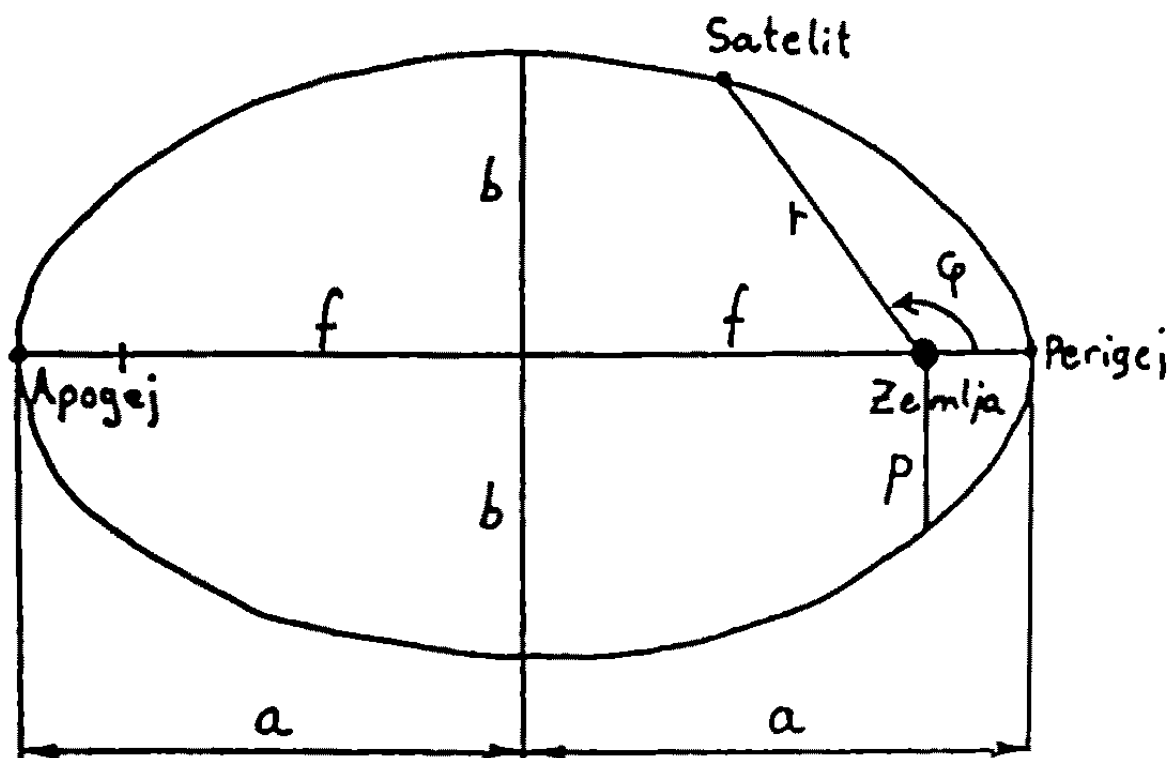
Slika 7.16 - Izstrelitev satelita v krožno tirnico.

Pri resnični izstrelitvi vesoljske rakete moramo upoštevati še trenje z ozračjem. Pot rakete gre zato v začetnem delu leta navpično navzgor, da se čimprej izogne gostim plastem ozračja. Raketa se na višini okoli 50km počasi obrne v vodoravno smer, da pridobiva vodoravno komponento hitrosti. Pri izstrelitvi seveda skušamo izkoristiti vrtenje Zemlje, kar zmanjša potrebni  $\Delta v$  rakete za približno 5%.

#### 7.4. Lastnosti eliptične tirnice

Eliptična tirnica je izmed vseh možnih stožnic najbolj uporabna tirnica. Podrobnosti eliptične tirnice so prikazane na sliki 7.17. Zemlja se vedno nahaja v enem od gorišč stožnice. Najnižjo točko stožnice nad Zemljo imenujemo perigej (perigee). Tudi parameter  $p$  ima nazorno geometrijsko predstavo za vse možne stožnice.

Pri eliptični tirnici obstaja tudi najvišja točka nad Zemljo, ki jo imenujemo apogej (apogee). Obliko elipse sicer opišemo z veliko polosjo  $a$  (semi-major axis), malo polosjo  $b$  (semi-minor axis) in goriščno razdaljo  $f$ . Povezave med vsemi veličinami so prikazane na sliki 7.18.



Slika 7.17 – Eliptična tirnica.

Namesto oddaljenosti perigeja  $r_p$  in apogeja  $r_a$  od središča Zemlje pogosto navajamo višini perigeja  $h_p$  in apogeja  $h_a$  nad površino Zemlje. Razlika je enaka polmeru Zemlje. Smiselna eliptična tirnica mora imeti perigej vsaj 300km nad površino Zemlje, da je trenje z ozračjem dovolj majhno. Od tu izhaja tudi zahteva za ekscentričnost  $e$ , ki redkokdaj preseže vrednost 0.8 za umetne zemljine satelite.

Osnovna fizikalna podatka o poljubni stožnici sta energija in vektor vrtilne količine. V slučaju eliptične tirnice skupno mehansko energijo  $w$  umetnega satelita natančno opisuje velika polos elipse  $a$ , kot je to prikazano na sliki 7.18. Vrtilna količina seveda določa parameter  $p$ , iz katerega lahko izračunamo vse podatke o eliptični tirnici. Iz enačbe za vsoto kinetične in potencialne energije dobimo preprost obrazec za izračun hitrosti satelita  $v$  v poljubni točki tirnice kot funkcija  $r$  in  $a$ .

$$r_p = \frac{p}{1+e} \equiv \text{perigej (najnižja točka tirnice)}$$

$$r_a = \frac{p}{1-e} \equiv \text{apogej (najvišja točka tirnice)}$$

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = - \frac{\mu m}{2W} \equiv \text{velika polos elipse}$$

$$f = a e \equiv \text{goriščna razdalja elipse}$$

$$b = \sqrt{a^2 - f^2} = a \sqrt{1 - e^2} \equiv \text{mala polos elipse}$$

$$v = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \equiv \text{hitrost satelita}$$

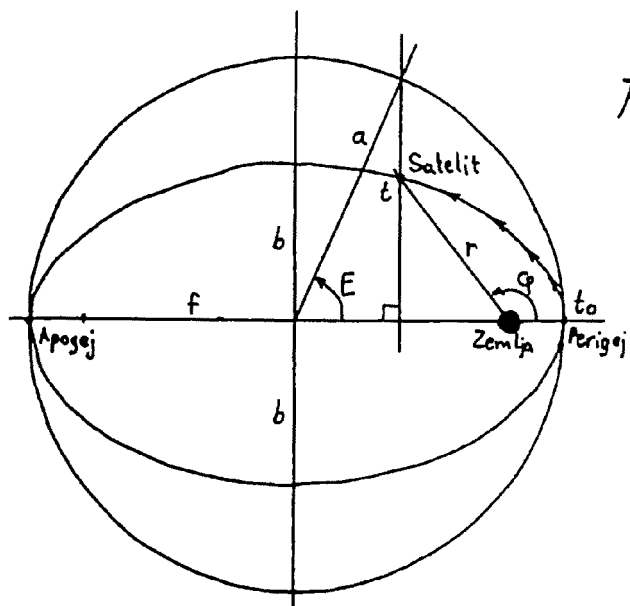
Slika 7.18 - Parametri eliptične tirnice.

Pri reševanju enačbe gibanja umetnega satelita smo namenoma izločili čas  $t$ , da smo dobili obliko krivulje, stožnice. Čas potovanja satelita po eliptični tirnici določimo tako, da v eno od enačb za komponenti vektorske enačbe gibanja vstavimo enačbo pripadajoče stožnice. Smiselno je uporabiti enostavnejšo enačbo za  $\varphi$  komponento, kot je to prikazano na sliki 7.19.

Čas računamo od znane točke na tirnici. Najbolj preprosta izbira je perigej. V perigeju je prava anomalija  $\varphi$  enaka nič in perigej imajo prav vse različne stožnice. Enačbo torej integriramo od nič do določenega  $\varphi$  na tirnici in od trenutka perigeja  $t_0$  do poljubnega časa  $t$ .

Integracija po času je preprosta, integracija po pravi anomaliji pa je zelo zahtevna. Novo spremenljivko za rešitev integrala poiščemo z geometrijsko rešitvijo tako, kot je to storil matematik in astronom Johann Kepler pred več kot štirimi stoletji.

Elipsi tirnice najprej očrtamo krog. Skozi položaj satelita potegnemo pravokotnico na veliko os elipse ter poiščemo presečišče pravokotnice z očrtanim krogom. Skozi presečišče in središče kroga potegnemo premico. Kot med premico in veliko osjo imenujemo ekscentrična anomalija  $E$  (eccentric anomaly).



$$\vec{l}_\varphi \text{ komponenta: } \frac{d\varphi}{dt} = \frac{|\vec{l}|}{m r^2}$$

$$\int_0^\varphi r^2 d\varphi = \int_{t_0}^t \frac{|\vec{l}|}{m} dt = \frac{|\vec{l}|}{m} (t - t_0)$$

Uvedemo novo spremenljivko:

$E \equiv$  ekscentrična anomalija

$$r = a(1 - e \cos E) ; \cos \varphi = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} ; \sin \varphi = \frac{\sin E \sqrt{1 - e^2}}{1 - e \cos E}$$

$$d\varphi = \frac{\sqrt{1 - e^2}}{1 - e \cos E} dE = \frac{a}{r} \sqrt{1 - e^2} dE$$

$$\int_0^\varphi r^2 d\varphi = \int_0^E a^2 (1 - e \cos E) \sqrt{1 - e^2} dE = a^2 \sqrt{1 - e^2} (E - e \sin E)$$

$$\text{Če zapišemo še: } \frac{|\vec{l}|}{m} = \sqrt{a\mu} \sqrt{1 - e^2}$$

dobimo Keplerjevo enačbo:

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (t - t_0) = E - e \sin E$$

slika 7.19 - Keplerjeva enačba.

Ekscentrična anomalija  $E$  je nova integracijska spremenljivka. Z ekscentrično anomalijo zato izrazimo vse veličine: oddaljenost  $r$  ter sinus in kosinus prave anomalije  $\varphi$ . Povezavo med diferenciali  $\varphi$  in  $E$  poiščemo tako, da odvajamo po  $E$  enega od izrazov za sinus ali kosinus prave anomalije.

Z novo integracijsko spremenljivko ekscentrično anomalijo  $E$  postane integral preprosto rešljiv. vrtilno količino in maso satelita zamenjamo v končnem rezultatu s parametri eliptične tirnice: veliko polosjo  $a$  in ekscentričnostjo  $e$ . Rezultat je Keplerjeva enačba, ki povezuje čas  $t$  in ekscentrično anomalijo  $E$ .

Pri Keplerjevi enačbi moramo paziti, da vstavljamo  $E$  v



radianih. Izračun  $E$  iz  $t$  zahteva reševanje transcendentne enačbe. V ta namen je fizik Isaac Newton 70 let za Kepler-jem poiskal učinkovit postopek za iskanje ničle funkcije. Pri majhnih vrednostih ekscentričnosti  $e$  Newton-ov postopek konvergira že po dveh ali treh ponavljanjih.

Pri reševanju Kepler-jeve enačbe si pomagamo z dodatnimi veličinami, kot je to prikazano na sliki 7.20. Krožna frekvenca tirnice  $n$  (mean motion) vsebuje le veliko polos tirnice. Srednja anomalija  $M$  (mean anomaly) je preprosto čas, izražen v kotnih merskih enotah za dano tirnico. Srednja anomalija  $M$  žal nima nobene geometrijske predstave.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \equiv \text{krožna frekvenca tirnice (mean motion)}$$

$$M = n(t - t_0) = E - e \sin E \equiv \text{srednja anomalija}$$

$$T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \equiv \text{perioda tirnice}$$

Slika 7.20 – Perioda eliptične tirnice.

Ko se umetni satelit vrne nazaj v perigej, se prava anomalija  $\varphi$ , ekscentrična anomalija  $E$  in srednja anomalija  $M$  zasučejo za polni kot in nato se eliptična tirnica ponovi. Periodo tirnice  $T$  preprosto določimo iz  $n$ . Izraz za periodo  $T$  popolnoma ustreza tretjemu Kepler-jevemu zakonu, ki pravi, da so kvadrati period obhodnih časov  $T$  planetov okoli Sonca sorazmerni kubom velikih polosi  $a$  njihovih eliptičnih tirnic.

Pri vseh dosedanjih izvajanjih smo koordinatni sistem karseda poenostavili in ga prilagodili tirnici umetnega satelita za lažje računanje. Pri resničnem umetnem satelitu nas seveda ne zanima le oblika tirnice, pač pa tudi njena lega in orientacija v prostoru. V ta namen moramo izbrati čimbolj preprost in nazoren koordinatni sistem.

Glede na to, da nas zanimajo Zemljini umetni sateliti in se uporabniki in opazovalci teh satelitov nahajajo na Zemlji, je smiselno vezati koordinatni sistem na Zemljo. Os "z" koordinatnega sistema preprosto sovпада z osjo vrtenja Zemlje tako, da kaže na sever. Os "x" in "y" se torej nahajata v ekvatorialni ravnini.

Žal osi "x" in "y" ne moremo vezati na ustrezne poldnevnik, ker se Zemlja vrti s periodo približno 23 ur in 56 minut. Reševanje enačbe gibanja umetnega satelita v vrtečem koordinatnem sistemu je bolj komplicirano in precej drugačno od rešitve v mirujočem koordinatnem sistemu.

Za os "x" mirujočega koordinatnega sistema moramo izbrati konstantno smer v vesolju, ki ni odvisna od vrtenja Zemlje.

Običajna astronomska izbira je pomladišče  $\gamma$  (gama), to je točka, kjer se nahaja Sonce na nebu ob pomladanskem enakonočju. Astronomska izbira ni najbolj posrečena, pomladišče se zaradi precesije osi vrtenja Zemlje počasi premika in se vrne nazaj v isto točko po nekaj deset tisoč letih.

Glede na razmeroma kratko življenjsko dobo umetnih satelitov je kljub počasnemu premikanju pomladišče dovolj dobra izbira. Os "Y" koordinatnega sistema potem postavimo tako, da tvori z osmi "X" in "Z" desnoročni koordinatni sistem. V astronomskih koordinatah imenujemo nebesno zemljepisno dolžino rektascenzija (right ascension) in jo označimo z (veliko) črko  $\Omega$ .

Tirnico Zemljinega satelita nato narišemo v astronomskem koordinatnem sistemu, kot je to prikazano na sliki 7.21. Lega ravnine tirnice določa vektor vrtilne količine. Kot med vektorjem vrtilne količine in osjo "Z" imenujemo naklon tirnice  $i$  (inclination). Naklon tirnice hkrati ustreza kotu med ravnino tirnice in ekvatorialno ravnino.

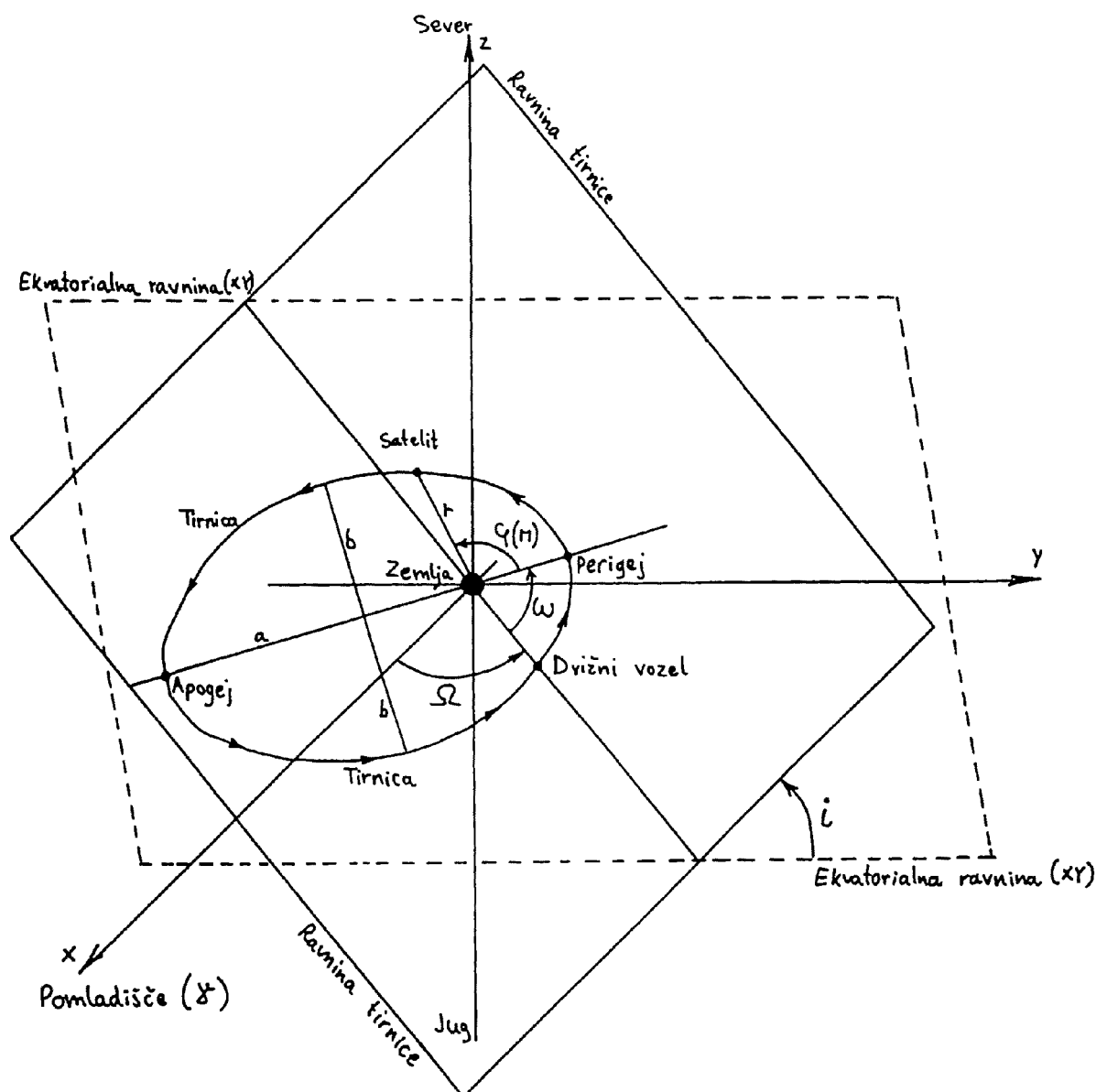
Naklon tirnice se lahko giblje v mejah od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Naklon  $0^\circ$  stopinj pomeni ekvatorialno tirnico, kjer gre vrtenje satelita v isti smeri kot vrtenje Zemlje. Naklon  $90^\circ$  pomeni polarno tirnico, kjer satelit leti čez tečajje Zemlje.

Tirnica s poljubnim naklonom prebada ekvatorialno ravnino v dveh točkah. Točka, kjer satelit prestopa z južne poloble nad severno poloblo, imenujemo dvizni vozle (ascending node). Lega ravnine tirnice je natančno določena z dvema kotoma: naklonom  $i$  in rektascenzijo dviznega vozla  $\Omega$  (RAAN ali Right Ascension of Ascending Node).

Da se elipsa tirnice ne more poljubno vrteti v ravnini tirnice okoli vektorja vrtilne količine, potrebujemo še en podatek. Kot med smerjo dviznega vozla in smerjo perigeja tirnice, gledano iz središča Zemlje, imenujemo argument perigeja (argument of perigee) in ga označimo z (malo) črko  $\omega$ . Lega tirnice v prostoru je torej določena s tremi koti  $i$ ,  $\Omega$  in  $\omega$ .

Za točen opis položaja satelita manjka še en podatek: v kateri točki tirnice se nahaja satelit v danem trenutku? To lahko opišemo s časom  $t_0$ , ko gre satelit skozi perigej, oziroma s srednjo anomalijo  $M$  v poljubnem trenutku  $t$ . Drugi način zapisa je bolj splošen, saj v nekaterih tirnicah satelit nikoli ne doseže perigeja, ker prej zgori v ozračju Zemlje.

Nabor šestih skalarnih podatkov  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $M$ ,  $e$  in  $a$  v izbranem trenutku  $t$  imenujemo Kepler-jevi elementi tirnice. Pomanjkljivost Kepler-jevih elementov so slaba določenost nekaterih kotov v skrajnih slučajih, kot so ekvatorialne tirnice ( $i=0^\circ$ ) oziroma krožnice ( $e=0$ ). Po drugi strani nam Kepler-jevi elementi zelo nazorno predstavijo obliko in lego tirnice, dosti bolj kot pa vektor stanja, ki vključuje vektor položaja in vektor hitrosti satelita v izbranem trenutku  $t$ .



- $i \equiv$  naklon tirnice (inclination)
- $\Omega \equiv$  rektascenzija dvižnega vozla (right ascension of ascending node)
- $\omega \equiv$  argument perigeja (argument of perigee)
- $M \equiv$  srednja anomalija (mean anomaly)
- $e \equiv$  ekcentričnost (eccentricity)
- $a \equiv$  velika polos (semi-major axis)

slika 7.21 - Kepler-jevi elementi eliptične tirnice.

### 7.5. Motnje tirnic umetnih satelitov

Umetnega satelita žal ne moremo zadržati na poljubni točki na nebu. Najosnovnejša omejitev so Kepler-jevi zakoni: umetni satelit lahko zadržimo brez stalnega pogona le v eliptični tirnici, kjer eno od gorišč elipse sovpada s središčem Zemlje. Nadalje moramo upoštevati izmere Zemljine oble in vrtenje Zemlje ter uporabnikov na njeni površini. Končno moramo upoštevati motnje tirnice umetnega satelita, to se pravi odstopanja od preproste rešitve naloge problema dveh teles.

Motnje tirnice umetnega Zemljinega satelita imajo več različnih izvorov. Težnostno polje Zemlje nekoliko odstopa od težnostnega polja točkaste mase. Težnostno polje Sonca in Lune prav tako ni zanemarljivo. Na tirnico satelita učinkuje pritisk sončne svetlobe. Končno ne smemo zanemariti trenja z ozračjem Zemlje. Vse različne motnje imajo lahko kratkoročne učinke znotraj ene periode tirnice satelita oziroma dolgoročne (sekularne) učinke, ki se seštevajo v časovnem obdobju večjega števila period tirnice.

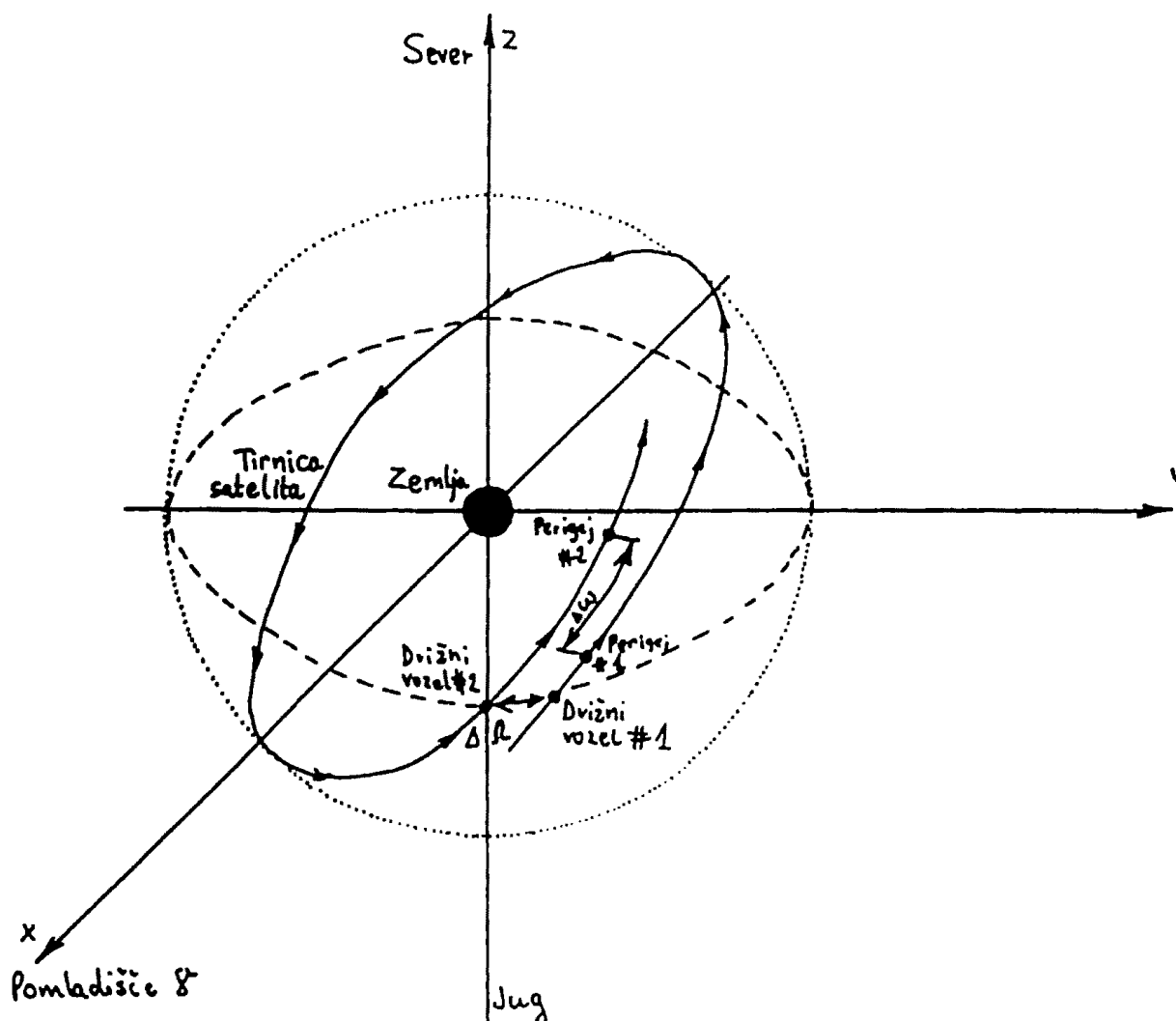
Težnostno polje Zemlje je samo v prvem približku podobno težnostnemu polju točkaste mase. Pri večini tirnic umetnih satelitov opazimo učinek sploščenosti Zemlje na tečajih in v skrajnih slučajih tudi višje krogelne harmonike težnostnega polja Zemlje. Učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje se z oddaljenostjo hitro zmanjšujejo.

Polmer Zemlje na tečajih je za 21km manjši od polmera Zemlje na ekvatorju. Pripadajoča porazdelitev mase povzroči odstopanje težnosti v velikostnem razredu  $10^{-3}$  na površini Zemlje. Ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje ali koeficienti višjih krogelnih harmonikov so v velikostnem razredu  $10^{-6}$  ali manjše.

Kratkoročni učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje so majhni in povzročijo periodično odstopanje tirnice satelita v velikostnem razredu 10km ali manj glede na preprosto rešitev problema dveh teles.

Najpomembnejša dolgoročna učinka sploščenosti Zemlje na tečajih sta prikazana na sliki 7.22. Sploščenost povzroči precesijo vektorja vrtilne količine satelita in posledično precesijo dvižnega vozla ter precesijo perigeja tirnice. Zaradi precesije vektorja vrtilne količine tirnica satelita ne poteka več v eni sami ravnini.

Precesija perigeja povzroča težave pri definiciji periode tirnice. Vozlovna perioda (nodal period) tirnice pomeni čas od enega dvižnega vozla do naslednjega. Anomalistična perioda (anomalistic period) tirnice pomeni čas od enega perigeja do naslednjega. Ti dve periodi seveda nista enaki!



slika 7.22 - Precesija dvižnega vozla in perigeja.

Dolgoročni učinki sploščenosti Zemlje na tečajih, bolj točno drugega coskega harmonika težnostnega polja Zemlje, so prikazani na sliki 7.23. Poleg precesije vozla in perigeja se malenkost spremeni tudi krožna frekvenca tirnice. Vsi trije učinki so obratno sorazmerni kvadratu razdalje, to se pravi velike polosi eliptične tirnice, popravljene z ekscentričnostjo. Dolgoročni učinki zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih so seveda odvisni od naklona tirnice na različne načine.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} n \left( \frac{a_z}{a} \right)^2 \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} J_2 \equiv \text{precesija perigeja}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} n \left( \frac{a_z}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1 - e^2)^2} J_2 \equiv \text{precesija dvižnega vozla}$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4} n \left( \frac{a_z}{a} \right)^2 \frac{3 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^{3/2}} J_2 \equiv \text{popravljen krožna frekvenca}$$

$$a_z = 6378 \text{ km} \equiv \text{velika polos Zemljinega elipsoida}$$

$$J_2 = 1.08263 \cdot 10^{-3} \equiv \text{drugi coski harmonik Zemljinega težnostnega polja}$$

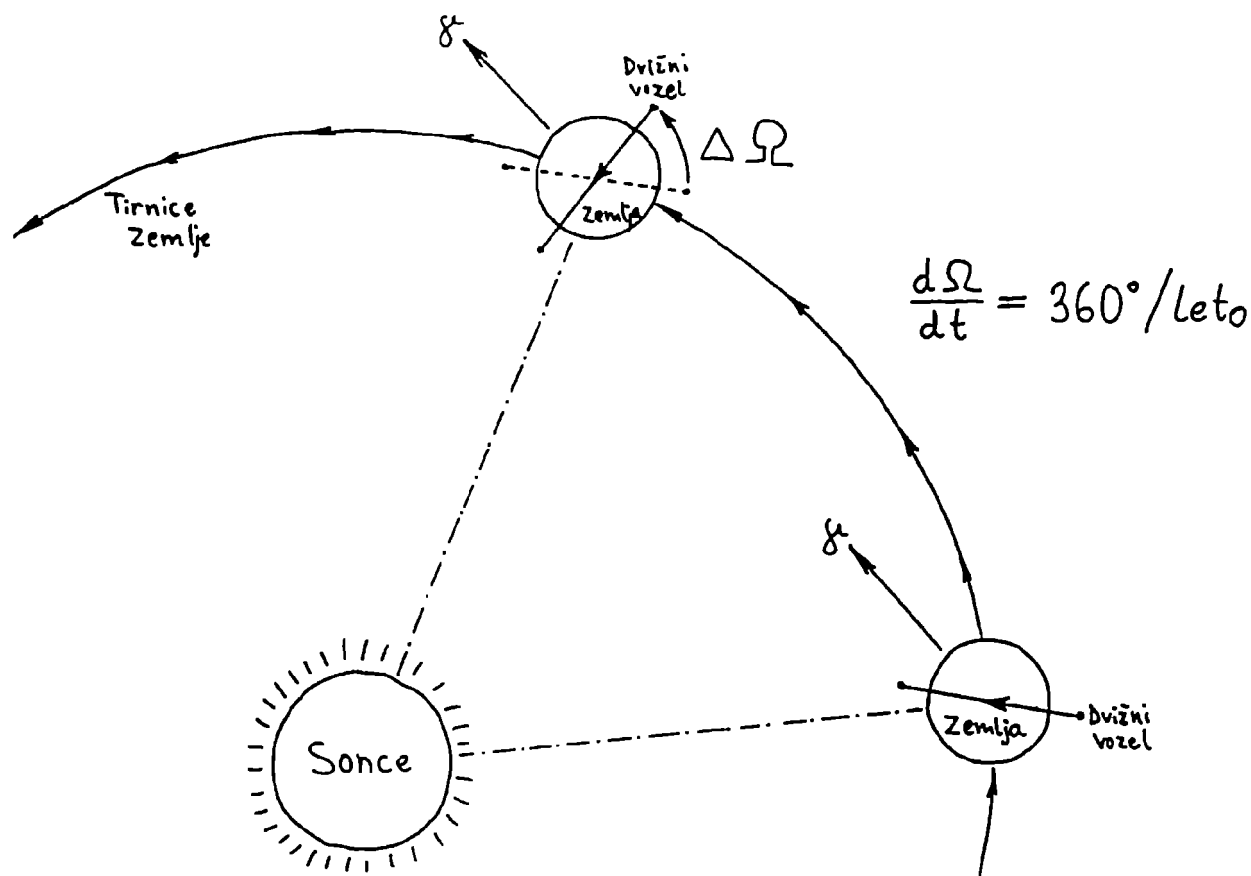
Slika 7.23 - Dolgoročni učinki sploščenosti.

Dolgoročne motnje tirnice umetnega satelita zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih niso nujno škodljive. Ravno obratno, precesija dvižnega vozla omogoča heliosinhrono tirnico, ki sicer ne bi bila izvedljiva. Zahteve za heliosinhrono tirnico so prikazane na sliki 7.24.

Umetne satelite za slikanje Zemljine površine ter satelite za mobilne komunikacije pogosto izstreljujemo v nizke krožnice (LEO ali Low Earth Orbit) na višinah med 500km in 1500km nad površino Zemlje. Manjša višina omogoča preprostejšo optiko za slikanje ter manjše antene in manjše zakasnitve v radijskih zvezah. Perioda tirnic LEO je manjša od dveh ur, torej precej manjša od periode vrtenja Zemlje.

Da čimbolj izkoristimo drag umetni satelit, ga izstrelimo v polarno tirnico z naklonom blizu 90°. Nadalje izkoristimo vrtenje Zemlje, da v enem dnevu satelit dvakrat opiše celotno površino Zemlje. Višina satelita običajno zadošča, da se sosednji trakovi pokrivanja prekrivajo tudi na ekvatorju.

Slikanje Zemljine površine v spektru vidne svetlobe zahteva, da je tisti del Zemlje takrat osvetljen od Sonca in je vpadni kot sončnih žarkov primeren. Tudi človeška dejavnost na Zemlji in zahteve po zmogljivosti radijskih zvez so odvisne od ure dneva. Satelit bi torej moral imeti ugodne prelete ob istem lokalnem sončnem času. Zaradi vrtenja Zemlje okoli Sonca je naloga neizvedljiva s tirnico, ki ohranja svojo lego v prostoru.



Slika 7.24 - Heliosinhrona tirnica.

Pri heliosinhroni tirnici skrbno izberemo takšen naklon tirnice, da precesija dvižnega vozla natančno nadomešča napako zaradi kroženja Zemlje okoli Sonca. Kot med ravnino heliosinhronne tirnice in smerjo Sonca se zato z letnimi časi ne spreminja.

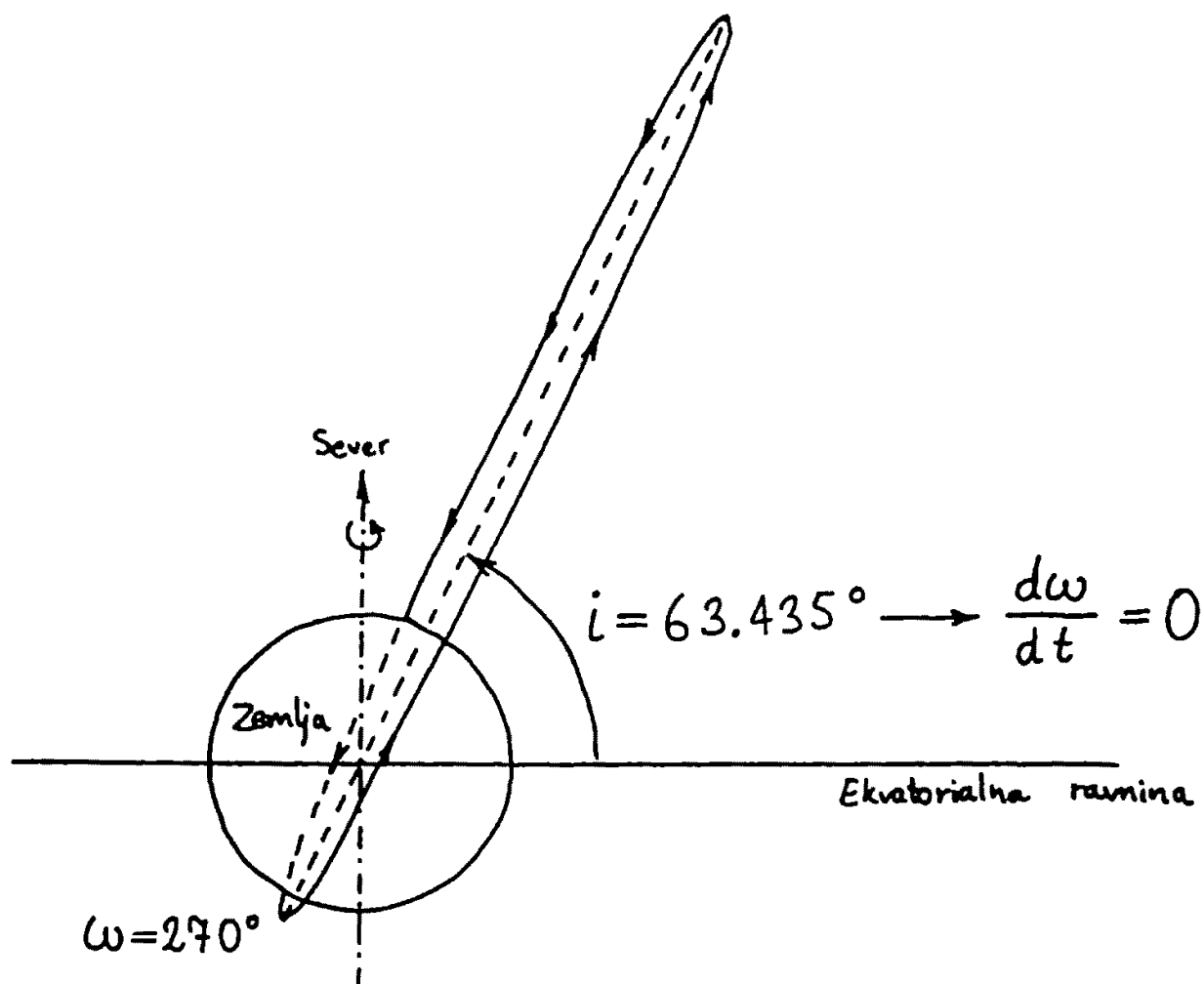
Glede na smer kroženja zemlje okoli Sonca potrebujemo naraščanje rektascenzije dvižnega vozla, kar pomeni naklon tirnice večji od  $90^\circ$ . Satelit v heliosinhroni tirnici se torej vrti v obratni smeri vrtenja zemlje (retrogradna tirnica), kar zahteva večji  $\Delta v$  in zmogljivejšo nosilno raketo pri prevozu satelita v tirnico. Naklon heliosinhronih tirnic se glede na višino giblje med  $97^\circ$  in  $102^\circ$ .

Primer povsem drugačne tirnice, ki bi zagotavljala istočasno pokrivanje skoraj celotne poloble, je visoka eliptična tirnica. Drugi Kepler-jev zakon pri tem omogoča, da se umetni satelit razmeroma dolgo časa zadržuje v bližini visokega apogeja na višini več premerov Zemlje ter hitro švigne skozi perigej komaj nad ozračjem na višini samo nekaj sto kilometrov. Apogej tirnice seveda postavimo natančno nad sredino področja, ki ga želimo pokrivati.

Naloga izbire položaja apogeja žal ni vedno izvedljiva zaradi precesije perigeja. Precesija perigeja lahko že v nekaj mesecih povsem obrne veliko os elipse tirnice tako, da se apogej in perigej zamenjata med sabo. Pojav se sicer periodično ponavlja, vendar je satelit v takšni tirnici za dolga obdobja neuporaben za

radijske zveze v izbranem zemljepisnem področju.

Precesijo perigeja izničimo s skrbno izbiro naklona tirnice  $i=63.435^\circ$  oziroma pripadajoče retrogradne vrednosti, kot je to prikazano na sliki 7.25. Retrogradna tirnica sicer v tem slučaju ni uporabna, ker zahteva večjo raketo in ne sledi uporabniku, ki se vrti skupaj z Zemljo. Periodo tirnice izberemo tako, da je sinhronizirana z vrtenjem Zemlje, torej približno 12 ur za satelite Molnija oziroma 24 ur za satelite Tundra.

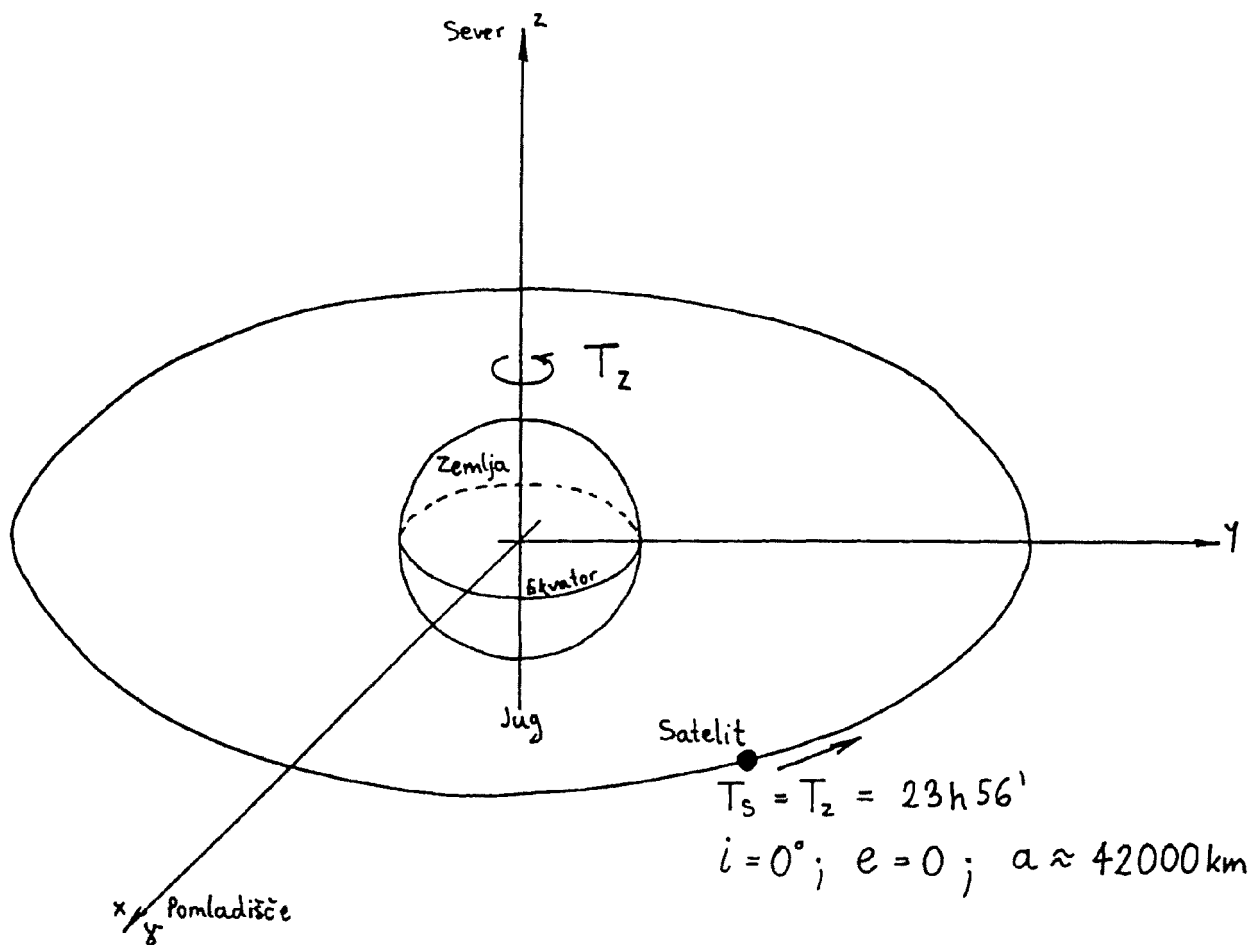


Slika 7.25 - Tirnica Molnija oziroma Tundra.

Najiminitnejša tirnica satelita bi bila seveda takšna, da uporabnik na Zemlji vidi umetni satelit vedno v isti točki na nebu. Takšna tirnica je možna le, če vrtenje satelita natančno ustreza vrtenju Zemlje. Geostacionarna tirnica je torej krožnica ( $e=0$ ) v ekvatorialni ravnini ( $i=0^\circ$ ), ki ima periodo natančno enako periodi vrtenja Zemlje  $T=T_z=23h56min$ .

Geostacionarna tirnica je prikazana na sliki 7.26. Tirnica se nahaja razmeroma visoko, okoli 35800km nad ekvatorjem ali približno tri premere Zemlje. Izstrelitev v geostacionarno tirnico zahteva zmogljivo raketo z velikim  $\Delta v$  v velikostnem razredu 12km/s.





Slika 7.26 - Geostacionarna tirnica.

Motnje zemeljske težnosti: stabilni točki:  $76.8^\circ\text{E}; 108.1^\circ\text{W}$   
 (rezonanca!) labilni točki:  $161.8^\circ\text{E}; 12.2^\circ\text{W}$

Motnja Sonca:  $\frac{di}{dt} = 0.737^\circ/\text{leto} \sin i_s \cos i_s$   
 $i_s = 23.5^\circ$

Motnja Lune:  $\frac{di}{dt} = 1.61^\circ/\text{leto} \sin i_L \cos i_L$   
 $i_L = 18.5^\circ \dots 28.5^\circ$

Slika 7.27 - Motnje geostacionarne tirnice.

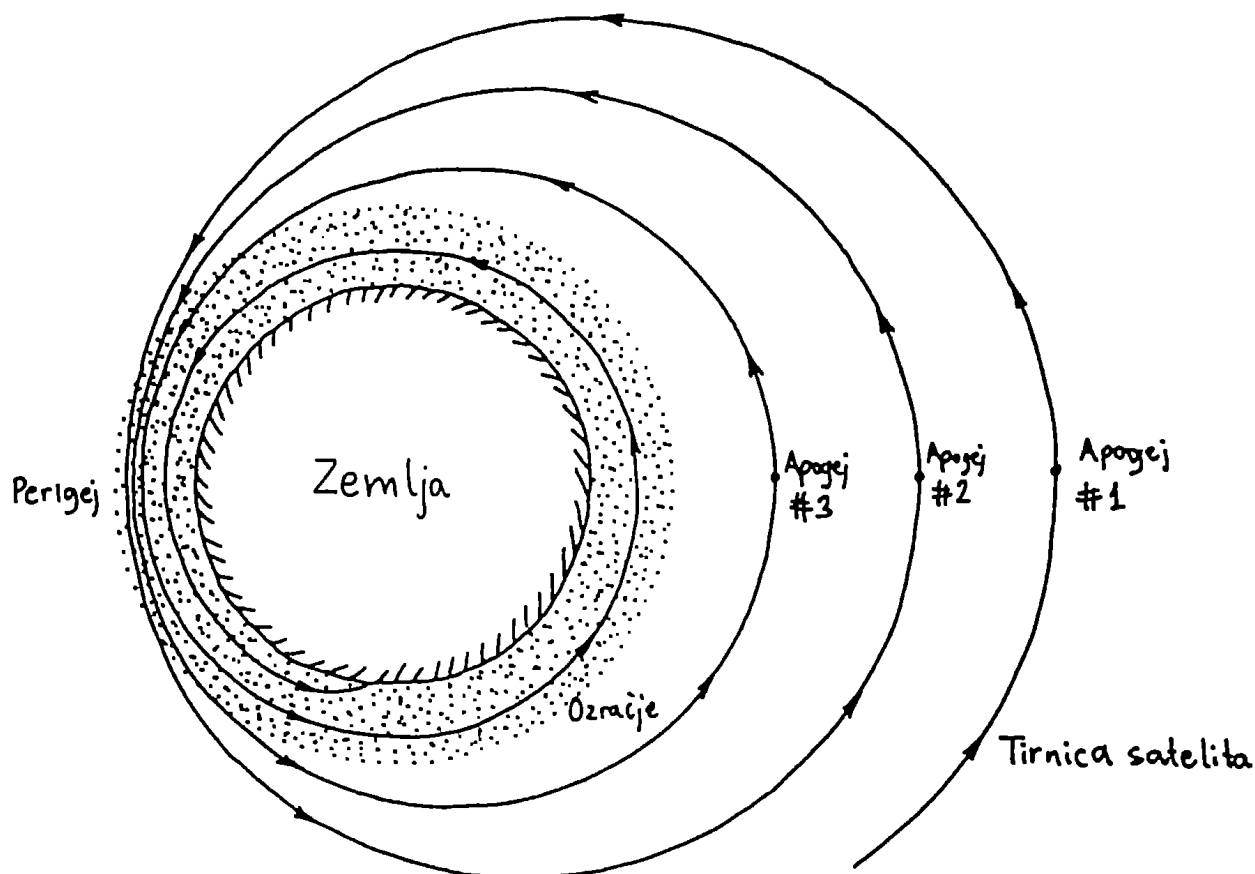
Ker geostacionarna tirnica leži v ekvatorialni ravnini, sploščenost Zemlje na tečajih nanjo nima posebnega vpliva. Pač pa imajo močen vpliv ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (slika 7.27), ker je gibanje satelita sinhronizirano z vrtenjem Zemlje in pride do pojava rezonance. Posledica rezonance sta dve stabilni in dve labilni točki na geostacionarni tirnici. Če položaja satelita vsakih nekaj mesecev ne popravljamo v smeri vhod-zahod z malimi raketnimi motorji, satelit počasi zdrsne proti eni od stabilnih točk.

Zaradi razmeroma velike višine je geostacionarna tirnica podvržena tudi težnosti Sonca in Lune. Učinek obeh je enak in se kaže kot precesija ravnine geostacionarne tirnice glede na ravnino ekliptike oziroma ravnino Lunine tirnice. Dolgoročno je pojav periodičen, kratkoročno pa pomeni naraščanje naklona tirnice od nazivne vrednosti  $i=0^\circ$ .

Geostacionarni satelit torej v vsakem primeru potrebuje male raketne motorje za popravke tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod so potrebni, da satelit po izstrelitvi in vtirjenju pripeljemo na željeno zemljepisno dolžino ter ta položaj zadržimo. Popravki v smeri sever-jug so potrebni za popravljanje naklona tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod zahtevajo  $\Delta v$  okoli 3...4m/s na leto, popravki v smeri sever-jug pa  $\Delta v$  okoli 30...50m/s na leto.

Tirnice satelitov, ki imajo perigej nižji od 1000km, občutijo trenje z zemeljskim ozračjem. Velikost trenja je težko napovedati, ker gostota ozračja na velikih višinah močno zavisi od drugih dejavnikov. Zunanje plasti ozračja segreva predvsem aktivnost Sonca, ki niha z 11-letno periodo števila sončnih peg. Trenje z ozračjem se bistveno poveča ob maksimumu sončnih peg.

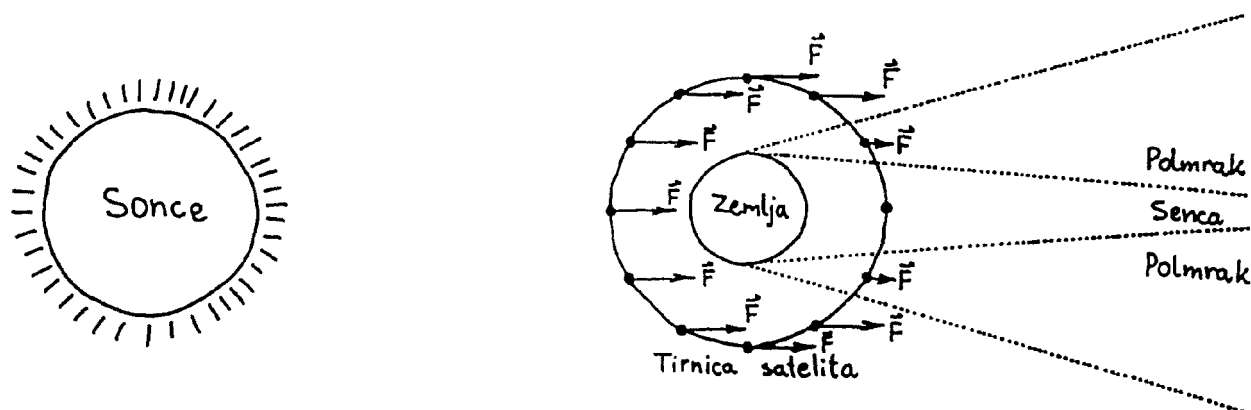
Vpliv trenja z ozračjem postane zelo velik, ko je perigej nižji od 300km. Trenje najprej zmanjšuje hitrost satelita v perigeju, zato se začne nižati apogej, kot je to prikazano na sliki 7.28. Ko celotna tirnica zaide v zemeljsko ozračje, se učinek trenja še dodatno poveča. Končno satelit zgori v zemeljskem ozračju na višini okoli 100km.



slika 7.28 - vpliv trenja v ozračju.

Učinek trenja je seveda močno odvisen od razmerja med presekom (površino) in maso vesoljskega plovila. Ista ugotovitev velja tudi za silo pritiska sončne svetlobe, ki je prikazana na sliki 7.29. Sila pritiska sončne svetlobe je sicer majhna, a deluje dolgotrajno in ima lahko velik vpliv na tirnico satelita.

Ker je pritisk svetlobe vedno usmerjen proč od Sonca, satelit pa kroži v tirnici okoli Zemlje, se na celotni tirnici učinki pritiska svetlobe izničijo. Izjema je tirnica, ki delno poteka skozi senco Zemlje oziroma satelit, ki se v tirnic obrača in se njegov presek za sončno svetlobo spreminja. Končno mora biti satelit izdelan dovolj simetrično, da pritisk svetlobe ne učinkuje z navorom okoli težišča satelita in ne spreminja lege satelita.



$$F = \frac{SA}{2c} (1 + |\Gamma|^2) \equiv \text{sila pritiska sončne svetlobe}$$

$S \equiv$  gostota pretoka moči ( $S = 1.4 \text{ kW/m}^2$  blizu Zemlje)

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \equiv$  hitrost svetlobe

$A \equiv$  osvetljeni presek satelita

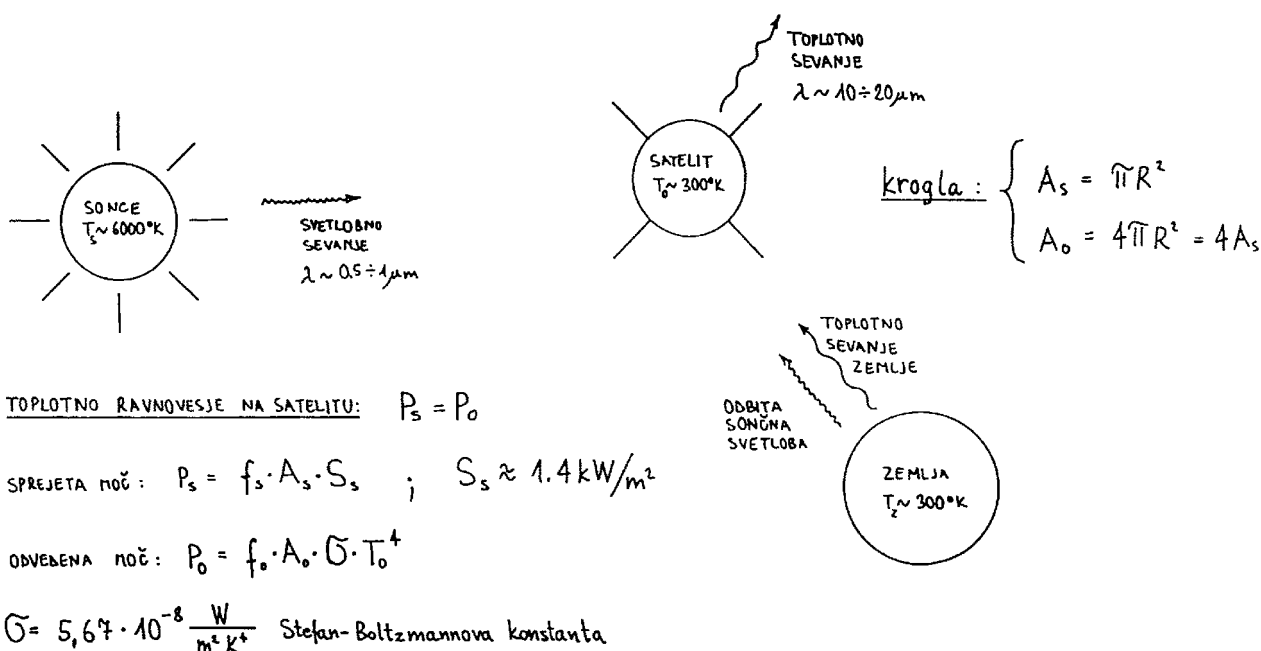
$\Gamma \equiv$  odbojnost površine satelita

slika 7.29 – vpliv pritiska sončne svetlobe.

## 7.6. vesoljsko okolje

Radijski sprejemniki in oddajniki na krovu satelita delujejo v vesoljskem okolju, ki ima nekaj posebnosti. Na krovu umetnega satelita moramo najprej zagotoviti primerno temperaturo z uravnavanjem toplotnih tokov. Poskrbeti moramo tudi za lego satelita, da so antene in objektivni obrnjeni proti uporabnikom na Zemlji, paneli s sončnimi celicami pa proti Soncu. Končno morajo biti vsi deli satelita načrtovani tako, da zdržijo ionizirajoče sevanje v vesolju.

Na krovu umetnega satelita se bo v nekaj urah po izstrelitvi vzpostavilo toplotno ravnovesje, kot je prikazano na sliki 7.30. Satelit dobi večino energije v obliki vidne sončne svetlobe, toploto pa oddaja v obliki dolgovalovnega infrardečega sevanja. Pri satelitih v nizkih tirnicah moramo upoštevati še sončno svetlobo, ki se odbije od Zemlje in toplotno sevanje Zemlje. Od Zemlje odbita sončna svetloba lahko predstavlja do 10% moči svetlobe, ki vpada na satelit.



slika 7.30 - Toplotno ravnovesje na satelitu.

Toplotne razmere so v bližini Zemlje razmeroma ugodne. Temperatura črne kroglice iz dobrega toplotnega prevodnika se naprimer ustali na 280K oziroma 7°C. Takšna temperatura je zelo ugodna za elektronske naprave in tudi za najbolj občutljive akumulatorske baterije.

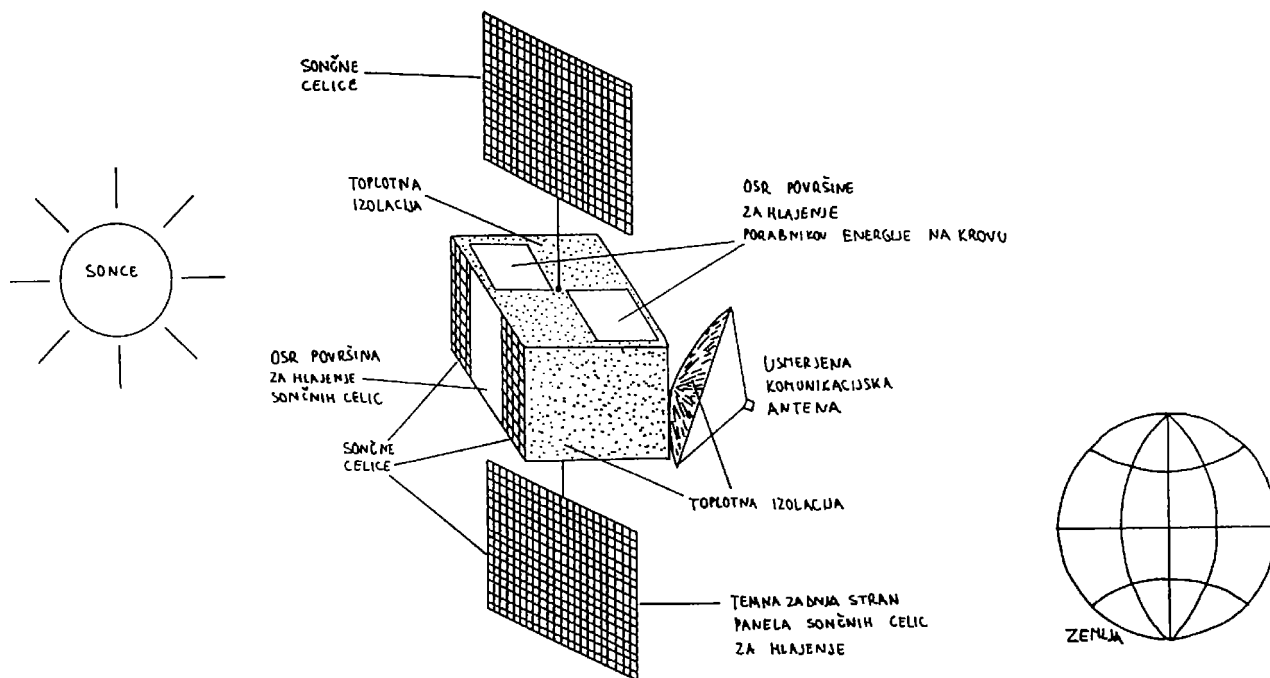
Temperaturo satelita lahko uravnavamo z njegovo obliko. Krogla ima naprimer štirikrat večjo površino od preseka, pri ravni plošči je to razmerje komaj dva. Ravna plošča, naprimer panel s sončnimi celicami, obrnjen proti Soncu, se segreje na dosti višjo temperaturo.

Temperaturo lahko uravnavamo tudi z barvanjem ali drugačno obdelavo površine satelita. Bakrena površina naprimer vpija vidno svetlobo in predstavlja brezhibno zrcalo za toplotno infrardeče sevanje. Bakrena površina se zato ne more ohlajati in se v vesolju segreje na več sto stopinj Celzija. S primernimi večslojnimi nanosi na stekleno podlago OSR (Optical Solar Reflector) lahko dosežemo obratno: zrcalo za vidno svetlobo in črno telo za infrardeče sevanje, ki se ohladi na zelo nizke temperature.

Končno moramo poskrbeti za dobro toplotno prevodnost znotraj samega satelita, sicer se bo prisojna stran močno segrela, osojna stran pa močno ohladila. Ker je vakuum odličen toplotni izolator, so nekateri sateliti (predvsem ruska vesoljska tehnika) grajeni kot tlačne posode in namenoma polnjeni s plinom za uravnavanje toplotnih tokov. Učinkovite toplotne vodnike sicer izdelamo v obliki zaprtih cevi, ki vsebujejo amoniak v plinastem in tekočem stanju. Na topllem koncu cevi amoniak vre, potuje v plinastem stanju na hladni konec cevi, tam kondenzira in se kot tekočina vrača po stenah cevi nazaj.

Primer uravnavanja toplotnih tokov na satelitu je prikazan na sliki 7.31. Samo telo umetnega satelita in antene običajno

zaščitimo s toplotno izolacijo. Izhodne stopnje oddajnikov hladimo preko OSR površin. Dobršen del moči vstopa po električnih vodnikih iz kril s sončnimi celicami ter zapušča satelit v obliki radijskih valov, ki jih sevajo antene!



slika 7.31 - Uravnavanje toplotnih tokov na satelitu.

Krila s sončnimi celicami imajo žal samo dvakrat večjo površino od preseka in njihov izkoristek hitro upada z naraščajočo temperaturo. Zadnjo stran kril zato prekrijemo s takšnim premazom, da čimbolje odvaža toploto. Sončne celice na telesu samega satelita je še težje ohlajati in nadzor njihove temperature pogosto ne gre brez vmesnih pasov OSR površin. Iz toplotnih razlogov v vesolju ne moremo uporabljati zrcal, ki bi zbirala sončno svetlobo na sončne celice!

Uravnavanje toplotnih tokov na krovu umetnega satelita je pogosto povezano tudi z izvedbo stabilizacije lege satelita in izvori energije na krovu. Za stabilizacijo lege potrebujemo vrtavke za shranjevanje vrtilne količine in izvore navora za sproščanje vrtilne količine.

Manjši umetni sateliti so pogosto izdelani tako, da je cel satelit ena sama vrtavka. Na krovu torej ni posebnih vrtečih delov z izjemo elektromotorja, ki drži komunikacijsko anteno usmerjeno proti Zemlji. Stabilizacijsko vrtenje satelita s približno 100 vrtljaji v minuti predstavlja tudi preprosto rešitev uravnavanja toplotnih tokov, saj so posamezni deli satelita izmenično na Soncu in v senci. Če so sončne celice porazdeljene po obodu satelita, potrebujemo trikrat več sončnih celic za enako električno moč.

Večji umetni sateliti uporabljajo triosno stabilizacijo s tremi notranjimi vrtavkami, ki kopičijo vrtilno količino tako, da ostaja lega satelita nespremenjena. Simetrična izvedba kril s sončnimi celicami pomaga, da pritisk sončne svetlobe oziroma

trenje z ozračjem ne proizvaja navora okoli težišča satelita.

Nakopičeno vrtilno količino v vrtavkah sprostimo s sunki navora. V nizkih tirnicah okoli Zemlje ustvarjamo navor z elektromagneti, kjer je rotor elektromotorja cel satelit, stator pa magnetno polje Zemlje. V geostacionarni tirnici je magnetno polje Zemlje prešibko in omogoča navor samo v eni smeri, zato tam uporabljamo dvojice malih raketnih motorjev.

Kot izvor električne energije se danes na krovu umetnih Zemljinih satelitov uporabljajo skoraj izključno polprevodniške sončne celice. Izkoristek pretvorbe sončne svetlobe v elektriko se giblje od 15% do 20%. Jedrski termoelektrični izvori se uporabljajo samo na vesoljskih plovilih, ki se oddaljijo od Sonca izven tirnic notranjih planetov (Mars) proti zunanosti sončnega sistema in še dlje.

V vesolju predstavlja dodatno omejitev ionizirajoče sevanje, pred katerim nas na Zemlji ščiti Zemljino magnetno polje in ozračje Zemlje. Sevanje je najmočnejše v Van Allen-ovih pasovih na višinah med 2000km in 30000km, kjer se visokoenergetski delci sončnega vetra ujamejo v Zemljinem magnetnem polju. Pod Van Allen-ovimi pasovi je sevanja razmeroma malo z izjemo nepravilnosti v Zemljinem magnetnem polju (južnoatlantska magnetna anomalija). Nad Van Allen-ovimi pasovi magnetno polje Zemlje nima večjega vpliva, jakost sevanja sledi izbruhom delcev na Soncu.

Prisotnost ionizirajočega sevanja zahteva gradnjo umetnih satelitov iz kemično obstojnih snovi. Visokoenergetski delci kvarijo kristalno strukturo polprevodnikov in spreminjajo prag MOS tranzistorjev z vnašanjem električnih nabojev. Občutljivo elektroniko na krovu satelita moramo zato oklopiti pred sevanjem s težkimi kovinami (tantal) ter izbirati takšne vrste polprevodnikov in postopkov za njihovo izdelavo, ki so na sevanje manj občutljivi (radiation-hardened semiconductors).

Polprevodniki, ki jih na krovu satelita ne moremo učinkovito zaščititi pred ionizirajočim sevanjem, so paneli s sončnimi celicami. Ionizirajoče sevanje vnaša napake v kristalno strukturo in znižuje izkoristek sončnih celic. Polprevodniške sončne celice za uporabo v vesolju sicer izdelamo iz manj dopiranih polprevodnikov z večjo specifično upornostjo, kar zmanjšuje začetni izkoristek, a povečuje odpornost na sevanje. Poleg tega so paneli s sončnimi celicami prekriti z zaščitnimi stekli.

Izkoristek panela s sončnimi celicami upade na 2/3 začetne vrednosti po nekaj letih delovanja v geostacionarni tirnici. Po tem obdobju je kristalna struktura sončnih celic že tako prerešetana, da nadaljnji zadetki izkoristka ne kazijo več.

### 7.7. Zmogljivost radijske zveze preko satelita

Umetni sateliti so se že na samem začetku vesoljske tehnike obravnavali kot zmogljivo sredstvo za radijske komunikacije. Praktično so bile preizkušene tri različne zamisli, kako izkoristiti vesoljsko tehniko za radijske zveze: izdelati pasivni odbojnik v vesolju, izdelati povsem običajne radijske sprejemnike

in oddajnike ter končno satelit opremiti tudi s pomnilnikom za hranjenje informacij.

Zmogljivost radijske zveze preko pasivnega odbojnika, balona premera 30m z okovinjeno površino, je prikazana na sliki 7.32. Pasivni odbojnik zahteva ogromne oddajne in sprejemne antene, visoko moč oddajnika in vrhunski sprejemnik. Zmogljivost zveze preko balona v nizki tirnici je še sprejemljiva, odbojnik v geostacionarni tirnici pa je povsem neuporaben. Poskusi z drugačnimi odbojniki in z oblaki kovinskih iglic so dali še slabše rezultate.

Zemeljska postaja:

Moč oddajnika :  $P_0 = 100 \text{ kW}$

Šum sprejemnika:  $T = 30^\circ \text{K}$

Premer antene :  $D = 30 \text{ m}; M_A = 1$

Frekvenčni pas:  $\Delta f = 10 \text{ GHz}; f_0 = 10 \text{ GHz}$

Pasivni satelit: balon premera 30m

① Nizka tirnica:  $H = 1500 \text{ km}$

$d_1 = d_2 \approx 5000 \text{ km} \longrightarrow 11 \text{ Gbit/s}$

② Geostacionarna tirnica:  $H = 36000 \text{ km}$

$d_1 = d_2 \approx 40000 \text{ km} \longrightarrow 4 \text{ Mbit/s}$

Slika 7.32 – Zmogljivost pasivnega satelita.

Sateliti v nizkih tirnicah ne omogočajo istočasne vidljivosti dveh uporabnikov na različnih kontinentih. V ta namen so preizkusili različne satelite s pomnilniki, najprej z magnetnim trakom, potem s polprevodniškimi pomnilniki. Zmogljivost takšnih satelitov je majhna, poleg tega morajo uporabniki počakati, da satelit prileti iz enega kontinenta nad drugega.

Večina sodobnih telekomunikacijskih satelitov vsebuje radijske oddajnike in sprejemnike, ki skoraj istočasno posredujejo naprej sprejeta sporočila. Na krovu takšnih satelitov se nahajajo kvečjemu manjši vmesni polprevodniški pomnilniki, ki omogočajo preoblikovanje in usmerjanje podatkovnih okvirjev. Teoretske meje zmogljivosti takšnih satelitov so prikazane na sliki 7.33.

Najstarejši način uporabe komunikacijskih satelitov so fiksne zveze točka-točka. Fiksna zveza lahko računa na velike antene zemeljskih postaj, torej na visoko razmerje signal/šum. Glavna omejitev zmogljivosti takšne zveze je razpoložljiva pasovna širina v radijskem spektru. Fiksna satelitska zveza točka-točka danes zagotovo ne more več tekrovati z enim samim svetlobnim vlaknom.

Račun je dosti bolj ugoden za satelitsko radiodifuzijo, kjer en sam satelit posreduje signal množici uporabnikov z majhnimi antenami in cenenimi sprejemniki. Zmogljivost je sicer nekoliko manjša od fiksne zveze točka-točka, a je v slučaju pokrivanja manjše države še vedno omejena z razpoložljivo pasovno širino.



VRSTA ZVEZE	FREKVENČNI PAS	ZEMELJSKI SPREJEMNIK	POKRIVANJE POLOBLE $S \approx 10^{-11} \text{ W/m}^2$	POKRIVANJE MANJSE DRZAVE $S \approx 10^{-9} \text{ W/m}^2$
FIKSNA SATELITSKA ZVEZA	$f_0 = 10\text{GHz}$ $\Delta f = 10\text{GHz}$	$T = 30^\circ\text{K}$ Premer antene $D=30\text{m}$ ( $\eta_A=1$ ; $A=707\text{m}^2$ )	1076bit/s	2076bit/s
SATELITSKA RADIODIFUZIJA	$f_0 = 10\text{GHz}$ $\Delta f = 10\text{GHz}$	$T = 100^\circ\text{K}$ Premer antene $D=1\text{m}$ ( $\eta_A=1$ ; $A=0.79\text{m}^2$ )	6.56bit/s	926bit/s
MOBILNA SATELITSKA ZVEZA	$f_0 = 1\text{GHz}$ $\Delta f = 1\text{GHz}$	$T = 300^\circ\text{K}$ Neusmerjena antena! ( $A=0.007\text{m}^2$ )	25 Mbit/s	4.26bit/s

Slika 7.33 – Zmogljivost aktivnega satelita.

Končno, sodobna vesoljska tehnika še vedno ni kos zahtevam satelitske zveze z mobilnim uporabnikom na površini Zemlje. Mobilni uporabnik je opremljen z neusmerjeno anteno, kar pomeni majhno površino in omejen frekvenčni pas. Zmogljivost zveze do mobilnega uporabnika je poleg pasovne širine omejena tudi z razpoložljivo močjo oddajnika na krovu satelita. Sodobna satelitska omrežja mobilnih zvez so zato zelo draga v primerjavi z zemeljskimi različicami in imajo dosti manjšo zmogljivost.

Zmogljivost satelitskih zvez lahko izboljšamo le s cenejšim prevozom satelitov v tirnico, kar omogoča večje satelite z višjo močjo oddajnikov in večjimi antenami. Prav velike antenske skupine omogočajo množico zelo ozkih snopov z veliko gostoto sevane moči in visokim faktorjem ponovne uporabe istih radiofrekvenčnih kanalov.