Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 29/3/1995

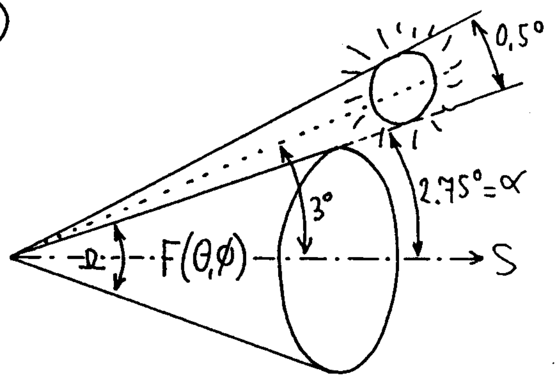
(1)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{30\,m} \qquad R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 \Delta A^2}{3\lambda^4} = \underline{0.0237\,\Omega}$$

$$\Delta A = \pi r^2 = \underline{0.785\,m^2} \qquad R_i = \frac{2\pi r}{\pi d \delta \gamma} = \underline{0.419\,\Omega}$$

$$\eta = \frac{R_s}{R_s + R_i} = \underline{\underline{5.36\,\%}}$$

(2)



$$\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha) = \underline{0{,}00724\,srd}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \underline{\underline{1737 = 32.4\,dB}}$$

(3)

$$\sigma = \frac{4\pi d_1^2 d_2^2 \lambda^2}{A_0 A_s}\frac{P_s}{P_0} = \underline{\underline{70686\,m^2}} \qquad A = \sqrt{\frac{\sigma\lambda^2}{4\pi}} = \underline{\underline{7.5\,m^2}}$$

(4)

$$\vec{E} = \vec{1}_V \cdot \alpha I + \vec{1}_H \cdot \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \alpha I \qquad \vec{1}_L = \frac{\vec{1}_V + j\vec{1}_H}{\sqrt{2}}\ ; \quad \vec{1}_D = \frac{\vec{1}_V - j\vec{1}_H}{\sqrt{2}}$$

$$Q = \frac{E_L}{E_D} = \frac{\vec{E}\cdot\vec{1}_L^*}{\vec{E}\cdot\vec{1}_D^*} = \frac{1 - j\frac{1+j}{\sqrt{2}}}{1 + j\frac{1+j}{\sqrt{2}}} = \frac{1.707 - j0.707}{0.293 + j0.707}$$

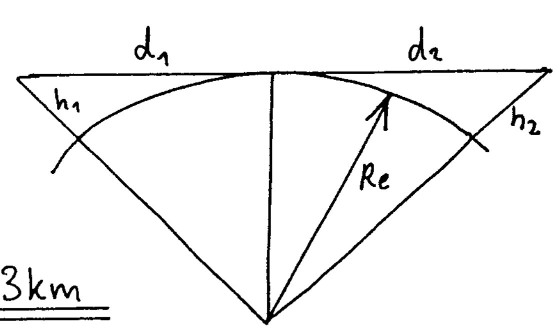
$$\underline{|Q| = 2.414} \qquad AR = \frac{1 + |Q|}{1 - |Q|} = \underline{\underline{2.414}}$$

(5)

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R} = \underline{8602\,km}$$

$$(R_e + h_1)^2 = d_1^2 + R_e^2$$
$$(R_e + h_2)^2 = d_2^2 + R_e^2$$

$$d = d_1 + d_2 = \sqrt{2R_e h_1 + h_1^2} + \sqrt{2R_e h_2 + h_2^2} = \underline{\underline{83\,km}}$$



Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA – 28/08/1995

① $H_\Theta = \alpha I\left(-\frac{k^2}{d} + \frac{jk}{d^2} + \frac{1}{d^3}\right)$; $d = 10\,m$; $k[100MHz] = 2.09\ m^{-1}$

$I_1 = 1A_{eff}$ $\quad k[100kHz] = 2.09 \cdot 10^{-3}\,m^{-1}$

$H_\Theta[100MHz] = \alpha I_1(-0.438 + j0.021)m^{-3} \qquad |H_\Theta[100MHz]| = |\alpha I_1| \cdot 0.438\,m^{-3}$

$H_\Theta[100kHz] = \alpha I_2(0.001 + j0.00002)m^{-3} \qquad |H_\Theta[100kHz]| = |\alpha I_2| \cdot 0.001\,m^{-3}$

$|I_2| = |I_1|\frac{0.438}{0.001} = \underline{\underline{438\,A_{eff}}} \qquad P = I_{eff}^2 R \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{|I_2|^2}{|I_1|^2}\frac{R_2}{R_1} = 438^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1000}} = \underline{\underline{6069}}$

---

② TE_{10} : $E_{xy} = E_{10}\cos\frac{\pi}{a}x$; $P_{10} = \frac{|E_{10}|^2 ab}{4Z_0}$; $E_{s10} = \alpha\, ab\, E_{10}$

TE_{30} : $E_{xy} = E_{30}\cos\frac{3\pi}{a}x$; $P_{30} = \frac{|E_{30}|^2 ab}{4Z_0}$; $E_{s30} = -\alpha\frac{ab}{3}E_{30}$

Iščemo razmerje (kompleksno število): $\mu = \frac{E_{30}}{E_{10}}$; $P = \frac{|E_{10}|^2 ab}{4Z_0}(1 + |\mu|^2)$

$E_s = \alpha ab E_{10}\left(1 - \frac{\mu}{3}\right)$

Maksimum: $\frac{|E_s|^2}{P} = \beta\frac{\left|1 - \frac{\mu}{3}\right|^2}{1 + |\mu|^2}$ dobimo za μ realen in negativen

$$0 = \frac{d}{d\mu}\left(\frac{1 - \frac{2\mu}{3} + \frac{\mu^2}{9}}{1 + \mu^2}\right) = \frac{\left(-\frac{2}{3} + \frac{2\mu}{9}\right)(1 + \mu^2) - \left(1 - \frac{2\mu}{3} + \frac{\mu^2}{9}\right)2\mu}{(1 + \mu^2)^2} = \frac{\frac{2}{3}\mu^2 - \frac{16}{9}\mu - \frac{2}{3}}{(1 + \mu^2)^2} = \frac{2}{3}\,\frac{\mu^2 - \frac{8}{3}\mu - 1}{(1 + \mu^2)^2}$$

$0 = \mu^2 - \frac{8}{3}\mu - 1 = \left(\mu + \frac{1}{3}\right)(\mu - 3) \longrightarrow \underline{\underline{\mu = -\frac{1}{3}}} \qquad E_{xy} = E_{10}\left(\cos\frac{\pi}{a}x - \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi}{a}x\right)$

$$\eta = \frac{|E_s|^2/P}{|E_{skonst}|^2/P_{konst}} = \frac{\beta\frac{(1 + 1/3)^2}{1 + (1/3)^2}}{\beta\frac{\pi^2}{8}} = \frac{10}{9}\cdot\frac{8}{\pi^2} = \underline{\underline{90.06\,\%}}$$

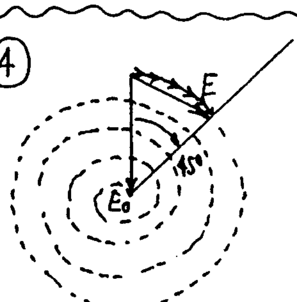
---

③ $T_A = T_Z = [T_S\Omega_S + T_n(\Omega_A - \Omega_S)]/\Omega_A \rightarrow \Omega_A(T_Z - T_n) = (T_S - T_n)\Omega_S$

$\Omega_S = 2\pi\left(1 - \cos\frac{\alpha_s}{2}\right)$; $D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi\,(T_Z - T_n)}{\Omega_S\,(T_S - T_n)} = \frac{2\,(T_Z - T_n)}{\left(1 - \cos\frac{\alpha_s}{2}\right)(T_S - T_n)} = \underline{\underline{60.92 = 17.84\,dB}}$

---

④



$r = \frac{1}{2}r_1 \rightarrow \Delta l = \frac{\lambda}{8}$

$\frac{|E|}{|E_0|} = 2\sin\frac{45°}{2} = \underline{\underline{0.765 = -2.32\,dB}}$

⑤ $(d/2)^2 = 2R_{eff}h + h^2 \rightarrow R_{eff} = \frac{(d/2)^2 - h^2}{2h} = \underline{16666\,km}$

$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R_n} \rightarrow R_n = \frac{1}{\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R_{eff}}} = \underline{10332\,km}$

$\underline{R_Z = 6378\,km}$

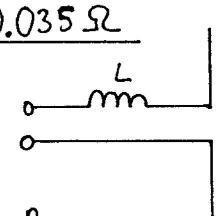
$\frac{dn}{dh} = -\frac{1}{R_n} = \underline{\underline{-9.68 \cdot 10^{-8}\,m^{-1}}}$

prestavljen 9/1/1996

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA - 19/12/1995

(1) $\Delta l = \frac{1}{I}\int I\,dl = \frac{l_1+l_2}{2} = \underline{2m}$ $\quad R_s = \frac{2\pi\,\Delta l^2 Z_0}{3\lambda^2} = \underline{0.035\,\Omega}$

$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{300m}$ $\quad X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \underline{7.96\,k\Omega}$



$L = \frac{X_c}{2\pi f} = \underline{\underline{1.27\,mH}}$ $\quad R_L = \frac{X_c}{Q} = \underline{79.6\,\Omega}$ $\quad \eta = \frac{R_s}{R_s+R_L} = \underline{\underline{0.044\%}}$

(2) $\underline{E = E_0\left(1-\frac{\rho}{a}\right)}$; a = polmer odprtine $= 5\lambda$; $\underline{A = \pi a^2}$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_A E\,dA\right|^2}{\int_A |E|^2 dA} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left(2\pi\int_0^a E_0\left(1-\frac{\rho}{a}\right)\rho\,d\rho\right)^2}{2\pi\int_0^a E_0^2\left(1-\frac{\rho}{a}\right)^2\rho\,d\rho} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left(2\pi \cancel{E_0}\left(\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{3}\right)\right)^2}{2\pi \cancel{E_0^2}\left(\frac{a^2}{2}-\frac{2a^2}{3}+\frac{a^2}{4}\right)} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\,\frac{2\pi\frac{a^4}{36}}{\frac{a^2}{12}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\,\frac{2}{3}\pi a^2 = \frac{200\,\pi^2}{3} = \underline{\underline{658 = 28.2\,dB}}$$

$$\eta_A = \frac{A_{eff}}{A} = \frac{D\frac{\lambda^2}{4\pi}}{\pi a^2} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

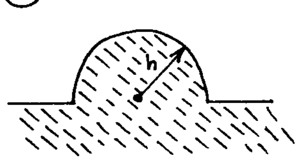
(3) $\underline{F(\Theta,\phi) = \sin\left(\frac{kd}{2}\cos\Theta_x\right)}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $d = \frac{\lambda}{10}$; $\cos\Theta_x = \sin\Theta\cos\phi$

$$\underline{\underline{F(\Theta,\phi) = \sin\left(\frac{\pi}{10}\sin\Theta\cos\phi\right)}}$$

$$D = \frac{4\pi\,|F(\Theta_{max},\phi_{max})|^2}{\int_{4\pi}|F(\Theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi\,\sin^2\frac{\pi}{10}}{2\pi\int_0^\pi \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\cos\Theta_x\right)\sin\Theta_x\,d\Theta_x} = \frac{2\sin^2\frac{\pi}{10}}{1-\frac{5}{\pi}\sin\frac{\pi}{5}} = \underline{\underline{2.96}}$$

(4)

$$a_0 = \frac{P_s}{P_0} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 = \underline{2.53\cdot 10^{-10} = -96\,dB}$$

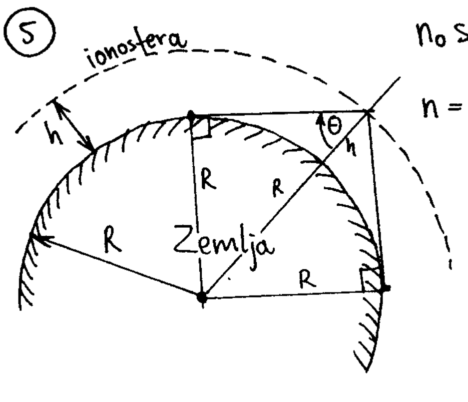


(1) samo gornja polravnina → dodatnih −6dB

(2) polkrožna ovira → ni dodatnega slabljenja!

$\underline{\underline{a = -102\,dB}}$

(5)



$n_0\sin\Theta = n\sin\frac{\pi}{2}$; $\sin\Theta = \frac{R}{R+h} = n \rightarrow$ $\underline{n_1 = 0.948}$

$\underline{n_2 = 0.962}$

$n = \sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$

$$f_p = f_1\sqrt{1-n_1^2} = \underline{9.53\,MHz}$$

$$f_2 = \frac{f_p}{\sqrt{1-n_2^2}} = \underline{\underline{35.1\,MHz}}$$

REŠITEV pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 19/3/1996

(1)

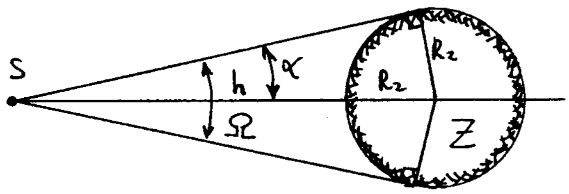
$$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2}{3\lambda^4} \cdot N^2 \cdot \mu_{reff}^2 \approx \frac{\pi^5 Z_0 D^4 N^2 \mu_r^2 f^4}{6 c_0^4} = \underline{\underline{53\, n\Omega}}$$

$$l/D > \sqrt{\mu_r} \longrightarrow \mu_{reff} \approx \mu_r$$

---

(2)

$$\sin\alpha = \frac{R_z}{h+R_z} \qquad \Omega = 2\pi(1-\cos\alpha) = 2\pi\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{R_z}{h+R_z}\right)^2}\right)$$



$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1-\sqrt{1-\left(\frac{R_z}{h+R_z}\right)^2}} = \underline{\underline{174.5}}$$

---

(3)

$$E_s = \alpha \int_0^{r_0}\int_0^{2\pi} E_0 e^{j\varphi_{max}\frac{\rho^2}{r_0^2}} \rho\, d\rho\, d\phi = \frac{\alpha\pi E_0 r_0^2}{j\varphi_{max}}\left(e^{j\varphi_{max}}-1\right) \; ; \; |E_s| = \pi\alpha|E_0|r_0^2 \frac{\sin(\varphi_{max}/2)}{\varphi_{max}/2}$$

$$\frac{|E_s|}{|E_{s0}|} = \frac{\sin(\varphi_{max}/2)}{\varphi_{max}/2} \; ; \; \frac{D}{D_0} = \left(\frac{|E_s|}{|E_{s0}|}\right)^2 = \left(\frac{\sin(\varphi_{max}/2)}{\varphi_{max}/2}\right)^2 = \underline{0.912} \; ; \; 10\log\frac{D}{D_0} = \underline{\underline{-0.4\,dB}}$$

---

(4)

$$\vec{E}_1 = \vec{1}_x \alpha I_1 \; ; \; \vec{E}_2 = \left(\vec{1}_x\frac{1}{2} + \vec{1}_y\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\alpha I_2 \; ; \; \frac{I_1}{I_2} = k \rightarrow I_1 = I_2 k$$

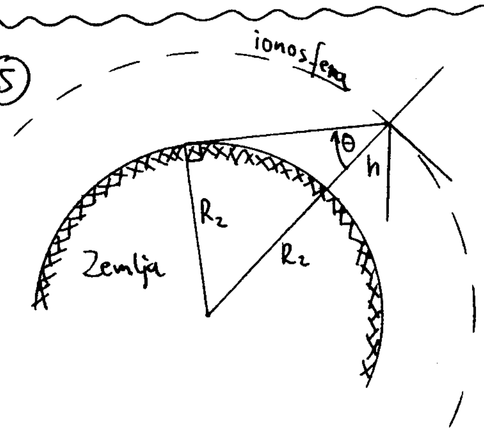
Krožna pol: $\vec{E}\cdot\left(\vec{1}_x \pm j\vec{1}_y\right) = 0$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow \left(\vec{1}_x\left(k+\tfrac{1}{2}\right) + \vec{1}_y\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(\vec{1}_x \pm j\vec{1}_y\right) = 0$$

$$k + \frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \longrightarrow \underline{\underline{k = -\frac{1}{2} \mp j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{I_1}{I_2}}} \Rightarrow \begin{cases} \left|\frac{I_1}{I_2}\right| = 1 \\ \arg\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \mp\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

---

(5)



$$\sin\Theta = n = \sqrt{1-\left(\frac{f_0}{MUF}\right)^2} \; ; \; \sin\Theta = \frac{R_z}{R_z+h}$$

$$f_0 = MUF\sqrt{1-\left(\frac{R_z}{R_z+h}\right)^2} = \underline{\underline{9.5\,MHz}}$$

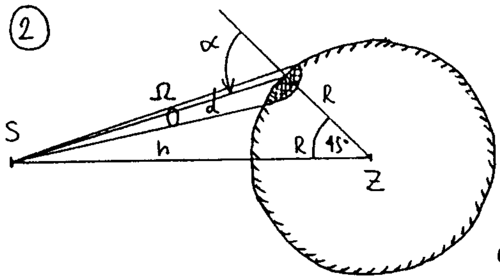
Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 2/7/1996

(1) $R_\ell = \dfrac{2\pi Z_0 \Delta\ell^2}{3\lambda^2}$; $R_A = \dfrac{8\pi^3 Z_0 \Delta A^2}{3\lambda^4}$; $\Delta\ell = \frac{1}{2}\ell$ ← zaradi porazdelit. tok

$\Delta A = \pi r_A^2 = \dfrac{\ell^2}{4\pi}$

$$400 = \frac{R_\ell}{R_A} = \frac{\lambda^2 \Delta\ell^2}{4\pi^2 \Delta A^2} = \frac{\lambda^2}{\ell^2} \rightarrow \lambda = \ell\sqrt{400} = 200\,m \; ; \; f = \frac{c}{\lambda} = 1.5\,MH$$

(2)



$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{\frac{A\cos\alpha}{d^2}} = \frac{4\pi d^2}{A\cos\alpha} = 627591$$

$(\sim 58\,dBi)$

$$A = \pi ab = \pi \frac{l_d l_s}{4} = 47124\,km^2$$

$$d = \sqrt{R^2 + (R+h)^2 - 2R(R+h)\cos 45°} = 38144\,km$$

$$\cos\alpha = \frac{(R+h)^2 - R^2 - d^2}{2Rd} = 0.61822$$

(3) $E_H = E_V\, e^{-j\left(\frac{\pi}{2} \pm \varphi\right)} = E_V\left(\sin(\pm\varphi) - j\cos(\pm\varphi)\right)$; $E = \vec{1}_V E_V + \vec{1}_H E_H$

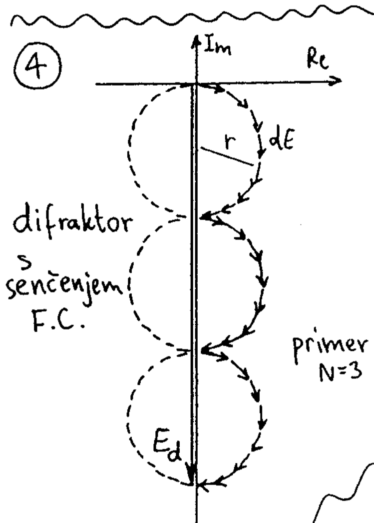
$E_D = E \cdot \vec{1}_D^{\,*} = E_V + jE_H = E_V\left(1 + \cos(\pm\varphi) + j\sin(\pm\varphi)\right)$; $|E_D| = |E_V| \cdot \sqrt{2 + 2\cos(\pm\varphi)}$

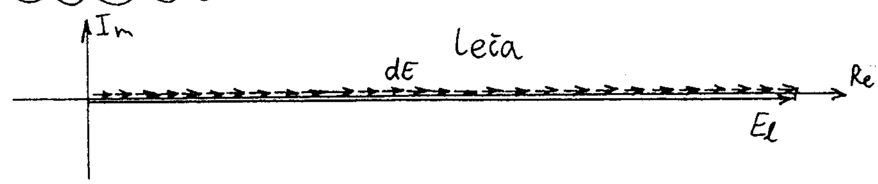
$E_L = E \cdot \vec{1}_L^{\,*} = E_V - jE_H = E_V\left(1 - \cos(\pm\varphi) - j\sin(\pm\varphi)\right)$; $|E_L| = |E_V| \cdot \sqrt{2 - 2\cos(\pm\varphi)}$

$Q = \dfrac{E_L}{E_D}$; $|Q| = \dfrac{|E_L|}{|E_D|} = \sqrt{\dfrac{1 - \cos(\pm\varphi)}{1 + \cos(\pm\varphi)}}$; $R = \dfrac{1 + |Q|}{1 - |Q|} \rightarrow |Q| = \dfrac{R-1}{R+1} = 0.2$ $\quad |Q|^2 = 0.04$

$$\varphi = \pm\arccos\frac{1 - |Q|^2}{1 + |Q|^2} = \pm\arccos\frac{0.96}{1.04} = \pm\arccos 0.923 = \pm 22.6°$$

(4)





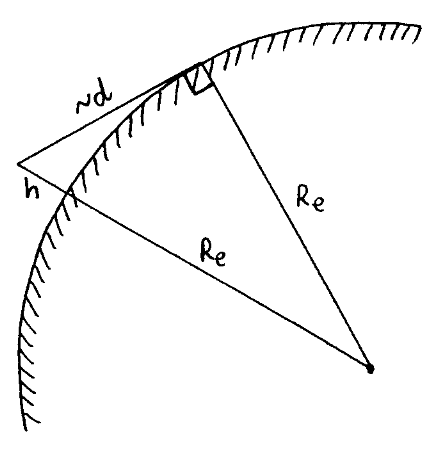
$$a = 20\log\frac{|E_d|}{|E_\ell|} = 20\log\frac{N \cdot 2r}{N \cdot 2\pi r} = -9.94\,dB$$

(5) $R_e = \dfrac{1}{\frac{1}{R_z} - \frac{1}{R}} = 8602\,km$

$$(R_e + h)^2 = R_e^2 + d^2$$

$$h \approx \frac{d^2}{2R_e}$$

$$h \approx 0.023\,km = 23\,m$$



Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA - 27/09/1996

(1)

$$\vec{H} = \frac{I\Delta A}{4\pi}\,\frac{e^{-jkr}}{r}\left[\vec{1}_r\left(\frac{2jk}{r}+\frac{2}{r^2}\right)\cos\Theta + \vec{1}_\Theta\left(-k^2+\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta\right]$$

$$|H_\Theta| = \alpha' I\,\frac{\sin\Theta}{r}\sqrt{\left(\frac{1}{r^2}-k^2\right)^2+\left(\frac{k}{r}\right)^2} \quad ; \quad |H_\Theta|^2 = \alpha I^2\left(\frac{1}{r^4}-\frac{k^2}{r^2}+k^4\right)$$

$$\alpha I_1^2\left(\frac{1}{r^4}-\frac{k_1^2}{r^2}+k_1^4\right) = \alpha I_2^2\left(\frac{1}{r^4}-\frac{k_2^2}{r^2}+k_2^4\right) \quad ; \quad \frac{I_1^2}{I_2^2} = \underline{x = 25} \;;$$

$$\frac{1}{r^4}(x-1)-\frac{1}{r^2}\left(k_1^2x-k_2^2\right)+k_1^4x-k_2^4 = 0 \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{c}f$$

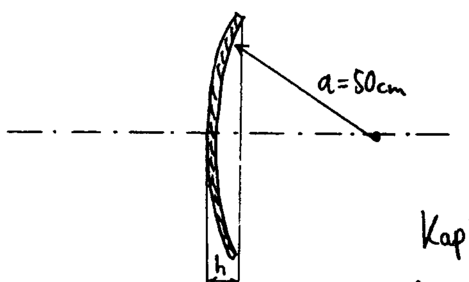
$\underline{k_1 = 0.021\ \mathrm{rd/m}}$

$\underline{k_2 = 0.105\ \mathrm{rd/m}}$

$$r = \left(\frac{k_1^2x-k_2^2 \pm \sqrt{\left(k_1^2x-k_2^2\right)^2-4\left(k_1^4x-k_2^4\right)(x-1)}}{2(x-1)}\right)^{-\frac{1}{2}} = \underline{\underline{21.3\,\mathrm{m}}}$$

---

(2)



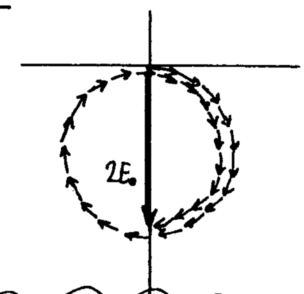
Pri velikih razdaljah je fazna napaka na obeh straneh enaka!

$$\sigma_{krogle} = \pi a^2 = \underline{0.785\ \mathrm{m}^2}$$

$$2\cdot\frac{h}{\lambda} = 2\,\frac{4.5\mathrm{cm}}{6\mathrm{cm}} = 1.5$$

Kapica pokrije 1., 2. in 3. FC!

$$\sigma_{kapice} = 4\cdot\sigma_{krogle} = \underline{\underline{3.142\ \mathrm{m}^2}}$$



---

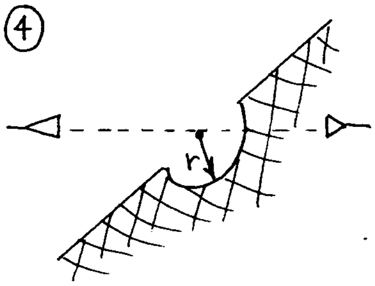
(3) $F(\theta,\phi) = \cos(x\cos\Theta)$; prva ničla pri +/- 30° → $x = \pi$; $F(\theta,\phi) = \cos(\pi\cos\theta)$

$u = \pi\cos\theta$

$$D = \frac{4\pi\,|F(\theta_m,\phi_m)|^2}{\int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi}{\int_{4\pi}\cos^2(\pi\cos\theta)\,d\Omega} = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2(\pi\cos\theta)\sin\theta\,d\theta} = \frac{2\pi}{\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2 u\,du} = \underline{\underline{2}}$$

---

(4)



$\underline{\underline{r_{max} = \rho_1}}$ (polmer 1. F.C.)

$$E = \frac{1}{2}E_0 + 2\cdot\frac{1}{2}E_0 = \frac{3}{2}E_0$$

$\frac{1}{2}E_0$ ↑ zgoraj; $2\cdot\frac{1}{2}E_0$ ↑ spodaj

$$20\log\frac{E}{E_0} = \underline{\underline{3.52\,\mathrm{dB}}}$$

(5)

$$\lambda = \alpha R \qquad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\alpha R = \frac{\lambda_0}{n} \quad \Big/ \frac{d}{dh}$$

$$\alpha = \lambda_0\,\frac{-1}{n^2}\,\frac{dn}{dh} \qquad n \approx n_0, \quad \lambda \approx \lambda_0$$

$$\frac{dn}{dh} = -\frac{n^2}{\lambda_0}\alpha = -\frac{n^2}{\lambda_0}\,\frac{\lambda}{R} \approx -\frac{1}{R}$$

$$\underline{\underline{\frac{dn}{dh} = -1.563\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^{-1}}}$$

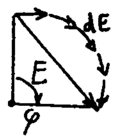
Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 27/4/1997

① $\eta \ll 1 \longrightarrow |Z_{11}| \gg |Z_{12}| \longrightarrow \begin{cases} \text{① Anteni napajamo sofazno za max} G \\ \text{② Razdalja med antenama nepomembna} \end{cases}$

$$G = 2\,\eta\,D_e = 2 \cdot 0.0001 \cdot 1.5 = \underline{\underline{0.0003 = -35.2\,dB}}$$

---

②



$$|E| = |E_0| \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}}{\varphi} \; ; \; D = D_0 \left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right)^2 \longrightarrow \left(\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right)^2 = -0.5\,dB = 0.891$$

$$\frac{\sin u}{u} = 1 - \frac{u^2}{6} + \frac{u^4}{120} - \frac{u^6}{5040} + \dots \approx 1 - \frac{u^2}{6} \longrightarrow \frac{\varphi}{2} = u \approx 0.58\,rd$$

majhen u

$$\underline{\underline{\varphi \approx 1.16\,rd = 66.4^\circ}}$$

$$2f \rightarrow 2\varphi \; ; \; \frac{D'}{D'_0} = \left(\frac{\sin\varphi}{\varphi} \right)^2 = \underline{\underline{0.63 = -2\,dB}}$$

---

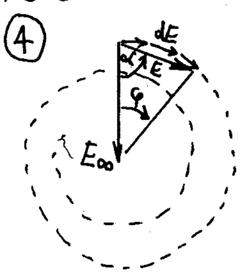
③

$$P_s = \frac{P_0 \frac{4\pi}{\lambda^2} A}{4\pi r^2} \sigma \frac{A}{4\pi r^2} \longrightarrow r^4 = \frac{P_0}{P_s} \frac{A^2 \sigma}{4\pi \lambda^2}$$

$$r = \sqrt[4]{\frac{P_0 A^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 P_s}} = \underline{\underline{97\,km}}$$

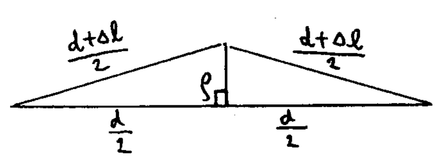
---

④



$$|E| = |E_\infty|\, 2\sin\frac{\varphi}{2} \qquad \alpha = \arccos\left(\frac{1}{2} \frac{|E|}{|E_\infty|} \right) = \arccos\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{P_\infty}} \right) = \underline{\underline{1.41\,rd = 80.9^\circ}}$$

$$|E| = |E_\infty|\, 2\cos\alpha \qquad \varphi = 2\arcsin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{P_\infty}} \right) = 0.318\,rd = \underline{18.2^\circ}$$



$$\Delta l = \lambda \frac{\varphi}{2\pi} = \underline{0.5\,mm}$$

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{d+\Delta l}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \underline{\underline{2.2\,cm}}$$

---

⑤

$$|E_1| = |E_0| \left| 1 - e^{-jk\Delta l} \right| \qquad \Delta l = \sqrt{d^2 + (h_0 + h_s)^2} - \sqrt{d^2 + (h_0 - h_s)^2} = \underline{3\,cm}$$

$$|E_2| = |E_0| \left| \sqrt{D_n} - \sqrt{D_0}\, e^{-jk\Delta l} \right| \qquad k\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \underline{0.269\,rd}$$

$$e^{-jk\Delta l} = 0.964 - j\,0.266$$

$$\left| \frac{E_2}{E_1} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{D_n} - \sqrt{D_0}\, e^{-jk\Delta l}}{1 - e^{-jk\Delta l}} \right|^2 = \left| \frac{3.16 - 2.81(0.964 - j0.266)}{0.036 + j\,0.266} \right|^2 = \frac{0.755}{0.072} = \underline{\underline{10.5 = 10.2\,dB}}$$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 23/6/1997

① $R_S = \frac{2\pi Z_0}{3\lambda^2}\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \underline{0.493\,\Omega}$ $\quad R_L = \frac{\omega L}{Q} = \frac{\lambda}{2\pi c C Q} = \underline{7.074\,\Omega}$

$\eta = \frac{R_S}{R_S + R_L + R_Z} = \underline{\underline{2.809\%}}$

② $D = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} A = \left(\frac{\sin \varphi/2}{\varphi/2}\right)^2 \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi r^2 = 400\pi^2 \left(\frac{\sin\varphi/2}{\varphi/2}\right)^2 = 400\pi^2\left(\frac{\sqrt{3}/2}{\pi/3}\right)^2$

$D = 400\pi^2 \frac{3 \cdot 9}{\pi^2 4} = \underline{2700}$ $\quad D_{dB} = 10 \log D = \underline{\underline{34.31\,dB}}$

③ $a = \frac{P_s}{P_0} = \frac{G_0}{4\pi d_1^2}\sigma \frac{1}{4\pi d_2^2} A_s$; $G_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2}\eta\pi r_0^2$; $\sigma = \pi r^2$; $A_s = \eta\pi r_s^2$

$a = \frac{\pi^2 \eta^2 r_0^2 r^2 r_s^2}{4\lambda^2 d_1^2 d_2^2} = \underline{1.755 \cdot 10^{-17}}$ $\quad a_{dB} = 10\log a = \underline{\underline{-167.56\,dB}}$ $\quad \lambda = \frac{c}{f} = \underline{0.038\,m}$

④ $|Q| = \frac{R-1}{R+1} = \underline{0.429}$ $\quad \Delta\varphi = \pm \arccos \frac{1-|Q|^2}{1+|Q|^2} = \underline{\underline{\pm 0.81\,rd = \pm 46.4^\circ}}$

$\Delta A = R ; \frac{1}{R} = \underline{\underline{2.5 ; 4}}$

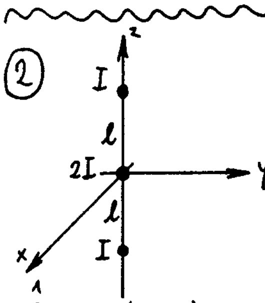
⑤ $\lambda = \frac{c}{f} = \underline{0.075\,m}$; $\rho_1 = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)\frac{\lambda}{2}} = \underline{23.7\,m}$

$R_e = \frac{4}{3}R_z = 8533\,km$; $h = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R_e} = \underline{13.2\,m}$ $\quad h' = \rho_1 + h = \underline{\underline{36.9\,m}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 26/9/1997

① $I = \dfrac{dQ}{dt} = j\omega Q \qquad |I| = 2\pi f\,|Q| = 2\pi \cdot 10^6 s^{-1} \cdot 10^{-7} As = \underline{0.628\,A}$

$$P = \frac{\pi Z_0 |I|^2 d^2}{3\lambda^2} = \frac{\pi \cdot 120\pi\Omega \cdot 0.628^2 A^2\, 1m^2}{3 \cdot 300^2 m^2} = \underline{\underline{1.73\,mW}} \qquad \lambda = \frac{c}{f} = 300m$$

② 

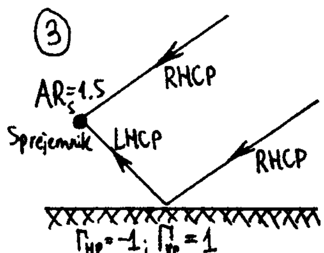
Binomska skupina: $F(\theta,\phi) = \cos^2\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)$

$$D = \frac{4\pi\,|F(\theta_{max},\phi_{max})|^2}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi \cos^4\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)\sin\theta\, d\theta} = \frac{2}{\int_{-1}^{1}\cos^4\left(\frac{kl}{2}u\right)du}$$

$$\int_{-1}^{1}\cos^4\left(\frac{kl}{2}u\right)du = \int_{-1}^{1}\frac{1}{4}\left(\cos(klu)+1\right)^2 du = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{2}\left(\cos(2klu)+1\right) + 2\cos(klu) + 1\right]du =$$

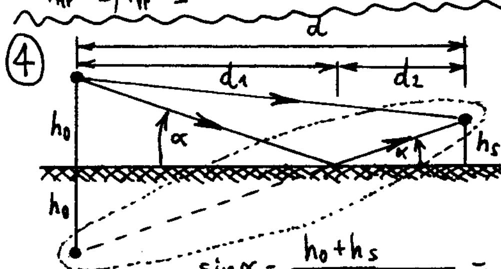
$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}\,\frac{1}{2kl}\,2\sin(2kl) + 1 + 2\,\frac{1}{kl}\,2\sin(kl) + 2\right] = \frac{1}{4}\left[\frac{\sin 2kl}{2kl} + 4\,\frac{\sin kl}{kl} + 3\right]$$

$$\underline{\underline{D = \frac{8}{\frac{\sin 2kl}{2kl} + 4\frac{\sin kl}{kl} + 3}}}$$

③ 

$E_s = E_0\left(1 + Q_s e^{j\varphi}\right)\ ; \quad \left|\dfrac{E_{smax}}{E_{smin}}\right| = \dfrac{1+|Q_s|}{1-|Q_s|} = AR_s$

$20\log\left|\dfrac{E_{smax}}{E_{smin}}\right| = 20\log AR_s = \underline{\underline{3.52\,dB}}$

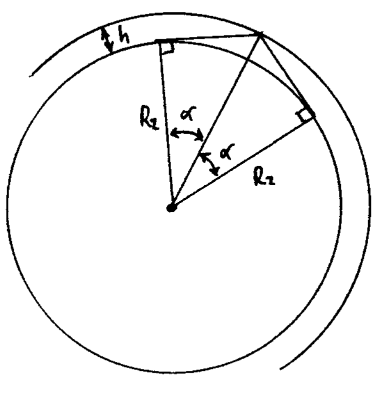
④ 

$d_1 = d\dfrac{h_0}{h_0+h_s} = \underline{6.67\,km}\ ; \quad d_2 = d\dfrac{h_s}{h_0+h_s} = \underline{3.33\,km}$

$\varrho_1 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}}} = \underline{14.9\,m}\ ; \quad A = \dfrac{\pi\varrho_1^2}{\sin\alpha} = \underline{\underline{23300\,m^2}}$

$\sin\alpha = \dfrac{h_0+h_s}{\sqrt{d^2+(h_0+h_s)^2}} = \underline{0.03}$

⑤ $\alpha = \arccos\dfrac{R_z}{R_z+h}\ ; \quad d = 2R_z\alpha = 2R_z \arccos\dfrac{R_z}{R_z+h} = \underline{\underline{3159\,km}}$



$\dfrac{MUF}{f_0} \approx \sqrt{\dfrac{R}{2h}} = \underline{\underline{4}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA - 04/03/1998

① $\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{150\,m}$ $\qquad \eta = \frac{R_s}{R_s + R_z} \longrightarrow R_s = R_z \frac{\eta}{1-\eta} = \underline{0.5051\,\Omega}$

$R_s = \frac{2\pi \Delta l^2 Z_0}{3\lambda^2} \longrightarrow \Delta l = \lambda \sqrt{\frac{R_s \cdot 3}{Z_0 \cdot 2\pi}} = \underline{3.794\,m}$ $\quad$ enakomerno upadajoča porazdelitev $\Big\}\ h = 2\Delta l = \underline{\underline{7.587\,m}}$

---

② $$D = \frac{4\pi \left| \int E(x,y)\, dA \right|^2}{\lambda^2 \int |E(x,y)|^2 dA} = \frac{4\pi \left| \int E_0 \cos\frac{\pi}{a}x \, dA \right|^2}{\lambda^2 \int |E_0 \cos \frac{\pi}{a} x|^2 dA} = \frac{4\pi |E_0|^2 \frac{4a^2b^2}{\pi^2}}{\lambda^2 |E_0|^2 \frac{ab}{2}} = \underline{\frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{8}{\pi^2} ab}$$

$\frac{a}{b} = \frac{4}{3} \rightarrow b = \frac{3a}{4}$; $D = \frac{32}{\pi\lambda^2}\frac{3a^2}{4} \longrightarrow a = \lambda\sqrt{\frac{\pi D}{24}} = \underline{\underline{10.85\,cm}}$; $b = \underline{\underline{8.14\,cm}}$ $\qquad D = 20\,dB = 100$

$\Delta l = \Delta\varphi / k = \frac{\Delta\varphi \cdot \lambda}{2\pi} = \underline{1.88\,mm}$ $\qquad \Delta l + l = \sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \approx l + \frac{a^2}{8l} + \frac{b^2}{8l} \rightarrow \Delta l \approx \frac{a^2+b^2}{8l}$

$l = \frac{a^2+b^2}{8\Delta l} = \underline{\underline{122.7\,cm}}$

---

③ $\vec{E} = \vec{1}_V E_V + \vec{1}_H E_H = \vec{1}_V \alpha I_V + \vec{1}_H \alpha I_H$; $E_D = \vec{E} \cdot \vec{1}_D^{\,*} = \alpha(I_V + jI_H)$; $E_L = \vec{E}\cdot\vec{1}_L^{\,*} = \alpha(I_V - jI_H)$

$Q = \frac{E_L}{E_D} = \frac{I_V - jI_H}{I_V + jI_H}$; $|Q| = \frac{R-1}{R+1} = \underline{0.0575}$ $\qquad R = 1\,dB = 10^{\frac{1}{20}} = \underline{1.122}$

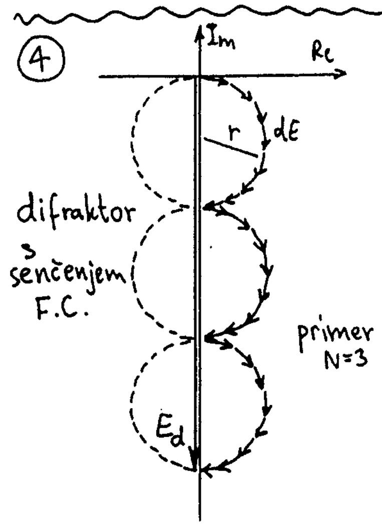
Ⓐ Različni amplitudi tokov: $I_H = -jaI_V$; $Q = \frac{I_V - j(-jaI_V)}{I_V + j(-jaI_V)} = \frac{1-a}{1+a} \longrightarrow a = \frac{1-Q}{1+Q} = \underline{\underline{0.8913}}$

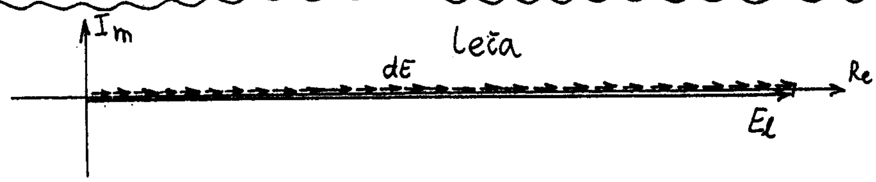
Ⓑ Napaka φ v fazi tokov: $I_H = -jI_V e^{j\varphi}$; $Q = \frac{I_V - j(-jI_V e^{j\varphi})}{I_V + j(-jI_V e^{j\varphi})} = \frac{1-e^{j\varphi}}{1+e^{j\varphi}}$; $|Q| = \frac{2\sin(\varphi/2)}{2\cos(\varphi/2)} = \mathrm{tg}(\varphi/2)$

$\varphi = 2\,\mathrm{arc\,tg}\,|Q| = \underline{\underline{6.58° = 0.115\,rd}}$

---

④





$$a = 20 \log \frac{|E_d|}{|E_\ell|} = 20 \log \frac{N \cdot 2r}{N \cdot 2\pi r} = \underline{\underline{-9.94\,dB}}$$

---

⑤ $\lambda = \alpha R$ (podobni trikotniki)

$\frac{d\lambda}{dh} = \alpha \frac{dR}{dh} = \alpha$; $\frac{d\lambda}{dn} = \frac{d}{dh}\left(\frac{\lambda_0}{n}\right) = -\frac{\lambda_0}{n^2}\frac{dn}{dh}$; $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

$\frac{dn}{dh} = -\frac{n^2}{\lambda_0}\alpha = -\frac{n^2}{\lambda_0}\frac{\lambda}{R} = -\frac{n}{R} \approx -\frac{1}{R} = \underline{\underline{-1.56 \cdot 10^{-7}\,m^{-1}}}$; $n \approx 1$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 17/6/1998

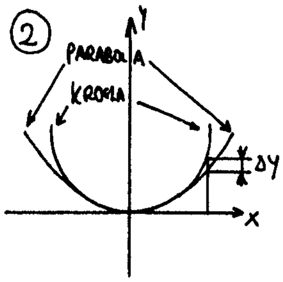
① $\vec{E} = \vec{1}_\phi \frac{\omega\mu_0}{j} \frac{I\Delta A}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r}\left(jk + \frac{1}{r}\right)\sin\theta$; $\vec{H} = \frac{I\Delta A}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left[\vec{1}_r\left(\frac{2jk}{r} + \frac{2}{r^2}\right)\cos\theta + \vec{1}_\theta\left(-k^2 + \frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\right]$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 300\,m \gg r = 10\,m \rightarrow$ statični členi

$\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{E_\phi}{H_\theta} = \frac{\frac{\omega\mu_0}{j}\frac{1}{r}\sin\theta}{\frac{1}{r^2}\sin\theta} = -j\omega\mu_0 r = -j\cdot 2\pi\cdot 10^6 s^{-1}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am}\cdot 10\,m \approx \underline{\underline{-j80\,\Omega}}$

$\theta \neq \frac{\pi}{2} \rightarrow$ manjši E_ϕ ; večji $H_r \rightarrow$ razmerje $|\vec{E}|/|\vec{H}|$ gre proti 0 pri $\theta = 0$ ali π

②



$y_p = \frac{D^2}{16f} = \frac{1\,m^2}{16\cdot 0.4\,m} = \underline{0.15625\,m}$ $\Delta y = y_K - y_p = \underline{0.01925\,m}$

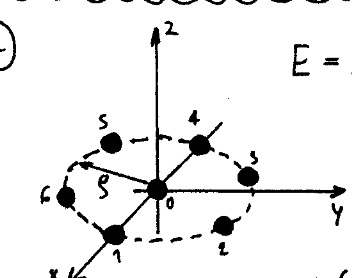
$y_K = R - \sqrt{R^2 - (D/2)^2} = \underline{0.1755\,m}$ $\Delta\varphi = 2k\Delta y = 2\frac{2\pi f}{c_0}\Delta y$

$f_{max} = \frac{c_0}{4\pi\Delta y}\Delta\varphi_{max} = \frac{3\cdot 10^8 m/s}{4\pi\cdot 0.01925\,m}\cdot\frac{\pi}{4} = \underline{\underline{974\,MHz}}$

③ $P = \frac{1}{2}\cdot\frac{dS}{df}\cdot B\cdot\eta\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\,1.5\cdot 10^{-21}\frac{W}{m^2 Hz}\cdot 10^6 Hz\cdot 0.6\pi\cdot 25\,m^2 = \underline{\underline{3.53\cdot 10^{-14} W}}$

samo ena polarizacija (linearna ali krožna, rezultat je enak!)

④



$\varrho = \frac{\lambda}{2}$; $k\varrho = \pi$

$E = E_0\left(1 + e^{-jk\Delta r_1} + e^{-jk\Delta r_2} + e^{-jk\Delta r_3} + e^{-jk\Delta r_4} + e^{-jk\Delta r_5} + e^{-jk\Delta r_6}\right)$

$\Delta r_1 = \varrho\cos\theta_x = \varrho\sin\theta\cos\phi$; $\Delta r_2 = \varrho\sin\theta\cos\left(\phi - \frac{\pi}{3}\right)$; $\Delta r_i = \varrho\sin\theta\cos\left(\phi - (i-1)\frac{\pi}{3}\right)$

$E = E_0\left(1 + 2\cos(k\varrho\sin\theta\cos\phi) + 2\cos\left(k\varrho\sin\theta\cos\left(\phi - \frac{\pi}{3}\right)\right) + 2\cos\left(k\varrho\sin\theta\cos\left(\phi - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\right)$

$\underline{\underline{F(\theta,\phi) = 1 + 2\cos(\pi\sin\theta\cos\phi) + 2\cos\left(\pi\sin\theta\cos\left(\phi - \frac{\pi}{3}\right)\right) + 2\cos\left(\pi\sin\theta\cos\left(\phi - \frac{2\pi}{3}\right)\right)}}$

⑤ $a = 16 + 20\log\frac{H'}{\varrho_1}$ [dB] $\rightarrow H' = \varrho_1 10^{\frac{a-16}{20}} = \varrho_1 10^{\frac{22-16}{20}} \approx \underline{2\varrho_1}$; $d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \underline{25\,km}$

$\varrho_1 = \sqrt{\frac{d_1 d_2 \lambda}{d_1 + d_2}} = \sqrt{\frac{25\cdot 25\cdot 10^6 m^2\cdot 1\,m}{50\cdot 10^3 m}} = \sqrt{1.25\cdot 10^4 m^2} = \underline{111.8\,m}$; $\underline{H' = 2\varrho_1 = 223.6\,m}$

$R_e = 4/3\,R_z = \underline{8533\,km}$

$H_z = R_e - \sqrt{R_e^2 - (d/2)^2} \approx R_e - R_e\left(1 - \frac{(d/2)^2}{2R_e^2}\right) = \frac{(d/2)^2}{2R_e} = \underline{36.6\,m}$

$H = H' - H_z = 223.6\,m - 36.6\,m = \underline{\underline{187\,m}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA – 10/7/1998

① Tokovni element: $\vec{H}_m = \vec{1}_\phi \frac{I\Delta l}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(jk+\frac{1}{r}\right)\sin\theta \approx \vec{1}_\phi \frac{I\Delta l}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r^2}\sin\theta$

$(r \ll \lambda)$

$$\vec{E}_m = \frac{I\Delta l}{4\pi} Z_0 \frac{e^{-jkr}}{r}\left[\vec{1}_r\left(\frac{2}{r}+\underline{\frac{2}{jkr^2}}\right)\cos\theta + \vec{1}_\theta\left(jk+\frac{1}{r}+\frac{1}{jkr^2}\right)\sin\theta\right] \approx \vec{1}_r \frac{I\Delta l}{4\pi} Z_0 \frac{2e^{-jkr}}{jkr^3}\cos\theta$$

$$\left|\frac{E_m}{H_m}\right| \approx \frac{2Z_0}{kr}\ ; \quad \frac{E_s}{H_s} = Z_0 \rightarrow a = \left|\frac{H_s/H_m}{E_s/E_m}\right| = \frac{2}{kr} = \frac{2\lambda}{2\pi r} = \frac{c_0}{\pi f r} = \frac{3\cdot 10^8\,\text{m/s}}{\pi\, 10^6\,\text{s}^{-1}\cdot 10\,\text{m}} = \underline{\underline{9.54 = 19.6\,\text{dB}}}$$

---

② $S_0 = S_{max}\left(1-\frac{\rho}{r}\right) \rightarrow E_0 = E_{max}\sqrt{1-\frac{\rho}{r}}$ $\qquad u = 1-\frac{\rho}{r}\ ;\ \rho = r(1-u)\ ;\ d\rho = -r\,du$

$$D = \frac{4\pi\left|\int_A E_0\,dA\right|^2}{\lambda^2\int_A |E_0|^2 dA} = \frac{4\pi\left|\int_0^{2\pi}\int_0^r E_0\,\rho\,d\rho\,d\varphi\right|^2}{\lambda^2\int_0^{2\pi}\int_0^r |E_0|^2\rho\,d\rho\,d\varphi} = \frac{4\pi(2\pi)^2\left|\int_0^r\sqrt{1-\frac{\rho}{r}}\,\rho\,d\rho\right|^2}{\lambda^2\, 2\pi\int_0^r\left(1-\frac{\rho}{r}\right)\rho\,d\rho} = \frac{8\pi^2\left|\int_1^0\sqrt{u}\,r(1-u)(-r\,du)\right|^2}{\lambda^2\left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^2}{3}\right)}$$

$r = 12\lambda$

$$D = \frac{8\pi^2 r^4}{\lambda^2 r^2/6}\left|\int_0^1\sqrt{u}(1-u)\,du\right|^2 = \frac{48\pi^2 r^2}{\lambda^2}\left|\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\right|^2 = \frac{48\pi^2 r^2}{\lambda^2}\cdot\frac{16}{225} = \frac{768\pi^2}{225\lambda^2}r^2 = \frac{768\pi^2}{225}144 = \underline{\underline{4851 = 36.9\,\text{dB}}}$$

$$\eta = \frac{A_{eff}}{A} = \frac{D\lambda^2/4\pi}{\pi r^2} = \frac{D\lambda^2}{4\pi^2 r^2} = \frac{768}{4\cdot 225} = \frac{192}{225} = \frac{64}{75} = \underline{\underline{85.33\%}}$$

---

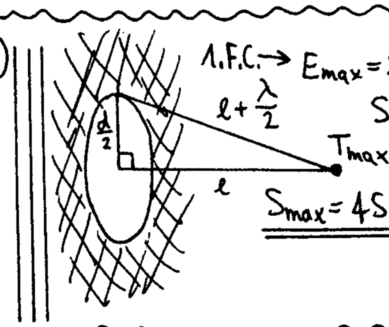
③ $F(\theta,\phi) = 1+\cos\theta$ $\qquad u = \cos\theta\ ;\ du = -\sin\theta\,d\theta$

$$T_A = \frac{\int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 T(\theta,\phi)\,d\Omega}{\int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F(\theta,\phi)|^2 T(\theta,\phi)\sin\theta\,d\theta\,d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F(\theta,\phi)|^2\sin\theta\,d\theta\,d\phi} = \frac{2\pi\int_{-1}^{1}(1+u)^2 T(u)\,du}{2\pi\int_{-1}^{1}(1+u)^2 du} = \frac{\int_{-1}^{0}(1+u)^2 T_Z\,du + \int_0^1(1+u)^2 T_N\,du}{\left(u+u^2+\frac{u^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1}}$$

$$T_A = \frac{1/3\,T_Z + 7/3\,T_N}{8/3} = \frac{T_Z + 7T_N}{8} = \frac{300\text{K}+7\cdot 4\text{K}}{8} = \frac{328\text{K}}{8} = \underline{\underline{41\text{K}}}$$

---

④



1.F.C. $\rightarrow E_{max} = 2E_0$ $\qquad S = \frac{|E|^2}{2Z_0}$

$\underline{\underline{S_{max} = 4S_0 = 60\,\text{W/m}^2}}$

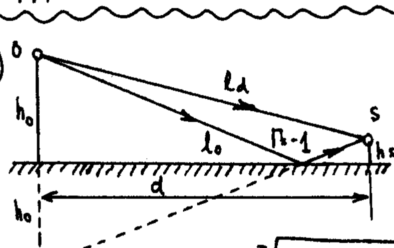
$$\left(l+\frac{\lambda}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$l^2 + l\lambda + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$l = \frac{(d/2)^2 - (\lambda/2)^2}{\lambda} = \frac{0.25\,\text{m}^2 - 0.0025\,\text{m}^2}{0.1\,\text{m}} = \underline{\underline{2.475\,\text{m}}}$$

---

⑤



$$E = E_d + E_o = C\frac{e^{-jkl_d}}{l_d} + \Gamma C\frac{e^{-jkl_o}}{l_o} \approx C\frac{e^{-jkl_d}}{l_d}\underbrace{\left(1+\Gamma e^{-jk(l_o-l_d)}\right)}_{\text{velikost } 1\,!}$$

$$1 = \left|\left(1-e^{-jk(l_o-l_d)}\right)\right| \longrightarrow k(l_o-l_d) = \frac{\pi}{3}\ ;\ \underline{l_o-l_d = \frac{\lambda}{6} = 5\,\text{cm}}$$

$$l_o - l_d = \sqrt{d^2+(h_o+h_s)^2} - \sqrt{d^2+(h_o-h_s)^2} \approx d + \frac{(h_o+h_s)^2}{2d} - d - \frac{(h_o-h_s)^2}{2d} = \frac{4h_oh_s}{2d} = \frac{2h_oh_s}{d}$$

$$h_o = \frac{d(l_o-l_d)}{2h_s} = \frac{1000\,\text{m}\cdot 0.05\,\text{m}}{2\cdot 1.5\,\text{m}} = \frac{50}{3}\,\text{m} = \underline{\underline{16.67\,\text{m}}}$$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 14/9/1998

① $\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{30m}$ $\quad A = \pi r^2 = \underline{0.785m^2}$ $\quad R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2}{3\lambda^4} = \underline{0.0237\Omega}$

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\gamma}} = \underline{21.3\mu m}$ $\quad R_{cu} = \frac{2\pi r}{2\pi r_0 \delta\gamma} = \underline{0.084\Omega}$ $\quad \eta = \frac{R_s}{R_s+R_{cu}} = \underline{\underline{22\%}}$

② $\eta_0 = \frac{D}{\frac{4\pi}{\lambda^2}A} = \frac{D}{\frac{4\pi}{\lambda^2}\pi(5\lambda)^2} = \frac{D}{100\pi^2} = \frac{200}{100\pi^2} = \underline{\underline{20.3\%}}$ $\quad$ $\underline{D = 23dBi = 200}$, $\underline{A = \pi r^2 = \pi(5\lambda)^2}$

$\varphi = \varphi_m\left(\frac{\rho}{r}\right)^2$; $D = \frac{4\pi\left|\int_{A'}E_0 dA'\right|^2}{\lambda^2\int_{A'}|E_0|^2 dA'} = \frac{4\pi(2\pi)^2\left|\int_0^r e^{j\varphi}\rho d\rho\right|^2}{\lambda^2 2\pi\int_0^r\rho d\rho} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2 r^2}\left|\int_0^{r^2} e^{j\varphi_m\frac{\rho^2}{r^2}}d\rho^2\right|^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2 r^2}\frac{r^4}{\varphi_m^2}\left|e^{j\varphi_m}-1\right|^2$

$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}(\pi r^2)\left(\frac{\sin(\varphi_m/2)}{\varphi_m/2}\right)^2 \longrightarrow \underline{\frac{\sin(\varphi_m/2)}{\varphi_m/2} = \sqrt{\eta_0} = 0.4502}$ $\quad \frac{\sin x}{x} = a \rightarrow f(x) = \sin x - ax = 0$

NEWTON: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$x_{n+1} = x_n - \frac{\sin x_n - a x_n}{\cos x_n - a}$: $x_0 = \frac{\pi}{2} = 1.5708$; $x_1 = 2.2214$; $x_2 = 2.0279$; $x_3 = 2.0105$; $x_4 = 2.0103$

$\underline{\underline{\varphi_m = 2x = 4.0206\,rd = 230.37^\circ}}$

③ RECIPROČNOST: (Glej predavanja Huygensov izvor)

$\vec{1}_s\cdot\vec{E} = \frac{1}{I_s\Delta l_s}\int_V(\vec{E}_s\cdot\vec{J} - \vec{H}_s\cdot\vec{J}_m)dV = \frac{1}{I_s\Delta l_s}\left(\vec{E}_s\cdot\vec{1}_x I_0\Delta l + \vec{E}_s\cdot\vec{1}_y(-jI_0\Delta l)\right)$

RHCP v smeri +Z

$\vec{E}_s = \vec{1}_{\theta_s}\frac{I_s\Delta l_s}{4\pi}jkZ_0\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\Theta_s \rightarrow \underline{\vec{1}_s\cdot\vec{E} = \frac{jkZ_0}{4\pi}I_0\Delta l\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_x - j\vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_y\right)}$

$\vec{1}_s = \vec{1}_\theta \rightarrow \vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_x = -\cos\Theta\cos\phi$; $\vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_y = -\cos\Theta\sin\phi \rightarrow \underline{E_\Theta = \frac{jkZ_0}{4\pi}I_0\Delta l\frac{e^{-jkr}}{r}\left(-\cos\Theta\cos\phi + j\cos\Theta\sin\phi\right)}$

$\vec{1}_s = \vec{1}_\phi \rightarrow \vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_x = \sin\phi$; $\vec{1}_{\theta_s}\cdot\vec{1}_y = -\cos\phi \longrightarrow \underline{E_\phi = \frac{jkZ_0}{4\pi}I_0\Delta l\frac{e^{-jkr}}{r}\left(\sin\phi + j\cos\phi\right)}$

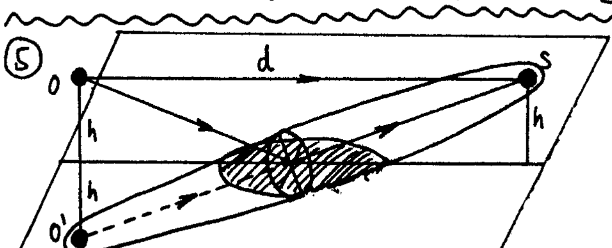
$E_D = \vec{E}\cdot\vec{1}_D^* = \left(\vec{1}_\theta E_\theta + \vec{1}_\phi E_\phi\right)\cdot\left(\vec{1}_\theta + j\vec{1}_\phi\right)/\sqrt{2} = \underline{\frac{jkZ_0}{4\pi}\frac{I_0\Delta l}{\sqrt{2}}\frac{e^{-jkr}}{r}\left[-(\cos\Theta+1)\cos\phi + j(\cos\Theta+1)\sin\phi\right]}$

$\underline{\underline{F(\Theta,\phi) = (\cos\Theta+1)(-\cos\phi + j\sin\phi)\ ;\ |F(\Theta,\phi)| = \cos\Theta+1}}$

④ $T_A = \int_{4\pi}T(\theta,\phi)|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega \Big/ \int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega$; $\Delta T = \int_{\Omega_0}T_r|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega \Big/ \int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega \overset{\Delta T \ll T_r}{\approx} \frac{D}{4\pi}T_r\Omega_0$; $\Omega_0 = \frac{A}{d^2}$

$D = 4\pi\frac{\Delta T}{T_r}\frac{1}{\Omega_0} = 4\pi\frac{\Delta T}{T_r}\frac{d^2}{A} = 4\pi\frac{0.1K}{20K}\frac{100m^2}{1m^2} = \underline{\underline{6.28 = 8dBi}}$

⑤



$\rho_1 = \sqrt{\frac{d\lambda}{4}} = \underline{9.35m}$ $\quad \underline{\lambda = \frac{c_0}{f} = 5cm}$

Presek ≈ elipsa: $b \approx \rho_1$; $a \approx \rho_1\frac{d}{2h} = \underline{327.4m}$

$\underline{\underline{A = \pi ab = 9621\,m^2}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 8/1/1999

① linearna porazdelitev: $R_{s_1} = \frac{\pi Z_0}{6}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 = 197.4\,\Omega \cdot 0.07^2 = \underline{\underline{0.967\,\Omega}}$

kosinusna porazdelitev: $R_{s_2} = \frac{8 Z_0}{3\pi}\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 = 320\,\Omega \cdot 0.07^2 = \underline{\underline{1.568\,\Omega}}$

---

② $E = \alpha I \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} + \alpha \frac{I}{2}\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \alpha \frac{I}{4}\frac{e^{-jkr_2}}{r_2} + \ldots\ldots$; $r_1 = r_0 - d\cos\Theta$

$r_2 = r_0 - 2d\cos\Theta$

$E = \frac{\alpha I e^{-jkr_0}}{r_0}\left(1 + \frac{1}{2}e^{jkd\cos\theta} + \frac{1}{4}e^{jk2d\cos\theta} + \ldots + \frac{1}{2^n}e^{jknd\cos\theta} + \ldots\right)$; $r_n = r_0 - nd\cos\Theta$

$1 + x + x^2 + \ldots x^n + \ldots = \frac{1}{1-x}$

$E = \frac{\alpha I e^{-jkr_0}}{r_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{jkd\cos\theta}}$; $\underline{\underline{F(\theta,\phi) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{3}\cos\theta}}}}$ $d = \frac{\lambda}{3}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $kd = \frac{2\pi}{3}$

---

③ $h = \frac{D^2}{16f}$; $\alpha = \mathrm{arctg}\frac{D/2}{f-h} = \mathrm{arctg}\frac{D/2}{f - \frac{D^2}{16f}} = \mathrm{arctg}\frac{1}{2\left(\frac{f}{D}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{D}{f}\right)} = \underline{1.117\,\mathrm{rd}}$

$T_A = \frac{T_N \int_0^\alpha |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta\, d\theta + T_Z \int_\alpha^\pi |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta\, d\theta}{\int_0^\pi |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta\, d\theta}$; $|F(\theta,\phi)|^2 = (1+\cos\theta)^2 = 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta$

$\int |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta\, d\theta = -\mu - \mu^2 - \frac{\mu^3}{3}$; $\mu = \cos\theta$

$T_A = \frac{4\mathrm{K}\cdot\left(\frac{7}{3} - 0.658\right) + 290\mathrm{K}\left(0.658 + \frac{1}{3}\right)}{8/3} = \underline{\underline{110.4\,\mathrm{K}}}$

$\underline{\cos\alpha = 0.438}$

$\underline{-\cos\alpha - \cos^2\alpha - \frac{\cos^3\alpha}{3} = -0.658}$

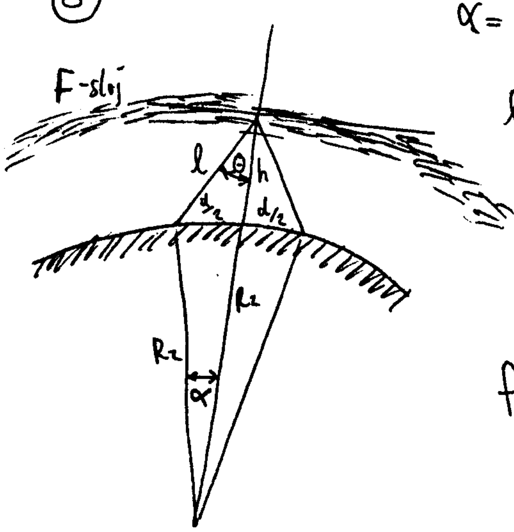
---

④ $a\,[\mathrm{dB}] = 16 + 20\log\frac{H}{\rho_1} \longrightarrow \rho_1 = H \cdot 10^{-\frac{a-16}{20}}$; $\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}} \propto \sqrt{\lambda}$

$\frac{\lambda_m}{\lambda_1} = \frac{\rho_{1m}^2}{\rho_{11}^2} = \left(\frac{H \cdot 10^{-\frac{a_m - 16}{20}}}{H \cdot 10^{-\frac{a_1 - 16}{20}}}\right)^2 = 10^{-\frac{a_m - a_1}{10}}$; $\frac{f_m}{f_1} = \frac{\lambda_m}{\lambda_1}$; $f_m = f_1 10^{\frac{a_m - a_1}{10}} = \underline{\underline{1\,\mathrm{GHz}}}$

---

⑤



$\alpha = \frac{d/2}{R_Z} = \underline{0.078\,\mathrm{rd}}$ $R_Z = 6400\,\mathrm{km}$, $R_Z + h = 6700\,\mathrm{km}$

$\ell = \sqrt{R_Z^2 + (R_Z+h)^2 - 2R_Z(R_Z+h)\cos\alpha} = \underline{593\,\mathrm{km}}$ (kosinusni izrek)

$\sin\Theta = \frac{R_Z}{\ell}\sin\alpha = \underline{0.842}$ (sinusni izrek)

$\sin\Theta = n = \sqrt{1 - (f_p/f)^2}$ Snell-ov zakon za popolni odboj

$f_p = f\sqrt{1 - \sin^2\Theta} = 12\,\mathrm{MHz} \cdot 0.539 = \underline{\underline{6.466\,\mathrm{MHz}}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 9/4/1999

(1) $\vec{E}_s = \vec{1}_{\Theta s}\frac{jkZ}{4\pi} I_s l_s \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\Theta_s$; $\vec{E}\cdot\vec{1}_s = \frac{1}{I_s l_s}\int_V\left(\vec{E}_s\cdot\vec{J} - \vec{H}_s\cdot\vec{J}_m\right)dV = \frac{\vec{E}_s}{I_s l_s}\cdot\left(\vec{1}_x + j\vec{1}_y\right) I_1 d$

$$\vec{1}_\Theta = \vec{1}_s \to \begin{cases}\vec{1}_{\Theta s}\cdot\vec{1}_x = -\cos\Theta\cos\phi \\ \vec{1}_{\Theta s}\cdot \vec{1}_y = -\cos\Theta\sin\phi\end{cases} \qquad \vec{1}_\phi=\vec{1}_s \longrightarrow \begin{cases} \vec{1}_{\Theta s}\cdot\vec{1}_x = \sin\phi\\ \vec{1}_{\Theta s}\cdot\vec{1}_y = -\cos\phi\end{cases}$$

$$E_\Theta = -\frac{jkZ}{4\pi}I_1 d\frac{e^{-jkr}}{r}\cos\Theta(\cos\phi + j\sin\phi) \qquad E_\phi = \frac{jkZ}{4\pi} I_1 d \frac{e^{-jkr}}{r}(\sin\phi - j\cos\phi)$$

(2) $E_0 = \alpha(1-r/r_0)$

$$D = \frac{4\pi\left|\int_A E_0 dA\right|^2}{\lambda^2\int_A|E_0|^2 dA} \qquad \eta = \frac{A_{ef}}{A^*} = \frac{D\lambda^2}{4\pi A^*} = \frac{\left|\int_{A^*}E_0 dA\right|^2}{A^*\int_A |E_0|^2 dA} = \frac{|\alpha|^2(2\pi)^2\left|\int_0^a(1-r/r_0)\,r\,dr\right|^2}{|\alpha|^2\pi a^2\, 2\pi\int_0^{r_0}|1-r/r_0|^2 r\,dr} = \frac{2\left[\frac{a^2}{2}-\frac{a^3}{3r_0}\right]^2}{a^2\frac{r_0^2}{12}}$$

$A=\pi r_0^2$

r_0 = polmer snopa žarilca ; a = polmer odprtine ; $a/r_0 = x \le 1$ samo glavni snop ; $A^* = \pi a^2$

$\eta = 6(a/r_0)^2 - 8(a/r_0)^3 + 8/3\,(a/r_0)^4 = 2/3\,(9x^2-12x^3+4x^4)$; $0 = \frac{d\eta}{dx} = 2/3\,(18x-36x^2+16x^3) = 4/3\,x(9-18x+8x^2)$

$x = \frac{18\pm\sqrt{18^2-4\cdot8\cdot9}}{16} = \begin{cases}3/2\\ 3/4\end{cases}$ $x = a/r_0 = 0.75$ $\quad \frac{E(r=a)}{E(r=0)} = 1-a/r_0 = \underline{0.25 = -12dB}$

(3) $P_s = P_0 G_0 \frac{1}{4\pi d^2}\sigma\frac{1}{4\pi d^2}A_s\eta_s = P_0\frac{\sigma A^2\eta^2}{4\pi\lambda^2 d^4} \to d = \sqrt[4]{\frac{P_0\sigma A^2\eta^2}{P_s 4\pi\lambda^2}} = r\sqrt[4]{\frac{\pi P_0 \eta^2\sigma}{4P_s\lambda^2}}$; $A=\pi r^2$, $r=2.5m$

$\sigma = 3m^2 \to d = 2.5m\sqrt[4]{\frac{\pi\cdot10^6 W\cdot 0.7^2\cdot 3m^2}{4\cdot0.05\cdot10^{-12}W\cdot0.01m^2}} = \underline{548km}$; $\sigma=0.01m^2\to d = 2.5m\sqrt[4]{\frac{\pi\cdot10^6W\cdot0.7^2\cdot0.01m^2}{4\cdot0.05\cdot10^{-12}W\cdot0.01m^2}} = \underline{132km}$

(4) Majhen A → zanemarimo kvadratno napako faze

$A \ll A_1 = \pi\rho_1^2 \to E = \frac{\pi}{2}E_1\frac{A}{A_1} = \pi E_\infty\frac{A}{A_1} \to A = a^2 = \frac{A_1 E}{\pi E_\infty} = \rho_1^2\frac{E}{E_\infty}$; $\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}}$

$a = \sqrt{\lambda\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}\cdot\frac{E}{E_\infty}} = \sqrt{0.01m\,\frac{25m^2}{10m}\cdot0.1} = \sqrt{0.0025m^2} = \underline{0.05m = 5cm}$ $\quad \frac{E}{E_\infty} = -20dB = \frac{1}{10}$; $d_1=d_2=\frac{d}{2}=5m$

(5) $R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \to |Q| = \frac{R-1}{R+1} = \frac{1}{3}$; $|Q| = \left|\frac{E_L}{E_D}\right| = |\Gamma| = \underline{0.33}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA - 2/7/1999

(1) $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{10^{-6}H \cdot 10^{-10}F}} = \underline{15.9\,MHz}$ $\quad \lambda = \dfrac{c_0}{f} = \dfrac{3\cdot 10^8 m/s}{15.9\cdot 10^6/s} = \underline{18.85\,m}$

$R = \dfrac{2\pi Z_0 h^2}{3\lambda^2} = \dfrac{2\pi \cdot 120\pi\,\Omega \cdot 1m^2}{3\cdot(18.85m)^2} = \underline{2.22\,\Omega}$ $\quad Q = \dfrac{2\pi f L}{R} = \dfrac{2\pi\cdot 15.9\cdot 10^6/s \cdot 10^{-6}H}{2.22\,\Omega} = \underline{\underline{45}}$

---

(2) $f = \dfrac{d^2}{16h} = \dfrac{1m^2}{16\cdot 0.125m} = \underline{0.5m}$ $\quad \dfrac{1}{r'} = \dfrac{1}{f} - \dfrac{1}{r} = \dfrac{1}{0.5m} - \dfrac{1}{10m} = \underline{1.9\,m^{-1}} \rightarrow \underline{\underline{r' = 0.526m}}$

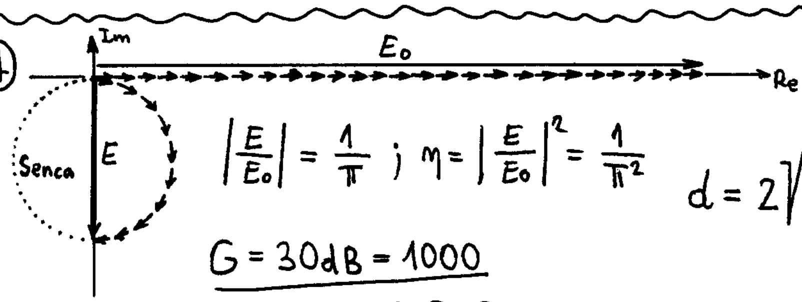
---

(3) $R = \dfrac{1+|Q|}{1-|Q|} \longrightarrow |Q| = \dfrac{R-1}{R+1} = \underline{1/3}$; $\max|1+Q_0Q_s| = 1+|Q|^2 = \underline{10/9}$; $\min|1+Q_0Q_s| = 1-|Q|^2 = \frac{8}{9}$

$a = \dfrac{|1+Q_0Q_s|^2}{(1+|Q_0|^2)\cdot(1+|Q_s|^2)}$; $a_{max} = \dfrac{(10/9)^2}{(10/9)\cdot(10/9)} = \underline{\underline{1 = 0dB}}$; $a_{min} = \dfrac{(8/9)^2}{(10/9)\cdot(10/9)} = \underline{\underline{0.64 = -1.94dB}}$

---

(4)



$A = \dfrac{\lambda^2 G}{4\pi\eta}$; $\lambda = \dfrac{c_0}{f} = \underline{0.075m}$

$\left|\dfrac{E}{E_0}\right| = \dfrac{1}{\pi}$; $\eta = \left|\dfrac{E}{E_0}\right|^2 = \dfrac{1}{\pi^2}$ $\quad d = 2\sqrt{\dfrac{A}{\pi}} = 2\lambda\sqrt{\dfrac{G}{4\pi^2\eta}} = 0.15m\sqrt{250} = \underline{\underline{2.37m}}$

$\underline{G = 30dB = 1000}$

---

(5)

$R = -\dfrac{n}{\frac{dn}{dh}} \approx -\dfrac{1}{\frac{dn}{dh}} = -\dfrac{1}{-4.2\cdot 10^{-8}m^{-1}} = \underline{23810\,km}$

$d = \sqrt{(R_Z+H)^2 - R_Z^2} = \sqrt{2R_ZH + H^2} = \sqrt{6378.25\,km^2} = \underline{79.9\,km}$

$R_e = \dfrac{1}{\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}} = \underline{8712\,km}$; $d' = \sqrt{2R_eH + H^2} = \underline{93.3\,km}$ $\quad \underline{\underline{d'-d = 13.4\,km}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA – 22/10/1999

① $a \ll \lambda$

$I = I_0 e^{j\varphi}$ $\quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \vec{J}(\vec{r}')\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dv \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^{2\pi}\vec{1}_\varphi I_0 e^{j\varphi}\frac{e^{-jk(r-a\sin\theta\cos(\phi-\varphi))}}{r-a\sin\theta\cos(\phi-\varphi)}a\,d\varphi$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(r\sin\theta\cos\phi - a\cos\varphi)^2+(r\sin\theta\sin\phi-a\sin\varphi)^2+r^2\cos^2\theta} = \sqrt{r^2+a^2-2ra\sin\theta\cos(\phi-\varphi)} \approx r-a\sin\theta\cos(\phi-\varphi)$$

$$\vec{A} \approx \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\cdot a\int_0^{2\pi}\left(-\vec{1}_x\sin\varphi+\vec{1}_y\cos\varphi\right)(\cos\varphi+j\sin\varphi)\underbrace{\left(1+\frac{a}{r}\sin\theta\cos(\phi-\varphi)\right)e^{jka\sin\theta\cos(\phi-\varphi)}}_{}d\varphi$$

ZANEMARLJIVO MAJHNA ČLENA PRI $r \gg a$, $\lambda \gg a$

$$\vec{A} \approx \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\cdot a\pi\left(-\vec{1}_x j+\vec{1}_y\right) \quad ; \quad \begin{aligned}\vec{1}_x &= \vec{1}_r\sin\theta\cos\phi+\vec{1}_\theta\cos\theta\cos\phi-\vec{1}_\phi\sin\phi\\ \vec{1}_y &= \vec{1}_r\sin\theta\sin\phi+\vec{1}_\theta\cos\theta\sin\phi+\vec{1}_\phi\cos\phi\end{aligned}$$

$$\vec{A} \approx \frac{\mu_0 I_0 a}{4}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\left[\vec{1}_r\sin\theta(\sin\phi-j\cos\phi)+\vec{1}_\theta\cos\theta(\sin\phi-j\cos\phi)+\vec{1}_\phi(\cos\phi+j\sin\phi)\right]$$

$$\vec{E} \approx -j\omega\left(\vec{A}-\vec{1}_r(\vec{A}\cdot\vec{1}_r)\right) \approx \underline{\underline{-j\omega\frac{\mu_0 I_0 a}{4}\cdot\frac{e^{-jkr}}{r}\cdot\left[\vec{1}_\theta\cos\theta(\sin\phi-j\cos\phi)+\vec{1}_\phi(\cos\phi+j\sin\phi)\right]}}$$

---

② $F(\theta,\phi) = 1+2\cos(ka\cos\theta_x) = \underline{\underline{1+2\cos(1.2\pi\sin\theta\cos\phi)}}$ $\qquad ka = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0.6\lambda = 1.2\pi$

$u = \cos\theta_x \qquad du = -\sin\theta_x d\theta_x$

$$D = \frac{4\pi|F(\theta_{max},\phi_{max})|^2}{\int|F(\theta,\phi)|^2d\Omega} = \frac{4\pi\cdot|3|^2}{2\pi\int_0^\pi|1+2\cos(ka\cos\theta_x)|^2\sin\theta_x d\theta_x} = \frac{18}{\int_{-1}^{+1}(1+2\cos(kau))^2du} = \frac{18}{\int_{-1}^{+1}(1+4\cos(kau)+4\cos^2(kau))du}$$

$$D = \frac{18}{2+\frac{4}{ka}2\sin(ka)+2\int_{-1}^{1}(1+\cos(2kau))du} = \frac{18}{6+8\frac{\sin ka}{ka}+4\frac{\sin 2ka}{2ka}} = \underline{\underline{3.424}}$$

---

③ $F(\theta,\phi) = A(\theta,\phi)e^{j3\pi\cos\phi} = A(\theta,\phi)e^{-jkd\cos\phi} \rightarrow kd = -3\pi \;;\; d = \frac{-3\pi}{k} = \frac{-3\pi\lambda}{2\pi} = -\frac{3}{2}\frac{c}{f} = \underline{\underline{4.5\,\mathrm{cm}}}$

---

④ $\varphi_1 = \pi\left(\frac{H}{\rho_1}\right)^2 = \pi\left(\frac{30}{25}\right)^2 = 4.524\,\mathrm{rd} \;;\; \varphi_2 = \varphi_1+\pi = \pi\left(\frac{H+d}{\rho_1}\right)^2 \rightarrow d = \rho_1\sqrt{\frac{\varphi_1+\pi}{\pi}}-H = \underline{\underline{9.051\,\mathrm{m}}}$

$w = \rho_1\sqrt{\frac{\varphi_1+2\pi}{\pi}}-H-d = \underline{\underline{7.317\,\mathrm{m}}}$

---

⑤ $$n = \sqrt{1-\frac{NQ_e^2}{\omega^2\varepsilon_0 m_e}} = \sqrt{1-\frac{NQ_e^2}{(2\pi f)^2\varepsilon_0 m_e}} = \sqrt{1-\frac{10^{12}\,\mathrm{m}^{-3}\cdot 2.56\cdot10^{-38}\,\mathrm{A^2s^2}\,4\pi\cdot9\cdot10^9\,\mathrm{V/m}}{(6.28\cdot10^7\,\mathrm{s}^{-1})^2\cdot 9.1\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg\,As}}} = \underline{\underline{0.441}}$$

$\lambda = \frac{c}{f\cdot n} = \frac{3\cdot10^8\,\mathrm{m/s}}{10^7\,\mathrm{s}^{-1}\cdot0.441} = \underline{\underline{68.1\,\mathrm{m}}} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{68.1\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0.092\,\mathrm{rd/m}}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 07/04/2000

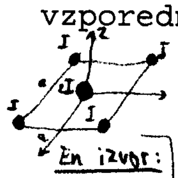
1. Srednjevalovni radijski sprejemnik na frekvenci f=900kHz ima žično anteno dolžine l=3m, ki ima kapacitivnost C=40pF proti ohišju radijskega sprejemnika. Določite sevalni izkoristek eta=? takšne antene, če vnaša izgube predvsem zaporedna tuljava za kompenzacijo kapacitivnega dela impedance s kvaliteto Q=100! Tok na antenski žici linearno upada proti nič na koncu žice, prispevek sevanja toka po ohišju sprejemnika pa je zanemarljiv.

$$\Delta l = \frac{l}{2} = \underline{1{,}5m} \qquad R_s = \frac{2\pi \Delta l^2 Z_0}{3\lambda^2} = \frac{2\pi \cdot 2.25m^2 \cdot 120\pi\Omega}{3 \cdot 333^2 m^2} = \underline{0{,}016\Omega}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{333m} \qquad R_L = \frac{\omega L}{Q} = \frac{1}{\omega C Q} = \frac{1}{2\pi \cdot 900 \cdot 10^3 s^{-1} \cdot 40 \cdot 10^{-12} As \cdot 100} V = \underline{44.2\Omega}$$

$$\eta = \frac{R_s}{R_s + R_L} = \underline{\underline{0{,}036\%}}$$

2. Zapišite smerni diagram skupine F(theta,fi), ki jo sestavlja pet izotropnih izvorov! Štirje izvori se nahajajo v ogliščih kvadrata s stranico a=lambda in so napajani z enakim tokom I, peti izvor pa je v središču kvadrata in dobi dvojni tok 2I. Kvadrat leži v ravnini XY v izhodišču, stranici sta vzporedni koordinatnema osema X in Y.



En izvor: $E = \alpha I$

Skupina:

$$E = \alpha I \left(e^{j\frac{ka}{2}\cos\Theta_x} e^{j\frac{ka}{2}\cos\Theta_y} + e^{-j\frac{ka}{2}\cos\Theta_x} e^{j\frac{ka}{2}\cos\Theta_y} + e^{j\frac{ka}{2}\cos\Theta_x} e^{-j\frac{ka}{2}\cos\Theta_y} + e^{-j\frac{ka}{2}\cos\Theta_x} e^{-j\frac{ka}{2}\cos\Theta_y} + 2 \right)$$

$$E = \alpha I \left(2\cos\left(\frac{ka}{2}\cos\Theta_x\right) 2\cos\left(\frac{ka}{2}\cos\Theta_y\right) + 2 \right) \qquad a = \lambda;\ k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \frac{ka}{2} = \pi$$

$$\underline{\underline{F(\Theta,\phi) = 2\cos(\pi \sin\Theta \cos\phi)\cos(\pi \sin\Theta \sin\phi) + 1}}$$

3. Naravni šum Sonca sprejemamo na frekvenci f=1.5GHz in izmerimo skupno (obe ortogonalni polarizaciji) gostoto pretoka moči S=4.0E-15W/m2 v pasovni širini B=1MHz. Izračunajte šumno temperaturo Sonca Ts=? v danem frekvenčnem pasu, če znaša premer Sonca d=1.3E+6km na razdalji r=150.E+6km od našega sprejemnika! (kb=1.38E-23J/K, c=3.E+8m/s)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{0{,}2m}$$

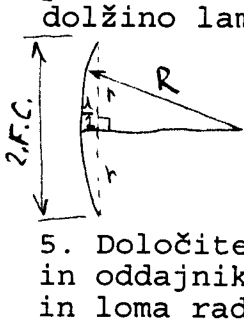
$$B_f = \frac{2k_B T}{\lambda^2} = \frac{dP}{d\Omega\, dA'\, df} \quad \text{Spektralna svetlost}$$

$$T = \frac{2 S r^2 \lambda^2}{\pi d^2 k_B B} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-15} W \cdot (150 \cdot 10^9 m)^2 \cdot (0{,}2m)^2}{m^2 \cdot \pi \cdot (1{,}3 \cdot 10^9 m)^2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} J/K \cdot 10^6 s^{-1}}$$

$$S = \frac{dP}{dA} = \frac{dP}{r^2 d\Omega} = \frac{1}{r^2} \frac{dP}{d\Omega\, dA'\, df} \cdot A' \cdot B = \frac{1}{r^2} \frac{2k_B T}{\lambda^2} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot B$$

$$\underline{\underline{T = 98\,300\,K}}$$

4. Odmevno površino krožne kovinske ploščе s polmerom r=50cm skušamo zmanjšati tako, da ploščo ukrivimo v obliko krogelne kapice. Določite krivinski polmer kapice R=?, da bo odmevna površina najmanjša za pravokotni vpad valovanja z valovno dolžino lambda=3cm!



$$R^2 = r^2 + \left(R - \frac{\lambda}{2}\right)^2$$

$$R^2 = r^2 + R^2 - R\lambda + \frac{\lambda^2}{4}$$

$$R = \frac{r^2 + \frac{\lambda^2}{4}}{\lambda} = \frac{(0.5m)^2 + \frac{(0.03m)^2}{4}}{0.03m} = \underline{8.34m}$$

5. Določite domet d=? (radijsko vidljivost) med sprejemnikom in oddajnikom z upoštevanjem ukrivljenosti Zemlje (Rz=6378km) in loma radijskih valov v troposferi n(0)=1.0003, n(h)=1+0.0003*exp(-h/8.5km) ! Radijski oddajnik postavimo na ho=150m visok kucelj nad ravnino, sprejemnik pa na hs=20m visok stolp. Odboj valovanja od tal zanemarimo.

$$R = \frac{1}{\frac{d}{dh}(n(h))} = \frac{h_0}{\Delta n} = \frac{8{,}5km}{0{,}0003} = \underline{28333km}$$

$$n(h) = 1 + \Delta n\, e^{-\frac{h}{h_0}} \qquad R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}} = \underline{8231km}$$

$$d = \sqrt{(R_e + h_o)^2 - R_e^2} + \sqrt{(R_e + h_s)^2 - R_e^2}$$

$$d \approx \sqrt{2R_e h_o} + \sqrt{2R_e h_s}$$

$$d \approx 49.7km + 18.1km = \underline{\underline{67.8km}}$$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 28/6/2000

①

$$\eta = \frac{\left|\int_A E_0\, dA\right|^2}{A\int_A |E_0|^2 dA} = \frac{\left|\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi} E_0(0)\left(1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right) r\,dr\,d\varphi\right|^2}{\pi r_0^2 \int_0^{r_0}\int_0^{2\pi} |E_0(0)|^2\left(1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)^2 r\,dr\,d\varphi} = \frac{2\left[\frac{1}{2}\left(r_0^2-\frac{r_0^2}{2}\right)\right]^2}{r_0^2\,\frac{1}{2}\left(r_0^2-r_0^2+\frac{r_0^2}{3}\right)} = \frac{3}{4} = 75\%$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A\eta = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi(5\lambda)^2\frac{3}{4} = 75\pi^2 = 740 = 28.7\,\mathrm{dBi}$$

---

②

$$F(\Theta,\phi) = \cos\left(\frac{\varphi}{2}+\frac{kd}{2}\cos\Theta\right) \qquad D = \frac{4\pi\,|F(\Theta_{max},\phi_{max})|^2}{\int_{4\pi}|F(\Theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{1+\cos(\varphi+kd\cos\Theta_{max})}{1+\frac{\sin kd}{kd}\cos\varphi}$$

Osna skupina: $\Theta_{max}=0$; $\varphi=\pi+\varepsilon$

$kd = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0.01\lambda = 0.0628 = x \ll 1$; $\varepsilon \ll 1$

$$\frac{\sin x}{x}\approx\frac{x-\frac{x^3}{3!}}{x} = 1-\frac{x^2}{6}\ ;\ \cos\varphi=\cos(\pi+\varepsilon)=-\cos\varepsilon\approx\frac{\varepsilon^2}{2}-1\ ;\ \cos(\varphi+kd)\approx\frac{(\varepsilon+x)^2}{2}-1$$

$$D\approx\frac{\frac{(\varepsilon+x)^2}{2}}{\frac{\varepsilon^2}{2}+\frac{x^2}{6}-\frac{\varepsilon^2x^2}{12}}\approx\frac{\varepsilon^2+2\varepsilon x+x^2}{\varepsilon^2+\frac{x^2}{3}}\ ;\ \frac{dD}{d\varepsilon}=0\rightarrow 0=(2\varepsilon+2x)\left(\varepsilon^2+\frac{x^2}{3}\right)-2\varepsilon\left(\varepsilon^2+2\varepsilon x+x^2\right)\ \Big/\cdot\frac{1}{2(\varepsilon+x)}$$

$$0=\left(\varepsilon^2+\frac{x^2}{3}\right)-\varepsilon(\varepsilon+x)=\frac{x^2}{3}-\varepsilon x$$

$$D\approx\frac{\varepsilon^2+2\varepsilon x+x^2}{\varepsilon^2+\frac{x^2}{3}}=\frac{\frac{x^2}{9}+2\frac{x}{3}x+x^2}{\frac{x^2}{9}+\frac{x^2}{3}}=4$$

$$\varepsilon=\frac{x}{3}=0.0209\,\mathrm{rd}\ ;\ \varphi=3.1625\,\mathrm{rd}=181.2^\circ$$

---

③

$$\rho_1=\sqrt{\lambda\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}}=10\,\mathrm{m}\ ;\ \frac{E}{E_\infty}=-30\,\mathrm{dB}=\frac{1}{\sqrt{1000}}\ ;\ A_1=\pi\rho_1^2=314\,\mathrm{m}^2$$

$f=15\,\mathrm{GHz}\rightarrow\lambda=2\,\mathrm{cm}$

$$A=\frac{1}{\cos\Theta}\cdot\frac{E}{E_\infty}\cdot A_1\cdot\frac{1}{\pi}=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1000}}\cdot 100\pi\,\mathrm{m}^2\cdot\frac{1}{\pi}=4.47\,\mathrm{m}^2$$

---

④

$$a=22\,\mathrm{dB}=16\,\mathrm{dB}+20\,\mathrm{dB}\log\frac{h}{\rho_1}\rightarrow\log\frac{h}{\rho_1}=0.3\rightarrow h=2\rho_1\rightarrow\rho_1=50\,\mathrm{m}$$

$$\lambda=\rho_1^2\frac{d_1+d_2}{d_1d_2}=2500\,\mathrm{m}^2\,\frac{30000\,\mathrm{m}}{2\cdot10^8\,\mathrm{m}^2}=\frac{3}{8}\,\mathrm{m}=0.375\,\mathrm{m}\qquad f=\frac{c}{\lambda}=800\,\mathrm{MHz}$$

---

⑤

$$a=a(0)\,e^{-\frac{h}{\Delta h}}\ ;\ \text{premica: } h=h_0+(h_s-h_0)\frac{l}{d}$$

$$A=\int_0^d a\,dl=\int_0^d a(0)\,e^{-\frac{h}{\Delta h}}dl=a(0)\,e^{-\frac{h_0}{\Delta h}}\int_0^d e^{-\frac{h_s-h_0}{\Delta h d}l}dl=a(0)\,e^{-\frac{h_0}{\Delta h}}\frac{\Delta h d}{h_s-h_0}\left(1-e^{-\frac{h_s-h_0}{\Delta h}}\right)$$

$$A=a(0)\,d\,\frac{\Delta h}{h_s-h_0}\left(e^{-\frac{h_0}{\Delta h}}-e^{-\frac{h_s}{\Delta h}}\right)=0.1\,\mathrm{dB/km}\cdot30\,\mathrm{km}\,\frac{1500\,\mathrm{m}}{500\,\mathrm{m}-2000\,\mathrm{m}}\left(e^{-\frac{2000}{1500}}-e^{-\frac{500}{1500}}\right)=1.36\,\mathrm{dB}$$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA – 23/3/2001

① $E_r = E_\Theta = 0 \rightarrow \vec{1}_s = \vec{1}_\phi$; $\vec{E}_s = \vec{1}_{\Theta_s} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_s l_s \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \sin\Theta_s$; $\sin\Theta_s = 1$

$\vec{1}_{\Theta_s} \cdot \vec{1}_x = \sin\phi$; $\vec{1}_{\Theta_s} \cdot \vec{1}_y = -\cos\phi$; $\vec{1}_{\phi'} = -\vec{1}_x \sin\phi' + \vec{1}_y \cos\phi'$

$$E_\phi = \frac{1}{I_s l_s} \int_0^{2\pi} \vec{E}_s \cdot \vec{1}_{\phi'} I r_0 \, d\phi' \approx \frac{jkZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_0^{2\pi} \vec{1}_{\Theta_s} \cdot \vec{1}_{\phi'} e^{jkr_0 \sin\Theta \cos(\phi-\phi')} I r_0 \, d\phi' \approx \qquad |\vec{r}-\vec{r}'| \approx r - r_0 \sin\Theta \cos(\phi-\phi')$$

$$\approx \frac{jkZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} I r_0 \int_0^{2\pi} (-\cos(\phi-\phi'))(1 + jkr_0 \sin\Theta \cos(\phi-\phi')) \, d\phi' = \underline{\underline{\frac{k^2 Z_0}{4\pi} I \pi r_0^2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta}}$$

---

② Podobni trikotniki: $\frac{\Delta l}{d} = \frac{h}{\sqrt{l^2+h^2}}$; $\Delta l = \frac{hd}{\sqrt{l^2+h^2}} = \underline{0.148\text{m}}$; $\Delta\varphi = k\Delta l = \frac{2\pi f}{c_0} \Delta l = \underline{1.864\text{rd}}$

$I_n = I_0 e^{j\varphi_n}$; $\varphi_n = n \cdot \Delta\varphi = \underline{\underline{0;\ 1.864;\ 3.728;\ 5.592\ \text{rd}}}$ ($n=0 \equiv$ spodnja antena)

---

③ $\underline{\underline{P_{min} = 0}}$; $P_{max} = S A_s \eta_s = S D_s \frac{\lambda^2}{4\pi} \eta_s = S G_s \frac{\lambda^2}{4\pi} = \underline{\underline{0.716 \mu\text{W}}}$ $\qquad G_s = 10\text{dBi} = \underline{10}$

$P = P_{max} \frac{|1 + Q_0 Q_s|^2}{(1+|Q_0|^2)(1+|Q_s|^2)}$; $1 + Q_0 Q_{s\,min} = 0 \rightarrow Q_{s\,min} = \frac{-1}{Q_0} = \underline{\underline{j5}}$; $Q_{s\,max} = Q_0^* = \underline{\underline{-j0.2}}$

---

④ $\rho_{1max} = \frac{1}{2}\sqrt{d\lambda} = \underline{22.4\text{m}}$; $P = P_0 G_0 \frac{\pi \rho_{1max}^2}{4\pi (d/2)^2} = P_0 G_0 \left(\frac{\rho_{1max}}{d}\right)^2 = \underline{\underline{39.5 \mu\text{W}}}$

$G_0 = 15\text{dBi} = \underline{31.6}$

---

⑤ $\Delta n = \frac{h_0}{R_z} = 1.333 \cdot 10^{-3}$; $\Delta n = 0.0003 \cdot \frac{p}{p_0}$; $p = \frac{\Delta n}{0.0003} 1\text{bar} = \underline{\underline{4.44\ \text{bar}}}$

Rešitev pisnega izpita iz SEVANJA in RAZŠIRJANJA – 6/6/2001

① $\eta = \frac{P_s}{P_s + P_{cu}}$; $P_s = \frac{1}{2}|I_0|^2 R_s$; $I = I_0 \cos kz'$; $P_{cu} = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\lambda}{4}}^{+\frac{\lambda}{4}} |I|^2 dR = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\lambda}{4}}^{+\frac{\lambda}{4}} |I_0|^2 \cos^2 kz' \frac{dz'}{\pi d \delta \gamma} = \underline{\frac{1}{2}|I_0|^2 \frac{\lambda/4}{\pi d \delta \gamma}}$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3m}$

$$\eta = \frac{R_s}{R_s + \frac{\lambda/4}{\pi d \delta \gamma}} = \frac{73\Omega}{73\Omega + \frac{3m/4}{\pi \cdot 10^{-3}m \cdot 5 \cdot 10^{-6}m \cdot 56 \cdot 10^{6} S/m}} = \frac{73}{73 + 0.853} = \underline{\underline{0.988 = 98.8\%}}$$

② $D = \frac{4\pi}{\Omega}$; $\Omega = \frac{A'}{d^2}$; $A' = A \cos\Theta$; $A = \pi a b$

$$D = \frac{4d^2}{ab\cos\Theta} = \frac{4 \cdot (40000km)^2}{500km \cdot 250km \cdot \cos 45°} = \underline{\underline{72408}} \qquad D_{dB} = 10 \log D = \underline{\underline{48.6\,dBi}}$$

$$a_{dB} = 10\log\left(\frac{P_s}{P_0}\right) = 10\log\left(\frac{A_{eff}}{A'}\right) = 10\log\left(\frac{A_{eff}}{\pi a b \cos\Theta}\right) = 10\log\left(\frac{0.1m^2\sqrt{2}}{\pi \cdot 5 \cdot 10^5 m \cdot 2.5 \cdot 10^5 m}\right) = \underline{\underline{-124.4dB}}$$

③ $F(\theta_i) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_i\right)}{\sin\theta_i}$

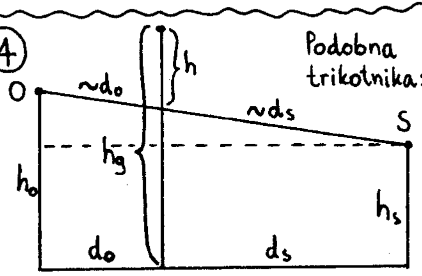
$E_\theta = \alpha \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta_x\right)}{\sin\Theta_x} = \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha = \underline{0.816\alpha}$

ker sta v kvadraturi $\longrightarrow R = \left|\frac{E_\phi}{E_\theta}\right| = \underline{\underline{1.225}}$

$\left.\begin{matrix}\Theta = 30° \\ \phi = 0°\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix}\underline{\Theta_x = \frac{\pi}{2} - \Theta = 60°} \\ \underline{\Theta_y = \frac{\pi}{2}}\end{matrix}\right.$

$E_\phi = -j\alpha \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta_y\right)}{\sin\Theta_y} = \underline{-j\alpha}$ $\qquad R_{dB} = 20\log R = \underline{\underline{1.76dB}}$

④



Podobna trikotnika: $\frac{h_o - h_s}{d_o + d_s} = \frac{h_g - h - h_s}{d_s}$

$h = h_g - h_s - d_s \cdot \frac{h_o - h_s}{d_o + d_s}$

$\underline{h = 300m}$

$a_{dB} = 16 + 20\log\left(\frac{h}{\varrho_1}\right)$; $\varrho_n = \sqrt{n\lambda \frac{d_o d_s}{d_o + d_s}}$

$\varrho_1 = h \cdot 10^{-\frac{a_{dB} - 16}{20}} = 300m \cdot 10^{-0.3} = \underline{150m}$

$\lambda = \varrho_1^2 \frac{d_o + d_s}{d_o d_s} = \underline{3.375m}$; $f = \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{88.9MHz}}$

⑤ $f_c = MUF\sqrt{\frac{2R_z h + h^2}{(R_z + h)^2}} = \underline{8.89MHz}$; $f_c = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{NQ^2}{\varepsilon_0 m}} \longrightarrow N = \frac{\varepsilon_0 m}{Q^2}(2\pi f_c)^2 = \underline{\underline{9.8 \cdot 10^{11}/m^3}}$

v radianih

$$\ell = 2R_z \arccos\frac{R_z}{R_z + h} = \underline{\underline{3838km}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 19/10/2001

---

1. Izračunajte medsebojno impedanco Z12=Z21=? med dvema krožnima zankicama premera 2r=3cm, ki se nahajata v isti ravnini v povsem praznem prostoru na razdalji d=2m (med osema zankic)! Zankici imata po eno ovoj vsaka. Medsebojno impedanco izračunajte za frekvenco f=300MHz!

$$\vec{H}_1 \approx -\vec{1}_\theta \frac{I_1 A_1 k^2}{4\pi} \frac{e^{-jkd}}{d} \sin\theta \quad ; \quad Z_{12} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{(\pi r)^2}{4\pi d} \frac{\omega^3 \mu_0}{c_0^2} j e^{-j\frac{\omega d}{c_0}} = \frac{(\pi (0.015m)^2)^2 (2\pi \cdot 300 \cdot 10^6/s)^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} Vs}{4\pi \cdot 2m\, Am \cdot (3 \cdot 10^8 m/s)^2} j e^{-j\frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8/s \cdot 2m}{3 \cdot 10^8 m/s}}$$

$$U_2 = -j\omega\mu H_1 A_2 = j\omega\mu_0 k^2 \frac{I_1 A_1}{4\pi} \frac{e^{-jkd}}{d} A_2 \;;\; k = \frac{\omega}{c_0} \qquad Z_{12} = 0.001859\,\Omega \cdot j e^{-j4\pi} = \underline{j1.859\,m\Omega}$$

2. Zapišite smerni diagram F(theeta,fi) skupine dveh lijakov: odprtih koncev pravokotnih valovodov s stranicama a in b! Valovodna lijaka se dotikata s krajso stranico b in sta oba vzbujana z osnovnim rodom TE01 z enako amplitudo in fazo. Sevanje tokov, ki tečejo po zunanji površini valovodov, zanemarimo in upoštevamo le sevanje dveh odprtin, vzbujenih z osnovnim rodom TE01.

$$F_e = (1+\cos\theta) \cdot \frac{\cos\left(\frac{ka}{2}\cos\theta_x\right)}{(\pi/2)^2 - \left(\frac{ka}{2}\right)^2 \cos^2\theta_x} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\cos\theta_y\right)}{\frac{kb}{2}\cos\theta_y} \qquad \underline{F_s = \cos\left(\frac{ka}{2}\cos\theta_x\right)}$$

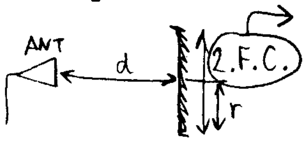
$$F = F_e \cdot F_s = (1+\cos\theta) \cdot \frac{\cos\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi\right)}{(\pi/2)^2 - \left(\frac{ka}{2}\right)^2 \sin^2\theta\cos^2\phi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\theta\sin\phi\right)}{\frac{kb}{2}\sin\theta\sin\phi} \cdot \cos\left(\frac{ka}{2}\sin\theta\cos\phi\right)$$

3. Krožno polarizirana antena je sestavljena iz dveh polvalovnih dipolov, ki se nahajata v koordinatnem izhodišču v oseh X in Y. Zapišite osno razmerje R(theta)=? polarizacije sevanega valovanja kot funkcijo kota theta (kot med osjo Z in smerjo radij vektorja proti izbrani točki v krogelnem koordinatnem sistemu)!

$$F_x(\theta,\phi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_x\right)}{\sin\theta_x} \qquad R = \frac{1}{|F_x(\theta,\phi)|} = \boxed{\left|\frac{\cos\theta}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)}\right|}$$

(v smeri $\phi = 0$, v ostalih smereh enako)

4. Antena oddaja linearno polarizirano valovanje na frekvenci f=18GHz. Pred anteno postavimo pravokotno na smer širjenja valovanja krožno kovinsko ploščo s polmerom r=15cm. Ploščo počasi pomikamo proč od antene. Na kateri razdalji d=? dobimo prvi minimum odboja od plošče nazaj v isto anteno? Os plošče sovpada z osjo glavnega snopa smernega diagrama antene, ki je dovolj širok, da skoraj enakomerno osvetli celo ploščo.



$$\sqrt{d^2+r^2} - d = \frac{\lambda}{2} \qquad d = \frac{r^2 - (\lambda/2)^2}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1.667\,cm}$$

$$\sqrt{d^2+r^2} = \frac{\lambda}{2} + d \qquad d = \frac{225\,cm^2 - 0.6944\,cm^2}{1.667\,cm} = \underline{\underline{134.56\,cm}}$$

$$d^2 + r^2 = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + \lambda d + d^2$$

5. Izračunajte celotno slabljenje usmerjene radijske zveze A=? (slabljenje med priključkoma oddajne in sprejemne antene) v dB na frekvenci f=21.5GHz, ki premošča razdaljo d=17.5km z usmerjenima antenama premera 2r=60cm in izkoristkom osvetlitve eta=70%. Dodatno slabljenje rezonančne črte vodnih hlapov v ozračju znaša pri dani frekvenci a=0.1dB/km. Zveza ima radijsko vidljivost, prva Fresnel-ova cona je neovirana.

$$A_1 = \frac{A_{O}\eta_O A_S \eta_S}{d^2\lambda^2} = \frac{(\pi r^2 \eta)^2}{d^2\lambda^2} = 6.57 \cdot 10^{-7} = \underline{-61.83\,dB} \qquad A_2 = -d \cdot a = -17.5\,km \cdot 0.1\,dB/km = \underline{-1.75\,dB}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1.395\,cm} \qquad A = A_1 + A_2 = \underline{\underline{-63.58\,dB}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 10/04/2002

---

1. Izračunajte sevalni izkoristek eta=? feritne antene na frekvenci f=1MHz! Feritna palčka ima premer D=1cm, dolžino l=20cm in je izdelana iz ferita s permeabilnostjo ur=30. Sredi palčke navijemo tuljavo z N=40ovoji in ohmsko upornostjo navitja Rcu=10ohm. Izgube v feritu zanemarimo.

$$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2}{3\lambda^4} N^2 \mu_{reff}^2 \approx \frac{\pi^5 Z_0 D^4 N^2 \mu_r^2 f^4}{6\, c^4} = \underline{34.18\,\mathrm{n}\Omega}$$

$$\eta = \frac{R_s}{R_s + R_{cu}} = \underline{\underline{3.42 \cdot 10^{-9}}}$$

2. Izračunajte izkoristek osvetlitve eta=? krožne odprtine s polmerom a=10lambda! Električno polje na odprtini je podano v valjnih koordinatah (ro,fi,z) z izrazom:

$\int e^{-j\pi u} du = \frac{j}{\pi} e^{-j\pi u}$

E(ro,fi)=Eo*(1-u)*exp(-j*PI*u) ; u=(ro/a)**2

$\int u e^{-j\pi u} du = \frac{ju}{\pi} e^{-j\pi u} - \frac{j}{\pi}\int e^{-j\pi u} du$

in je na celotni površini odprtine usmerjeno v smeri 1x.

$$\eta = \frac{\left|\int_A E\, dA\right|^2}{A \int_A |E|^2 dA} = \frac{(2\pi)^2 \left|\int_0^a \left(1-\frac{\rho^2}{a^2}\right) e^{-j\pi\frac{\rho^2}{a^2}} \rho\, d\rho\right|^2}{\pi a^2 \cdot 2\pi \int_0^a \left(1-\frac{\rho^2}{a^2}\right)^2 \rho\, d\rho} = \frac{\left|\int_0^1 (1-u) e^{-j\pi u} du\right|^2}{\int_0^1 (1-u)^2 du} = \frac{\left|\frac{-2j}{\pi} + \frac{j}{\pi} + \frac{2}{\pi^2}\right|^2}{1-1+\frac{1}{3}} = \frac{3|2-j\pi|^2}{\pi^4} = \frac{3(4+\pi^2)}{\pi^4} =$$

$$= \underline{\underline{0.427 = 42.7\%}}$$

3. Dva enaka mala električna dipola (h<<lambda) sta postavljena osi Z razdalji d=lambda/2. Določite fazni zasuk fi=? med napajalnima tokoma obeh dipolov, da dobimo maksimum glavnega snopa skupine pri theta=PI/3, ko obe anteni napajamo s tokoma enake amplitude!

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

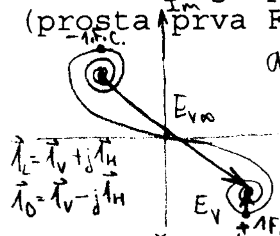
$$F(\theta,\phi) = F_e(\theta,\phi)\cdot F_s(\theta,\phi) = \sin\theta \cdot \cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2}\right) = \sin\theta\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{dF(\theta,\phi)}{d\theta} = 0 = \cos\theta\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2}\right) + \sin\theta\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2}\right)\frac{\pi}{2}\sin\theta$$

$$\frac{\pi}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{2\cos\theta}{\pi\sin^2\theta}\right) \rightarrow \varphi = -\pi\cos\theta - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{2\cos\theta}{\pi\sin^2\theta}\right) = -\frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{2\cdot\frac{1}{2}}{\pi\cdot\frac{3}{4}}\right) = -1.57\mathrm{rd} - 0.803\mathrm{rd} =$$

$$\underline{\underline{= -2.374\,\mathrm{rd}}}$$

4. Sprejem desno-krožno polariziranega valovanja motijo vrhovi krošenj dreves, ki zakrijejo točno prvo Fresnel-ovo cono. Izračunajte osno razmerje R=? sprejetega valovanja pozimi, ko gole pokončne veje dreves ovirajo le pokončno komponento električnega polja, vodoravna komponenta pa je neovirana (prosta prva Fresnel-ova cona)!



$a = -16\mathrm{dB} = \frac{1}{40}$; $\varphi = 135° = \frac{3\pi}{4}$

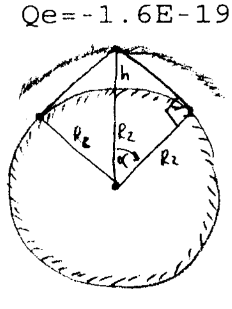
$$Q = \frac{E_L}{E_D} = \frac{E\cdot\vec{1}_L^*}{E\cdot\vec{1}_D^*} = \frac{-\sqrt{\frac{a}{2}} + j\sqrt{\frac{a}{2}} - 1}{-\sqrt{\frac{a}{2}} + j\sqrt{\frac{a}{2}} + 1} = \frac{-1.112 + j0.112}{+0.888 + j0.112}$$

$$E_V = E_{V\infty}\sqrt{a}\, e^{j\varphi} = \left(-\sqrt{\frac{a}{2}} + j\sqrt{\frac{a}{2}}\right) E_{V\infty} \qquad \underline{|Q| = 1.248}$$

$$E_H = E_{H\infty} = E_{V\infty}\, e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j E_{V\infty} \qquad R = \left|\frac{1+|Q|}{1-|Q|}\right| = \underline{\underline{9.057 = 19.1\mathrm{dB}}}$$

5. Izračunajte največjo koncentracijo elektronov Nmax=? in višino maksimuma h=? ionosferske plasti, ko znaša MUF=40MHz! Domet radijske zveze v enem "skoku" preko ionosfere znaša d=4000km, merjeno po zemeljski površini. (Rz=6378km, Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg)

$$f_p = \mathrm{MUF}\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \mathrm{MUF}\sin\alpha = 40\mathrm{MHz}\cdot 0.308 = \underline{12.34\mathrm{MHz}}$$



$$\alpha = \frac{d/2}{R_z} = \underline{0.314\,\mathrm{rd}}$$

$$\cos\alpha = \frac{R_z}{R_z + h} = n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{\mathrm{MUF}}\right)^2}$$

$$h = \frac{R_z}{\cos\alpha} - R_z = \underline{327\mathrm{km}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{N Q_e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \rightarrow N = \frac{\varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(2\pi f_p)^2 = \underline{\underline{1.89\cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-3}}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 19/06/2002

---

1. Izračunajte sevalni izkoristek eta=? okvirne antene na frekvenci f=500kHz. Anteno sestavlja N=10ovojev žice, navitih na okvirju s presekom A=1m2. Ohmsko upornost bakrene žice (gama=56E+6S/m) premera 2ro=1mm povečuje kožni pojav na delovni frekvenci antene. Izgube v uglaševalnem kondenzatorju in vezju za prilagoditev impedance zanemarimo.

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 600m$ $\quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \gamma}} = 95\mu m$ $\quad l = 4m$ kvadraten okvir

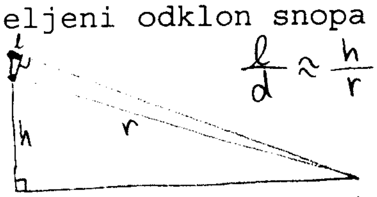
$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2}{3\lambda^4} N^2 = 24\mu\Omega$ $\quad R_{Cu} \approx \frac{N \cdot l}{2\pi r_0 \delta \gamma} = 2.39\Omega$ $\quad \eta = \frac{R_s}{R_{Cu}+R_s} = 10^{-5} = 0{,}001\%$

2. Usmerjena radijska zveza uporablja zrcala premera d=3m z izkoristkom osvetlitve eta=70% na frekvenci f=7GHz. Izračunajte električno poljsko jakost E=? na mestu sprejemne antene, če ima oddajnik na razdalji r=40km moč Po=10W! Med oddajnikom in sprejemnikom ni ovir, slabljenje v ozračju in odboje lahko zanemarimo. (c=3E+8m/s, Zo=377ohm)

$S = \frac{P_0 G_0}{4\pi r^2} = \frac{P_0 A_0 \eta_0}{\lambda^2 r^2} = 16.84\mu W/m^2$ $\quad |E| = \sqrt{2 S Z_0} = 0.113 V/m$

$G_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta_0$ $\quad \lambda = \frac{c_0}{f} = 4.3cm$ $\quad A_0 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 7.069m^2$ $\quad |E|_{eff} = \frac{|E|}{\sqrt{2}} = 80mV_{eff}/m$

3. Televizijski oddajnik na frekvenci f=500MHz napaja skupino osmih anten, postavljenih eno nad drugo na medsebojni pokončni razdalji d=1m na nosilni stolp na h=500m visokem hribu nad ravno okolico. Z nastavljanjem faze napajanja posameznih anten želimo usmeriti glavni snop skupine proti naseljem v ravnini, ki se nahajajo na razdalji r=10km od hriba. Za koliko l'=? moramo skrajšati koaksialni kabel s polietilenskim dielektrikom (Er=2.2) do vsake naslednje višje antene v skupini, da dosežemo željeni odklon snopa navzdol? (c=3E+8m/s)



$\frac{l}{d} \approx \frac{h}{r} \rightarrow l = \frac{dh}{r} = 5cm$

$l' = \frac{l}{n} = \frac{l}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 3.37cm$

4. Oddajnik in sprejemnik se nahajata na razdalji d=30m in delata na frekvenci f=6GHz. Točno na sredino med oddajnik in sprejemnik postavmo neprosojen zaslon s krožno odprtino na zveznici oddajnik-sprejemnik. Izračunajte polmer odprtine ro=?, da se jakost sprejema zmanjša za a=20dB glede na slučaj praznega prostora brez zaslona! (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 5cm$ $\quad d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = 15m$ $\quad |E| = 2|E_\infty| \sin\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^2\right) \rightarrow \rho = \rho_1 \sqrt{\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{|E|}{2|E_\infty|}}$

$\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}} = 0.612m$ $\quad a = -20\log_{10}\frac{|E|}{|E_\infty|} \rightarrow |E| = |E_\infty| 10^{-\frac{a}{20}} = \frac{|E_\infty|}{10}$ $\quad \rho = 0.109m = 10.9cm$

5. Določite največjo koncentracijo elektronov Nmax=? in njeno višino hmax=?, če znaša frekvenca plazme ionosferske plasti fp=10MHz in najvišja uporabna frekvenca MUF=35MHz! Kolikšen je največji domet radijske zveze d=?, merjeno po površini Zemlje, za en skok preko dane ionosferske plasti? (Rz=6378km, me=9.1E-31kg, Qe=-1.6E-19As, c=3E+8m/s)

$N_{max} = \frac{\varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(2\pi f_p)^2 = 1.24 \cdot 10^{12} m^{-3}$ $\quad h = R_z\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{f_p}{MUF}\right)^2}} - 1\right) = 277km$ $\quad d = 2R_z \arccos\frac{R_z}{R_z+h}$

$d = 3696km$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 21/03/2003

---

1. Dva polvalovna dipola (D=2.15dBi) se nahajata na razdalji r=50lambda in sta tako zasukana, da je velikost medsebojne impedance Z12 največja. Kolikšna je velikost Z12=?, če je lastna impedanca obeh dipolov Z11=Z22=75ohm in znaša sevalni izkoristek eta=98%?

$$D = 2.15\,dBi = \underline{1.641}\ ;\ G = D\eta = \underline{1.608}\ ;\ \frac{P_s}{P_0} = G_0 G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 = 1.608^2 \frac{1}{(200\pi)^2} = \underline{6.548\cdot 10^{-6}}$$

$$P_0 = \frac{1}{2}|I|^2 \mathrm{Re}(Z_{11})$$

$$\underbrace{|U_{s0}|}_{\text{napetost odprtih sponk}} = 2\sqrt{2P_s \mathrm{Re}(Z_{22})}\quad |Z_{21}| = |Z_{12}| = \frac{|U_{s0}|}{|I|} = 2\,\mathrm{Re}(Z_{11})\sqrt{\frac{P_s}{P_0}} = 150\Omega\cdot 2{,}559\cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0.384\,\Omega}}$$

2. Pravokotna antenska odprtina s stranicama a=5lambda (v smeri X) in b=4lambda (v smeri Y) leži v ravnini XY. Določite funkcijo osvetlitve antenske odprtine Eo(x',y')=? (amplitudo in fazo), da dosežemo največje sevanje v smeri Theta=30stopinj, Fi=0stopinj! Eo je obrnjen v smer 1x.

$$E = \frac{j}{2\lambda}\frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)\iint_A \underbrace{E_0(x',y')\, e^{jkx'\sin\Theta\cos\phi}\, e^{jky'\sin\Theta\sin\phi}}_{=\text{konst. za } \Theta_{max},\, \phi_{max}}\, dx'dy'$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\Theta_{max} = \frac{1}{2} \\ \cos\phi_{max} = 1 \\ \sin\phi_{max} = 0 \end{array}\right\} E_0(x',y')\, e^{jkx'\frac{1}{2}\cdot 1}\, e^{jky'\frac{1}{2}\cdot 0} = C \implies \underline{\underline{E_0(x',y') = C\, e^{-j\frac{kx'}{2}} = C\, e^{-j\frac{\pi x'}{\lambda}}}}$$

3. Pri vrtenju antene izmerimo amplitudni in fazni smerni diagram F(Theta,Fi)=(1+cos(Theta))*exp(j*3*PI*cos(Fi+PI/4)) na frekvenci f=10GHz. Kje se nahaja (x,y,z)=? fazno središče merjene antene? (c=3E+8m/s)

Točkasti izvor na (x,y,z): $E = C\frac{e^{-jkr}}{r}A(\Theta,\phi)\, e^{jk(x\sin\Theta\cos\phi + y\sin\Theta\sin\phi + z\cos\Theta)}$

$$3\pi\cos(\phi + \pi/4) = 3\pi(\cos\phi\cos\pi/4 - \sin\phi\sin\pi/4) = \frac{3\pi}{\sqrt{2}}\cos\phi - \frac{3\pi}{\sqrt{2}}\sin\phi \implies \left\{\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{\sqrt{2}k\sin\Theta} \\ y = -\frac{3\pi}{\sqrt{2}k\sin\Theta} \\ z = 0 \end{array}\right.$$

<u>Antena nima faznega središča, ker sta x in y funkcija Θ!</u>

4. Določite spremembo jakosti sprejetega signala a=? v dB, če med sprejemno in oddajno anteno postavimo neprosojen zaslon s krožno odprtino s polmerom, ki ustreza polovici polmera prve Fresnel-ove cone! Zaslon z odprtino nastavimo tako, da dobimo najmočnejši sprejeti signal.

$$E = E_\infty\left(1 - e^{-j\pi\left(\frac{r}{\rho_1}\right)^2}\right)\ ;\ |E| = |E_\infty|\cdot 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{r}{\rho_1}\right)^2\right)\ ;\ r = \frac{\rho_1}{2}$$

$$a = 20\log\frac{|E|}{|E_\infty|} = 20\log\left(2\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{r}{\rho_1}\right)^2\right)\right) = 20\log\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right) = \underline{\underline{-2.32\,dB}}$$

5. Valovna dolžina elektromagnetnega valovanja s frekvenco f=10MHHz je v ioniziranem oblaku 3-krat večja kot pa v praznem prostoru. Določite najnižjo frekvenco valovanja f'=?, ki se še lahko širi po ioniziranem oblaku! Kolikšna je koncentracija elektronov Ne=? (Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg)

$$n = \frac{1}{3} = \sqrt{1 - \left(\frac{f'}{f}\right)^2} \implies f' = f\sqrt{\frac{8}{9}} = \underline{\underline{9.428\,MHz}}\ ;\ N_e = \frac{\varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(2\pi f')^2 = \underline{\underline{1.103\cdot 10^{12}/m^3}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 24/06/2003

---

1. Žična zanka premera 2a=1m leži v vodoravni ravnini. Izmenični izvor frekvence f=1MHz poganja po zanki tok I=1Aeff. Določite razdaljo r=? v vodoravni ravnini, na kateri jakost električnega polja odstopa za 1% od jakosti sevanega polja! Kolikšna je tam velikost električne poljske jakosti E=? (Veff/m) v praznem prostoru? (c=3E+8m/s) $\lambda = c_0/f = \underline{300m} \gg 2a$

$\vec{A} = \vec{1}_\phi \frac{\mu_0}{4\pi} IA \frac{e^{-jkr}}{r}\left(jk + \frac{1}{r}\right)\sin\Theta$

$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \mathrm{grad}\,V$; $Q=0 \rightarrow V=0$

$|\vec{E}|_{\Theta=\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega\mu_0}{4\pi r} IAk\sqrt{1+\left(\frac{1}{kr}\right)^2}$

$1.01 = \sqrt{1+\left(\frac{1}{kr}\right)^2}$

$1.0201 = 1 + \left(\frac{1}{kr}\right)^2$

$kr = \frac{1}{\sqrt{0.0201}}$

$r = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{0.0201}} = \underline{\underline{337m}}$

$E = \frac{\omega^2\mu_0}{4\pi r c_0} IA\,1.01 = \frac{1.01\pi^2 a^2 I f^2 \mu_0}{r c_0}$

$\underline{\underline{E = 3.1\cdot10^{-5}\frac{\text{Veff}}{\text{m}} = 31\mu\text{Veff/m}}}$

2. Izračunajte smernost bočne skupine D=?, ki jo sestavljata dva tokovna elementa dolžine l<<lambda, Fe=sin(theta) na osi Z na razdalji h=lambda/2. Oba tokovna elementa napajamo z enako velikima tokovoma in enakima fazama (I1=I2) v praznem prostoru.

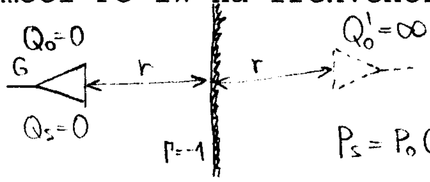
$F_s = \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)$; $F(\Theta,\phi) = F_s F_e = \underline{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)\sin\Theta}$

$\int(1+\cos\alpha x)(1-x^2)dx = x - \frac{x^3}{3} + \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{x^2}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^3}\right)\sin\alpha x - \frac{2x}{\alpha^2}\cos\alpha x + C$

$D = \frac{4\pi|F(\Theta_m,\phi_m)|^2}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F(\Theta,\phi)|^2\sin\Theta d\Theta d\phi} = \frac{2}{\int_0^{\pi}\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)\sin^3\Theta d\Theta} = \frac{2}{\int_{-1}^{+1}\cos^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)(1-u^2)du} = \frac{4}{\int_{-1}^{+1}(1+\cos\pi u)(1-u^2)du} = \frac{4}{2-\frac{2}{3}+\frac{4}{\pi^2}} = \underline{\underline{2.301}} = \underline{\underline{3.62dBi}}$

$\Theta_{max} = \frac{\pi}{2}$; $\cos\Theta = u$

3. Desno-krožno polarizirano anteno (Q=0) z dobitkom G=15dBi usmerimo pravokotno na veliko kovinsko steno (gama=-1) na oddaljenosti r=25m. Izračunajte moč odbitega vala Ps=?, ki ga sprejme ista antena, če na anteno priključimo oddajnik moči Po=1W na frekvenci f=8GHz! (c=3E+8m/s)



$\lambda = \frac{c_0}{f}$

$P_s = P_0 G^2\left(\frac{\lambda}{4\pi\cdot 2r}\right)^2 \frac{(1+Q_0'Q_s)^2}{(1+|Q_0'|^2)(1+|Q_s|^2)} = \underline{\underline{0W}}$

4. Usmerjena radijska zveza dolžine d=20km dela na frekvenci f=11GHz v praznem prostoru brez ovir. Določite smernost oddajne antene D=?, da oddajnik enakomerno osvetli samo prvo Fresnel-ovo cono točno sredi radijske poti! (c=3E+8m/s)

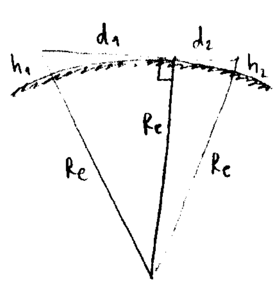
$d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \underline{10km}$; $\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{27mm}$

$\Omega = \frac{A}{d_1^2} = \frac{\pi\rho_1^2}{d_1^2}$

$\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} = \sqrt{\frac{\lambda d_1}{2}}$

$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi d_1^2}{\pi\rho_1^2} = \frac{4d_1^2}{\lambda d_1/2} = \frac{8d_1}{\lambda} = \underline{\underline{2.93\cdot10^6 = 64.7dBi}}$

5. Na kakšni oddaljenosti d=? lahko radar na krovu ladje na višini h1=30m zazna nizkoletečo protiladijsko raketo, ki križari na višini h2=20m? Dometa radarja ne omejuje moč oddajnika ali velikost antene, pač pa ukrivljenost morske gladine (Rz=6378km). Pri izračunu upoštevajte tudi lom radijskih valov v troposferi (R=25000km blizu morske gladine)!



$d_1 = \sqrt{(R_e+h_1)^2 - R_e^2} \approx \sqrt{2R_e h_1}$; $d_2 \approx \sqrt{2R_e h_2}$; $d = d_1 + d_2$

$R_e = \frac{1}{1/R_z - 1/R} = \underline{8562km}$

$d = d_1 + d_2 = \sqrt{2R_e h_1} + \sqrt{2R_e h_2} = 22.67km + 18.5km = \underline{\underline{41.17km}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 17/10/2003

---

1. Ploskovni tok K=1A/m in frekvence f=1GHz teče v smeri osi X po kvadratni kovinski plošči s stranico a=1m, ki leži v ravnini XY. Izračunajte vektor električnega polja E=? na višini z=100m nad središčem kovinske plošče! (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{30cm}$; Fraunhofer: $r > \frac{2d^2}{\lambda} = \underline{6.7m}$; $Z_0 = 120\pi\,\Omega$

$$\vec{E} = \vec{1}_{\theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I\Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\theta_x = -\vec{1}_x \frac{jZ_0}{2\lambda} K a^2 \frac{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}z}}{z} = \vec{1}_x 6.28\frac{V}{m}(-j)e^{-j666.667\pi} = \underline{\underline{\vec{1}_x 6.28 e^{-j667.167\pi} \frac{V}{m}}}$$

Os z: $\vec{1}_{\theta_x} = -\vec{1}_x$; $\underline{\sin\theta_x = 1}$

2. Zapišite smerni diagram F(theta,fi)=? bočne skupine N=12 polvalovnih dipolov, ki so nameščeni na osi Z na enakih razdaljah d=1m! Vsi polvalovni dipoli so vzporedni z osjo X in se napajajo sofazno z enako velikimi tokovi frekvence f=200MHz. (c=3E+8m/s) $\lambda = \frac{c}{f} = \underline{1.5m}$; $kd = \frac{2\pi d}{\lambda} = \underline{\frac{4\pi}{3}}$

$$F_e = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta_x)}{\sin\theta_x} \qquad F_s = \left|1 + e^{jkd\cos\theta} + e^{2jkd\cos\theta} + \dots + e^{11jkd\cos\theta}\right| = \left|\frac{1-e^{12jkd\cos\theta}}{1-e^{jkd\cos\theta}}\right| = \frac{\sin(6kd\cos\theta)}{\sin(\frac{kd}{2}\cos\theta)}$$

$\cos\theta_x = \sin\theta\cos\phi$

$\sin\theta_x = \sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}$

$$F(\theta,\phi) = F_s F_e = \underline{\underline{\frac{\sin(8\pi\cos\theta)}{\sin(\frac{2\pi}{3}\cos\theta)} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\sin\theta\cos\phi)}{\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}}}}$$

3. Sonce seva v radijskem frekvenčnem pasu f=1GHz kot črno telo s temperaturo T=1E+6K. Izračunajte moč nepolariziranega valovanja P=?, ki vpada na anteno s površino A=0.3m2 v pasovni širini B=10MHz! Sonce vidimo pod zornim kotom alfa=0.5stopinj, ostale izvore toplotnega sevanja zanemarimo. (c=3E+8m/s)

$\Omega_S = 2\pi(1-\cos\frac{\alpha}{2}) = \underline{5.981\cdot10^{-5}\,srd}$ $\qquad T_A = T\frac{\Omega_S}{\Omega_A} = \underline{199K}$

$\Omega_A = \frac{4\pi}{D} = \frac{\lambda^2}{A} = \underline{0.3\,srd}$

$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{30cm}$

Obe polarizaciji

$P_N = 2Bk_BT_A = 2\cdot10^7 s^{-1}\cdot 1.38\cdot10^{-23} J/K \cdot 199K = \underline{\underline{5.5\cdot10^{-14}W}}$

4. Izračunajte širino w=? zelo dolgega traku, ki ga postavimo prečno na radijsko zvezo, da vnesemo slabljenje a=20dB! Zveza dela na frekvenci f=15GHz in razdalji d=100m. Oviro postavimo točno na sredino radijske poti, zveznica oddajnik-sprejemnik prav tako prebada trak na sredini. (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{2cm}$ $\quad d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \underline{50m}$ $\quad \rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}} = \underline{0.707m}$

Klinasta ovira: $a \approx 16 + 20\log\frac{H}{\rho_1}$ [dB] $\Rightarrow$ Trak daje 2x polje, to pomeni 6dB manj slabljenja

Trakasta ovira: $a \approx 10 + 20\log\frac{w}{2\rho_1}$ [dB] $\Rightarrow w = 2\rho_1 10^{\frac{a-10}{20}} = \underline{\underline{4.47m}}$

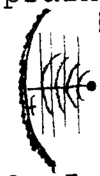
5. Pri zaviranju vesoljske ladje v ozračju med povratkom na Zemljo se sprosti velika količina energije v obliki toplote, ki ostvari okoli vesoljske ladje oblak ioniziranega plina s koncentracijo elektronov Ne=1.5E+18/m3. Izračunajte, do katere frekvence fmax=? se tedaj prekinejo radijske zveze z vesoljsko ladjo! (me=9.1E-31kg, Qe=-1.6E-19As)

$$f_{max} = f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{NQ^2}{\varepsilon_0 m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1.5\cdot10^{18}m^{-3}(-1.6\cdot10^{-19}As)^2}{\frac{1}{4\pi\cdot9\cdot10^9}\frac{As}{Vm}\cdot9.1\cdot10^{-31}kg}} = \underline{\underline{11GHz}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 23/02/2004

---

1. Parabolično zrcalo z goriščnico f=50cm in premerom D=120cm osvetlimo z linearno polariziranim žarilcem z dobitkom G=10dBi na frekvenci f=12GHz. Izračunatje neprilagoditev impedance žarilca: velikost odbojnosti Gama=? zaradi odboja valovanja od površine zrcala nazaj v žarilec, če je žarilec sam v praznem prostoru brez zrcala brezhibno prilagojen! (c=3E+8m/s)



Kot razdaljo vzamemo goriščnico ENKRAT, ker se valovne fronte na zrcalu zravnajo!

$$|\Gamma| = \sqrt{\frac{P_s}{P_o}} = \sqrt{G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi f}\right)^2} = \frac{\lambda G}{4\pi f} = \frac{0{,}025\,m \cdot 10}{4\pi \cdot 0{,}5\,m} = \underline{\underline{0{,}0398 = -28\,dB}}$$

$\lambda = \frac{c_o}{f_o} = \underline{2{,}5\,cm}$ $G = 10\,dBi = 10$

2. Izračunajte dobitek bočne antenske skupine G=? (v dBi), ki jo sestavimo iz dveh enakih, enako orientiranih in enako polariziranih anten z dobitkom Ge=3dBi! Lastna impedanca posameznih anten znaša Z11=Z22=(50+j0)ohm, medsebojna impedanca v skupini pa Z12=Z21=(-5+j0)ohm. Izgube v napajalnem vezju (delitev moči in prilagoditev impedance) zanemarimo!

$S_e = |\alpha I|^2 r^{-2}$ $S = 4S_e$

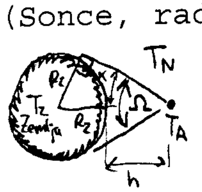
$P_e = \frac{1}{2}|I|^2 Re(Z_{11})$

$P = 2\left[\frac{1}{2}|I|^2 Re(Z_{11}+Z_{12})\right]$

$$\Delta G = 10\log \frac{S/S_e}{P/P_e} = 10\log \frac{4 Re(Z_{11})}{2 Re(Z_{11}+Z_{12})} = 10\log \frac{200}{90} = \underline{\underline{3{,}47\,dB}}$$

$$G = G_e + \Delta G = 3\,dBi + 3.47\,dB = \underline{\underline{6.47\,dBi}}$$

3. Vesoljsko plovilo ima neusmerjeno, brezizgubno sprejemno anteno na frekvenci f=2.1GHz. Na kateri višini h=? nad zemejsko površino doseže sprejemna antena šumno temperaturo Ta=70K, če Zemlja seva kot črna krogla s temperaturo Tz=280K? Povprečna šumna temperatura neba vključno s toplimi točkami (Sonce, radijske zvezde) znaša Tn=10K. (Rz=6378km)

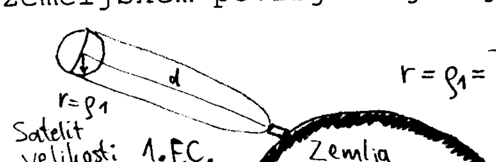


$$T_A = T_z \frac{\Omega}{4\pi} + T_N\left(1-\frac{\Omega}{4\pi}\right) \longrightarrow T_A - T_N = (T_z - T_N)\frac{\Omega}{4\pi} \rightarrow \Omega = 4\pi \frac{T_A - T_N}{T_z - T_N} = \underline{2.79\,srd}$$

$$\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha) \rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi}$$

$$\sin\alpha = \frac{R_z}{R_z+h} \rightarrow h = R_z\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right) = R_z\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(1-\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2}} - 1\right) = \underline{\underline{1293\,km}}$$

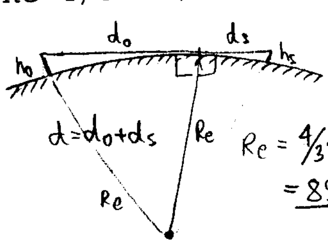
4. Pasivni geodetski satelit za merjenje težnostnega polja Zemlje je kroglaste oblike in deluje kot trirobnik za lasersko svetlobo z valovno dolžino lambda=1064nm. Izračunajte velikost (polmer krogle r=?) satelita, da bo odboj laserskih impulzov proti d=2000km oddaljeni sprejemno/oddajni postaji na zemeljskem površju največji! (c=3E+8m/s)



$$r = \rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}} = \sqrt{\frac{\lambda d}{2}} = \sqrt{\frac{1064 \cdot 10^{-9}\,m \cdot 2000 \cdot 10^3\,m}{2}} = \underline{\underline{1.03\,m}}$$

5. Določite potrebno višino antene ho=? televizijskega oddajnika, da bo zagotovljena radijska vidljivost do sprejemnikov na oddaljensti d=60km! Sprejemniki imajo lastne antene na višini hs=10m nad zemljo. Pri izračunu vidljivosti upoštevajte lom radijskih valov v dobro premešani troposferi (Re=4/3*Rz)! (Rz=6378km)

$$d_s = \sqrt{(R_e + h_s)^2 - R_e^2} \approx \sqrt{2R_e h_s} = \underline{13.041\,km}$$



$$d_o = d - d_s = \underline{46.959\,km}$$

$R_e = 4/3 \cdot 6378\,km = \underline{= 8504\,km}$

$$h_o \approx \frac{d_o^2}{2R_e} = \underline{\underline{129.7\,m}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 24/06/2004

---

1. Izračunajte sevalni izkoristek eta=? okvirne antene, ki jo sestavlja N=12ovojev bakrene žice na okvirju s presekom A=1m2! Anteno uglasimo na frekvenco f=500kHz z brezizgubnim kondenzatorjem, izgubna upornost žice znaša na tej frekvenci (z upoštevanjem kožnega pojava) Rcu=10ohm. (c=3E+8m/s)

$$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2 N^2}{3\lambda^4} = \frac{8\pi^3 \cdot 120\pi\,\Omega \cdot (1m^2)^2 \cdot 12^2}{3 \cdot (600m)^2} = \underline{3.463 \cdot 10^{-5}\,\Omega}$$

$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{600m}$

$\underline{Z_0 = 120\pi\,\Omega}$

$$\eta = \frac{R_s}{R_s + R_{cu}} = \frac{3.463 \cdot 10^{-5}\,\Omega}{3.463 \cdot 10^{-5}\,\Omega + 10\,\Omega} = \underline{\underline{3.463 \cdot 10^{-6} = 0.0003463\%}}$$

2. Usmerjena radijska zveza deluje na frekvenci f=7GHz in premošča razdaljo d=30km v praznem prostoru. Oddajnik in sprejemnik sta opremljena z enakima zrcalnima antenama, slabljenje celotne radijske zveze je a=40dB. Izračunajte polmer zrcala r=?, če znaša izkoristek osvetlitve eta=70%! Napake površine zrcala zanemarimo. (c=3E+8m/s)

$$a = \frac{P_o}{P_s} = \underline{40dB = 10^4}\ ;\ \lambda = \frac{c}{f} = \underline{0.043m}\ ;\ A = \frac{\lambda^2}{4\pi}\frac{G}{\eta} = \pi r^2 \rightarrow r = \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{G}{\eta}} = \underline{\underline{2.418m}}$$

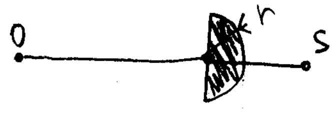
$$\frac{P_o}{P_s} = \frac{1}{G_o G_s}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 \rightarrow G = \frac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{\frac{P_s}{P_o}} = \underline{87965}$$

3. Krožno polarizirano anteno sestavimo iz dveh enakih linearno polariziranih anten z dobitkom Ge=16dBi. Glavna snopa obeh anten usmerimo v isto smer in anteni zasučemo tako, da proizvajata električno polje pod pravim kotom. Koliko znaša dobitek krožno polarizirane antene G=?, če znašajo izgube v napajalnem vezju obeh linearno polariziranih anten a=0.5dB?

$$G = G_e - a = 16dBi - 0.5dB = \underline{\underline{15.5dBi}}$$

4. Motilec na razdalji d=10km moti naš sprejemnik, ki dela na frekvenci f=500MHz. Motnjo skušamo zadušiti tako, da na razdalji d1=100m od sprejemnika postavimo kovinsko oviro. Kakšno obliko naj ima ovira in kako velika naj bo, da bo polje motilca v točki sprejema najmanjše? Prostor je sicer prazen, v njemu ni drugih ovir. (c=3E+8m/s)

<u>Pokrijemo 50% 1 fresnelove cone (po φ)</u>



$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{0.6m}$ $\quad \underline{\underline{\varphi = \pi}}$

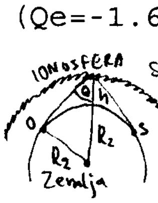
$r = \sqrt{\lambda \frac{d_1(d-d_1)}{d_1}} = \underline{\underline{7.7m}}$

<u>Slabša rešitev (potratna)!</u>

Zaslon z odprtino 2 FC

$\underline{\underline{r = 10.9m}}$

5. Določite navečjo gostoto elektronov v ionosferi Ne=? (število delcev v kubičnem metru), če znaša najvišja uporabna frekvenca za zvezo preko loma v ionosferi MUF=45MHz! Oblak elektronov se nahaja na višini h=350km nad zemeljsko površino, trke z ostalimi delci lahko na tej višini zanemarimo. (Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg, Rz=6378km)



$$\sin\Theta = \frac{R_z}{h+R_z} = n = \sqrt{1-\left(\frac{f_p}{MUF}\right)^2}\ ;\ f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{N_e Q_e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \longrightarrow N_e = \frac{(2\pi f_p)^2 m_e \varepsilon_0}{Q_e^2} = \underline{\underline{2.546 \cdot 10^{12}\,el/m^3}}$$

$$f_p = MUF\sqrt{1-\left(\frac{R_z}{R_z+h}\right)^2} = \underline{14.325MHz}$$

$$\underline{\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\frac{As}{Vm}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 25/02/2005

---

1. Kondenzator s kapacitivnostjo C=30pF sestavljata dve kovinski plošči na razdalji h=30cm. Plošči sta povezani z žicama po najkrajši možni poti do sinusnega izvora frekvence f=10MHz. Kolikšna je sevana moč naprave Ps=?, če napetost na kondenzatorju doseže vrednost Umax=1000V? (c=3E+8m/s)

$$|I| = |U|\omega C = 1000\text{V}\cdot 2\pi\cdot 10^{7}\text{s}^{-1}\cdot 30\cdot 10^{-12}\text{As/V} = \underline{1.885\text{A}} \qquad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8\text{m/s}}{10^7/\text{s}} = \underline{30\text{m}}$$

$$R_s = \frac{2\pi Z_0 h^2}{3\lambda^2} = \frac{2\pi\cdot 120\pi\Omega\,(0.3\text{m})^2}{3\cdot(30\text{m})^2} = \underline{0.079\Omega} \qquad P_s = \frac{1}{2}|I|^2 R_s = \underline{\underline{0.14\text{W} = 140.3\text{mW}}}$$

2. Zrcalna antena premera 2r=30lambda je enakomerno osvetljena, izgubo dobitka pa prinaša sevanje žarilca preko roba zrcala. Izračunajte dobitek antene G=? pri valovni dolžini lambda=3cm, če je antena usmerjena v hladno nebo Tn=4K in šumna temperatura antene naraste na Ta=100K zaradi sevanja preko roba zrcala, ki vidi tla na To=293K. Ostale izgube dobitka zanemarimo!

$A=\pi r^2$ A' = sevanje preko roba

$$T_a = \frac{A T_n + A' T_0}{A + A'}$$

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A\eta = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi r^2 \eta = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi\, 225\lambda^2\cdot 0.6678 =$$

$$A' = A\frac{T_a - T_n}{T_0 - T_a} = \underline{A\cdot 0.4974} \qquad \eta = \frac{A}{A+A'} = \underline{0.6678} \qquad \underline{\underline{G = 5932 = 37.73\text{dBi}}}$$

3. Mikrovalovno usmerjeno zvezo na frekvenci f=18GHz moramo napeljati preko pasivnega odbojnika. Izračunajte potrebno površino odbojnika A=?, če naj zveza preko odbojnika ne vnaša več kot a=20dB slabljenja glede na prazen prostor! Odbojnik se nahaja na razdalji d1=15km od prve postaje in d2=8km od druge postaje, valovanje nanj vpada pod kotom theta=45stopinj. Prazen prostor smatramo d1+d2. (c=3E+8m/s) $\sigma = (A\cos\theta)^2\frac{4\pi}{\lambda^2}$

$$P_s' = P_0 G_0 G_s\left(\frac{\lambda}{4\pi(d_1+d_2)}\right)^2 \qquad P_s = P_0 G_0 G_s \frac{\sigma}{4\pi d_1^2}\left(\frac{\lambda}{4\pi d_2}\right)^2$$

$\underline{a = 20\text{dB} = 100}$ $\lambda = \frac{c}{f} = \underline{1.67\text{cm}}$ $A = \frac{\lambda}{\cos\theta}\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} = \underline{\underline{12.3\text{m}^2}}$

$$a = \frac{P_s'}{P_s} = \frac{4\pi d_1^2 d_2^2}{(d_1+d_2)^2\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{4\pi d_1^2 d_2^2}{(d_1+d_2)^2 a} = \underline{3.42\cdot 10^6\text{m}^2}$$

4. Radijsko zvezo na valovni dolžini lambda=4m in razdalji d=10km slabi kucelj na radzalji d'=2km pred sprejemnikom. Izračunajte višino kuclja h=?, če znaša dodatno slabljenje a=30dB glede na zvezo v praznem prostoru brez ovir! Odboj od tal in ostale pojave zanemarimo!

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{(d-d')d'}{d}} = \underline{80\text{m}} \qquad a = 16\text{dB} + 20\text{dB}\log\frac{h}{\rho_1}$$

$$h = \rho_1 10^{\frac{a-16\text{dB}}{20\text{dB}}} = 80\text{m}\cdot 5.0119 = \underline{\underline{401\text{m}}}$$

5. Oddajnik moči Po=1W se nahaja na ho=200m visokem hribu na vodoravni razdalji d=3km od sprejemnika. Na kakšno višino hs=? moramo postaviti sprejemno anteno, da bo sprejem najmočnejši? Kolikšna je tedaj sprejeta moč Ps=?, če sta sprejemnik in oddajnik opremljena z neusmerjenima antenama Go=Gs=1? Tla so dovolj gladka za zrcalen odboj pri f=300MHz. (c=3E+8m/s)

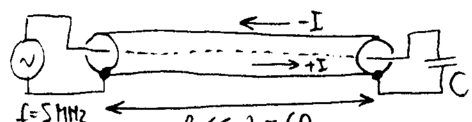
$$\Delta l = \frac{\lambda}{2} = \sqrt{d^2+(h_0+h_s)^2} - \sqrt{d^2+(h_0-h_s)^2} \approx d\left(\frac{(h_0+h_s)^2}{2d^2} - \frac{(h_0-h_s)^2}{2d^2}\right) = \frac{2h_0h_s}{d} \rightarrow h_s = \frac{\lambda d}{4h_0} = \underline{\underline{3.75\text{m}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{1\text{m}} \qquad P_s = 4P_{s0} = 4P_0 G_0 G_s\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 = \underline{\underline{2.8\cdot 10^{-9}\text{W} = 2.8\text{nW}}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 24/06/2005

---

1. Izračunajte sevalno upornost naprave Rs=?, ki jo sestavljajo izvor, koaksialni kabel in kapacitivno breme. Raven kabel dolžine l=1m ima dielektrik Er=2 in karakteristično impedanco Zk=50ohm. Na enem koncu priključimo med žilo in oklop izvor frekvence f=5MHz, na drugem koncu kabla pa prav tako med žilo in oklop kondenzator C=1nF. Prečne izmere kabla so zanemarljivo majhne napram valovni dolžini. (c=3E+8m/s)



Sevanje tokov v žili in plošču se izničuje $\longrightarrow$ $\underline{R_s = 0}$

2. Usmerjena antena ima glavni snop v obliki stožca s kotom odprtja alfa=30stopinj in stranske snope, ki so v povprečju oslabljeni za a=20dB glede na jakost sevanja v glavnem snopu. Določite dobitek antene G=? v decibelih, če znaša sevalni izkoristek eta=90% na frekvenci f=1GHz!

$$\Omega = 2\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right) = 2\pi(1-0.966) = \underline{0.214\,srd} \qquad a = 20dB = \underline{100}$$

$$G = \eta D = \eta\frac{4\pi|F(\theta_m,\phi_m)|^2}{\int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi\eta}{\Omega+\frac{1}{a}(4\pi-\Omega)} = \frac{4\pi\cdot 0.9}{0.214+\frac{1}{100}(4\pi-0.214)} = \underline{\underline{33.5 = 15.25dBi}}$$

3. Dva polvalovna dipola postavimo pod pravim kotom v smereh osi X in Y. Dipola napajamo v kvadraturi, to pomeni z enako velikima tokovoma in faznim zasukom točno PI/2. Sestavljena antena seva brezhibno krožno polarizirano valovanje v smeri osi Z. Kolokšno je osno razmerje R=? eliptične polarizacije (v decibelih) pri kotu theta=15stopinj?

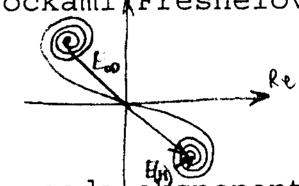
Dipol X: $F_x(\theta,\phi) = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_x\right)}{\sin\theta_x} = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\cos\phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}}$ Dipol Y: $F_y(\theta,\phi) = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\sin\phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi}}$

Primer $\phi=0,\ \cos\phi=1,\ \sin\phi=0$, $F_x(\theta,\phi) = \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)}{\cos\theta}$; $R = 20\log\dfrac{F_y}{F_x} = 20\log\dfrac{\cos\theta}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)} = 20\log 1.052 = \underline{\underline{0.44dB}}$

4. Usmerjeno radijsko zvezo na razdalji d=15km moti hrib v obliki klinaste ovire, ki vnaša uklonsko slabljenje a=28dB. Kolikšen je dodaten fazni zasuk fi=?, ki ga vnaša ovira glede na prazen prostor? Hrib se nahaja ds=5km od sprejemnika. Radijska zveza dela na frekvenci f=300MHz. Skicirajte klotoido z značilnimi točkami Fresnelovih con! (c=3E+8m/s)

$a_{dB} = 16 + 20\log\left(\frac{H}{\rho_1}\right)$

$\frac{H}{\rho_1} = 10^{\frac{a-16}{20}} = \underline{3.981}$



$$\varphi = -\pi\left(\frac{H}{\rho_1}\right)^2 + \varphi_0 = -\pi\left(\frac{H}{\rho_1}\right)^2 - \frac{\pi}{4}$$

$$\underline{\underline{\varphi = -50.6\,rd}}$$

5. Zračni tlak upada eksponentno z nadmorsko višino, hitrost upadanja pa je obratno sorazmerna absolutni temperaturi. Pozimi upade zračni tlak na vrednost 1/e na višini Hz=8km, poleti pa na višini Hp=9km. Izračunajte domet (radijsko vidljivost) pozimi dz=? in poleti dp=? z vrha h=100m visokega stolpa nad ravnino na višini morske gladine, kjer znaša lomni količnik ozračja n=1.0003! Vpliv vlage zanemarimo! (Rz=6378km)

$$n(H) = 1+\Delta n\, e^{-\frac{h}{H}} \longrightarrow R(0) = \frac{H}{\Delta n} = \frac{H}{n-1}\ ;\ R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_z}-\frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{1}{R_z}-\frac{n-1}{H}} = \begin{cases}\underline{8383km\ pozimi}\\ \underline{8100km\ poleti}\end{cases}$$

$$d = \sqrt{(R_e+h)^2-R_e^2} = \sqrt{2R_e h+h^2} \approx \sqrt{2R_e h} = \begin{cases}\underline{40.95km\ pozimi}\\ \underline{40.25km\ poleti}\end{cases}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 22/09/2005

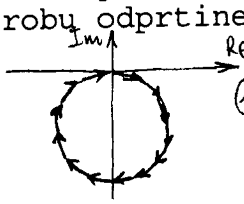
---

1. Dve kovinski plošči na razdalji d=1m tvorita kondenzator s kapacitivnostjo C=100pF. Plošči povežemo z žico na sinusni izvor s frekvenco f=10MHz. Izračunajte velikost toka v žici I=?, da naprava proizvaja električno poljsko jakost E=1V/m na oddaljenosti r=100m! Naprava se nahaja v praznem prostoru.

$k = \frac{2\pi f}{c_0} = 0.2094\ rd/m \gg \frac{1}{r}$; $r \gg d$; $\Theta = \frac{\pi}{2}$ za največje polje E

$$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} I d \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta \longrightarrow |I| = |E| \frac{4\pi r}{\omega\mu_0 d} = \underline{\underline{15.9A}}$$

2. Izračunajte smernost D=? enakomerno osvetljene krožne odprtine premera 2r=1m na frekvenci f=1GHz! Smernost odprtine znižuje kvadratna napaka faze, ki doseže vrednost fimax=2PI na robu odprtine. (c=3E+8m/s)



① + ② Fresnelova cona $\longrightarrow \underline{E=0}$; $\underline{\underline{D=0}}$

3. Naravni šum Sonca daje na frekvenci f=1GHz gostoto pretoka moči dS/df=6.3E-21W/m2/Hz v enoti pasovne širine, na obeh polarizacijah. Izračunajte šumno moč Sonca Pn=? na vhodnih sponkah sprejemnika, ki je priključen na krožno polarizirano (RHCP) anteno z dobitkom G=15dBi, obrnjeno v Sonce! Zorni kot Sonca znaša alfa=0.5 stopinje. (kb=1.38E-23J/K, c=3E+8m/s)

$A_{eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G = \underline{0.2265 m^2}$ $\qquad G = 15dBi \rightarrow \underline{\Omega_A \gg \Omega_S}$ $\qquad$ (Sprejemnik = ?)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{30cm}$ $\qquad P_n = \frac{1}{2} A_{eff} \frac{dS}{df} \Delta f = \underline{\underline{7.134 \cdot 10^{-22} W/Hz \cdot \Delta f}}$

$G = 15dBi = \underline{31.6}$

4. Radijska zveza premošča razdaljo d=30km na frekvenci f=200MHz. Na razdalji d1=10km pred sprejemnikom se nahaja hrib v obliki klinaste ovire. Koliko sega hrib H=? nad zveznico oddajnik/sprejemnik, če jakost sprejetega polja E upade na šestnajstino E=Eo/16 jakosti Eo v praznem prostoru? (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1.5m}$ $\qquad \frac{E_0}{E} = 16 = \underline{24.1dB} = a = 16dB + 20dB \log_{10} \frac{H}{\rho_1}$

$\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{(d-d_1)d_1}{d}} = \underline{100m}$ $\qquad H = \rho_1 10^{\frac{a-16}{20}} = 100m \cdot 10^{\frac{24.1-16}{20}} = \underline{\underline{253.6m}}$

5. Izračunajte gostoto elektronov N=? v sloju "F" ionosfere, ko fazna hitrost elektromagnetnega valovanja s frekvenco f=10MHz doseže dvakratno hitrost svetlobe v praznem prostoru c=3E+8m/s! (Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg)

$v_f = 2c_0 = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ $\qquad \varepsilon_r = 1 - \frac{N Q_e^2}{\varepsilon_0 \omega^2 m_e} \rightarrow N = \frac{\varepsilon_0 \omega^2 m_e}{Q_e^2}(1-\varepsilon_r) = \underline{\underline{9.306 \cdot 10^{11}\ elektronov/m^3}}$

$\rightarrow \underline{\varepsilon_r = \frac{1}{4}}$ $\qquad \underline{\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{As}{Vm}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 14.04.2006

---

1. Izračunajte inducirano napetost Ueff=? v feritni anteni, ki ima N=100ovojev sredi feritne palčke premera 2r=6mm in dolžine l=30cm! Palčko postavimo tako, da je sprejem daljnjega polja srednjevalovnega oddajnika z E=1mVeff/m na frekvenci f=1MHz najboljši. Permeabilnost ferita ur=100, izgube v feritu zanemarimo. (Zo=377ohm, c=3E+8m/s)

$H = \frac{E}{Z_0} = \underline{2.56\,\mu A/m}$; $2r \ll l \to \mu_{eff} = \mu_r$; $A = \pi r^2 = \underline{2.83\cdot 10^{-5}\,m^2}$; $u_i = -\frac{d\phi}{dt}$; $\frac{d}{dt} = j\omega$

$$U_{eff} = \omega\phi = 2\pi f N B A = 2\pi f N \mu_0 \mu_r H A = \underline{\underline{5.92\,\mu V_{eff}}}$$

2. Dva izotropna izvora se nahajata na razdalji d=0.1lambda. Določite največjo možno smernost Dmax=? takšne antenske skupine! Pri katerem faznem zamiku napajanja fi=? jo dosežemo, če oba izvora napajamo z enako jakostjo? I2=I1*exp(j*fi)

$\underline{F(\theta,\phi) = \cos\left(\frac{kd}{2}\cos\theta + \frac{\varphi}{2}\right)}$

$$D = \frac{4\pi\,|F(\theta_m,\phi_m)|^2}{\oint_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2\, d\Omega} = \frac{1+\cos(kd+\varphi)}{1+\frac{\sin kd}{kd}\cos\varphi}$$

$D_{max} \to$ osna skupina $\to \underline{\Theta_m = 0}$

$kd = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0.1\lambda = \underline{0.628}$

Številska rešitev: $\underline{\underline{D_{max} = 3.915}}$, $\underline{\underline{\varphi_{max} = 3.24\,rd}}$

3. Anteno usmerimo v hladno nebo s povprečno šumno temperaturo Tn=10K. Ko vzide Luna in zaide v glavni snop antene, izmerimo povečanje temperature antene deltaTa=1K. Kolikšen je dobitek antene G=?, če Luna seva v radijskem spektru kot črno telo s temperaturo Tl=200K in jo vidimo pod zornim kotom alfa=0.5stopnje. (c=3E+8m/s, f=1.4GHz, kb=1.38E-23J/K)

$\Omega_L = 2\pi\left(1-\cos(\alpha/2)\right) = \underline{5.98\cdot 10^{-5}\,srd}$ $\qquad \Delta T = T_2 - T_1 = (T_L - T_N)\frac{\Omega_L}{\Omega_A}$

$T_1 = T_N$ $\qquad \Omega_A = \frac{T_L - T_N}{\Delta T}\Omega_L = \underline{11.4\cdot 10^{-3}\,srd}$

$T_2 = \frac{T_L\Omega_L + T_N(\Omega_A - \Omega_L)}{\Omega_A}$ $\qquad \eta = 1 \quad G = D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \underline{1106 = 30.4\,dBi}$

4. Usmerjena radijska zveza dela na frekvenci f=300MHz in premošča razdaljo d=20km. Na poti radijskih valov ni pomembnejših ovir med gorskima vrhovoma oddajnika in sprejemnika (prosta prva fresnelova cona). Določite dodatno slabljenje v radijski zvezi a=?, ko zveznico oddajnik-sprejemnik preseka letalo z odmevno površino sigma=5m2! (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1m}$

$\rho_n = \sqrt{n\lambda\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}}$ $\to \rho_{1max} = \sqrt{\frac{\lambda d}{4}} = \underline{70.7m}$

$n = 1$, $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$

$A_1 = \pi\rho_1^2 = \underline{15707\,m^2} \gg \sigma = 5m^2 \to$ zanemarljivo majhno slabljenje

5. Oddajnik na h=250m visokem hribu doseže domet (radijsko vidljivost) d=70km do sprejemnikov v ravni nižini okoli hriba. Določite obliko krivulje (krivinski polmer R=?) razširjanja radijskih valov v troposferi, če znaša polmer Zemlje Rz=6378km! Odboj valovanja od tal zanemarimo. (c=3E+8m/s, lambda=33cm) $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R}$

$d^2 + R_e^2 = (R_e + h)^2 = R_e^2 + 2R_e h + h^2$

$R_e = \frac{d^2 - h^2}{2h} = \underline{9800\,km}$ $\qquad R = \frac{1}{1/R_z - 1/R_e} = \underline{18266\,km}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 07.06.2006

---

1. Pokončno palico uporabimo kot anteno na vozilu na frekvenci f=3MHz. Kolikšna naj bo dolžina palice l=?, če naj sevalni izkoristek antene doseže eta=1% pri upornosti ozemljitve vozila Rz=20ohm? Porazdelitev toka na palici linearno upade na nič na vrhu palice. (c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{100m}$ $\qquad R_s = \frac{2\pi Z_0 \Delta l^2}{3\lambda^2}$ $\qquad l = 2\Delta l = \underline{\underline{3.2m}}$

$\eta = \frac{R_s}{R_s+R_z}$

$R_s = \frac{\eta R_z}{1-\eta} = \underline{0.202\Omega}$ $\qquad \Delta l = \lambda\sqrt{\frac{3R_s}{2\pi Z_0}} = \underline{1.6m}$

trikotna porazdelitev toka

2. Izračunajte šumno temperaturo Ta=? brezizgubne antene s smernim diagramom F(theta,fi)=(1+cos(theta))**N, kjer je N poljuben eksponent! Povprečna šumna temperatura neba (z>0) znaša Tn=10K, povprečna temperatura Zemlje (z<0) pa Tz=290K.

$$T_a = \frac{\int_{4\pi} T(\theta,\phi)|F(\theta,\phi)|d\Omega}{\int_{4\pi}|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{T_N 2\pi\frac{2^{2N+1}-1}{2N+1} + T_Z 2\pi\frac{1}{2N+1}}{2\pi\frac{2^{2N+1}}{2N+1}} = \underline{\underline{\frac{T_N(2^{2N+1}-1)+T_Z}{2^{2N+1}} = \frac{10K(2^{2N+1}-1)+290K}{2^{2N+1}}}}$$

$$\int \underbrace{(1+\cos\theta)}_{u}{}^{2N}\sin\theta d\theta = -\int u^{2N}du = \frac{-u^{2N+1}}{2N+1}$$

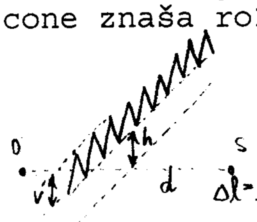
3. Izračunjate dobitek G=? (v dBi) oddajno-sprejemne radarske antene, če znaša moč oddajnika Po=200kW in občutljivost sprejemnika Ps=-90dBm na valovni dolžini lambda=10cm! Radar mora zaznati sovražno letalo z odmevno površino sigma=1m2 na razdalji d=100km v praznem prostoru brez ovir ali drugih odbojev. Kolikšen je premer 2r=? paraboličnega zrcala pri izkoristku osvetlitve eta=70%?

$P_s = \frac{P_0 G}{4\pi d^2}\sigma\frac{1}{4\pi d^2}G\frac{\lambda^2}{4\pi}$ $\qquad P_0 = 200kW = \underline{2\cdot10^5W}$, $P_s = -90dBm = \underline{10^{-12}W}$ $\qquad G = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi r^2\eta$

$2r = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{G}{\eta}} = \underline{\underline{3.8m}}$

$G = \frac{4\pi d^2}{\lambda}\sqrt{\frac{4\pi P_s}{\sigma P_0}} = \underline{\underline{9960 \approx 40dBi}}$

4. Radijsko zvezo moti hrib v obliki klinaste ovire, ki sega h=40m nad zveznico oddajnik-sprejemnik. Hrib je poraščen z posamičnimi iglavci, ki jih ponazorimo s pokončnimi trikotniki od tal do vrha drevesa. Kolikšna mora biti višina dreves v=?, da bo uklonjeno polje najmanjše? Polmer prve Fresnel-ove cone znaša ro1=30m, valovna dolžina lambda=0.5m.



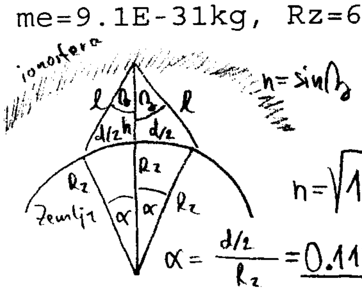
$l = d + \frac{\lambda}{2}\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^2$; $l_h = d + \frac{\lambda}{2}\left(\frac{h}{\rho_1}\right)^2$; $l_{h+v} = d + \frac{\lambda}{2}\left(\frac{h+v}{\rho_1}\right)^2$

Min. sprejem: faza $2\pi \to \Delta l = \lambda$

$\Delta l = l_{h+v} - l_h = \lambda = \frac{\lambda}{2}\left(\frac{h+v}{\rho_1}\right)^2 - \frac{\lambda}{2}\left(\frac{h}{\rho_1}\right)^2 \to 2\rho_1^2 = h^2+2hv+v^2-h^2 \to v^2+2hv-2\rho_1^2 = 0$

$v = \frac{-2h\pm\sqrt{4h^2+8\rho_1^2}}{2} = -40m \pm 58.31m = \underline{\underline{18.31m}}$

5. Ionosferska plast na višini h=300km omogoča radijsko zvezo med točkama na oddaljenosti d=1500km (merjeno po površju Zemlje) vse do frekvence f=10MHz. Kolikšna je koncentracija elektronov Ne=? v ionosferski plasti? (Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg, Rz=6378km, c=3E+8m/s)



Kosinusni izrek: $l = \sqrt{R_z^2+(R_z+h)^2-2R_z(R_z+h)\cos\alpha} = \underline{823.6km}$

Sinusni izrek: $\sin\beta_z = \frac{R_z}{l}\sin\alpha = \underline{0.909} = n$

$n = \sqrt{1-\frac{N_e Q_e^2}{\varepsilon_0 m_e\omega^2}} \longrightarrow N_e = \frac{\varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(1-n^2)(2\pi f)^2 = \underline{\underline{2.17\cdot10^{11}\ \text{elektronov}/m^3}}$

$\alpha = \frac{d/2}{R_z} = \underline{0.118rd}$ $\qquad \varepsilon_0 \approx \frac{1}{4\pi\cdot9\cdot10^9}\frac{As}{Vm}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 25.01.2007

---

1. Krožno zanko premera 2r=1m uporabimo kot anteno pri valovni dolžini lambda=60m. Kolikokrat je efektivna antenska površina Aeff večja od površine zanke Azanke? Upoštevajte, da je zanka majhna v primerjavi z valovno dolžino in je tok I v antenski žici konstanten!

$F(\Theta,\phi) = \sin\Theta \rightarrow D = 3/2 \qquad A_{zanke} = \pi r^2 = \underline{0.785 m^2}$

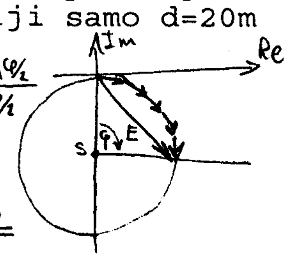
$A_{eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = \underline{429.7 m^2} \qquad \frac{A_{eff}}{A_{zanke}} = \underline{\underline{574}}$

2. Zrcalo premera 2r=1m z goriščnico f=40cm uporabimo za sprejem TV satelita na frekvenci f=12GHz. Kolikšno fazno napako fi=? na robu zrcala in kolikšno izgubo dobitka deltaG=? (v decibelih) lahko pričakujemo, če smo položaj žarilca poiskali s pomočjo oddajnika na razdalji samo d=20m proč od zrcala? (c=3E+8m/s) $\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{25mm}$

$(d+x)^2 = d^2 + r^2 \qquad \varphi = kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = \underline{\underline{\pi/2 = 1.57 rd}} \qquad \frac{E}{E_0} = \frac{\sin\varphi/2}{\varphi/2}$

$d \gg r$

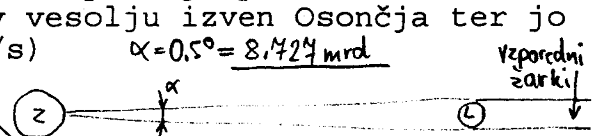
$x \approx \frac{r^2}{2d} = \underline{6.25 mm} \qquad \Delta G[dB] = 20\log(E/E_0) = 20\log\left(\frac{\sin\varphi/2}{\varphi/2}\right) = \underline{\underline{-0.91 dB}}$



3. Določite dobitek antenske skupine, ki jo sestavimo iz N=12 enakih anten, od katerih ima vsaka dobitek Ge=14dBi za desno krožno polarizacijo (RHCP)! Antene namestimo na dovolj velikih razdaljah, da so medsebojne impedance zanemarljivo majhne (Zij=0). Upoštevajte tudi izgube v napajalnem vezju, ki znašajo a=0.8dB! (lambda=10cm)

$G[dB] = G_e + 10\log N - a = 14dBi + 10.79dB - 0.8dB = \underline{\underline{23.99 dBi}}$

4. Luna se nahaja na razdalji d=380000km od Zemlje. Luno vidimo z Zemlje pod zornim kotom alfa=0.5stopinje. Pri kateri frekvenci f=? Luna natančno pokrije prvo Fresnel-ovo radijske zvezde, ki se nahaja v vesolju izven Osončja ter jo sprejemamo na Zemlji? (c=3E+8m/s) $\alpha = 0.5° = \underline{8.727 mrd}$



$\frac{d}{d+x} = \cos(\alpha/2) \approx 1 - \frac{(\alpha/2)^2}{2} + \dots$

1. FC: $x = \frac{\lambda}{2}$

$\frac{d+x}{d} = 1 + \frac{x}{d} \approx 1 + \frac{\alpha^2}{8}$

$x \approx d\frac{\alpha^2}{8} = \underline{3.617 km} \qquad \lambda = 2x = \underline{7.235 km} \qquad f = \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{41.467 kHz}}$

5. Izračunajte domet d=? svetilnika, ki se nahaja na h=50m visokem stolpu ob morski obali. Dometa svetlinka ne omejuje moč žarnice, pač pa ukrivljenost morske gladine Rz=6378km. Opazovalec se nahaja v mahnem plovilu tik nad morsko gladino. Pri izračunu upoštevajte lom svetlobe v troposferi, R=50000km blizu morske gladine)!

$R_{eff} = \frac{1}{1/R_Z - 1/R} = \underline{7310.5 km} \qquad h \ll R_{eff} \longrightarrow d = \sqrt{2R_{eff}h} = \underline{\underline{27 km}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 22.06.2007

1. Krožna zanka s polmerom r=0.5m doseže sevalni izkoristek eta=1% na frekvenci f=10MHz. Kolikšen sevalni izkoristek eta'=? doseže ista zanka na frekvenci f'=12MHz, če induktivnost zanke kompenziramo z brezizgubnim kondenzatorjem in je glavni izvor izgub kožni pojav v bakrenem vodniku zanke? (c=3E+8m/s, GamaCu=56E+6S/m)

$$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2}{3\lambda^4} = \alpha f^4 \qquad \eta = \frac{R_s}{R_{Cu}+R_s} \approx \frac{R_s}{R_{Cu}} = \frac{\alpha}{\beta} f^{3.5}$$

$$R_{Cu} = \frac{2\pi r}{\pi d \delta \gamma} = \frac{2r}{d}\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}} = \beta\sqrt{f} \qquad \eta' = \eta\left(\frac{f'}{f}\right)^{3.5} = \underline{\underline{1.89\%}}$$

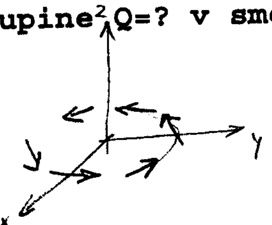
d=premer žice

2. Krožna antenska odprtina je sestavljena iz kroga s polmerom r1=10lambda in kolobarja med r1 in r2=16lambda. Krog in kolobar okoli njega sta enako močno vzbujana, s tem da vzbujanje kolobarja zaostaja za četrt periode (fi=90stopinj) za vzbujanjem kroga. Izračunajte smernost takšne odprtine D=? v dBi!

krog $r<r_1: E_{01}=E_0$, kolobar $r_1<r<r_2: E_{02}=-jE_0$

$$D = \frac{4\pi\left|\int E_0\, dA\right|^2}{\lambda^2 \int_A |E_0|^2 dA} = \frac{4\pi\left|\pi r_1^2 E_0 - j\pi(r_2^2-r_1^2)E_0\right|^2}{\lambda^2\, \pi r_2^2\, |E_0|^2} = \frac{4\pi^2\left|100-j(256-100)\right|^2}{256} = \underline{\underline{5295 = 37.24\,dBi}}$$

3. Skupino sestavlja šest polvalovnih dipolov, ki so napajani sofazno, so enakomerno razmeščeni po obodu kroga s polmerom r=1.5lambda ter usmerjeni v smer 1fi. Krog se nahaja v ravnini XY s središčem v koordinatnem izhodišču. Določite polarizacijo skupine Q=? v smeri osi Z! (X=V, Y=H)



Skupina ima ničlo smernega diagrama v smeri osi Z (sevanje nasprotnih parov dipolov se uničuje).

Q je nedoločen v smeri ničle sevanja.

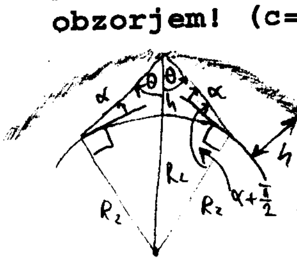
4. Oddajno in sprejemno anteno postavimo na h=8m visoka drogova, ki sta v vodoravni smeri d=10m narazen. Kolikšna površina tal (prerez prvega Fresnelovega elipsoida) A=? je potrebna za neželjeni odboj valovanja, ki moti meritev anten na frekvenci f=15GHz? (c=3E+8m/s)

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}} = \sqrt{\frac{\lambda r}{4}} = \underline{0.307m} \qquad \sin\alpha = \frac{2h}{r} \qquad A = \frac{A'}{\sin\alpha}$$

$$r = \sqrt{d^2+(2h)^2} = \underline{18.87m} \qquad A' = \pi\rho_1^2 = \underline{0.296m^2}$$

$$r_1 = r_2 = \frac{r}{2} \qquad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.02m} \qquad A = \frac{\pi\rho_1^2}{\sin\alpha} = \pi\rho_1^2\frac{r}{2h} = \underline{\underline{0.35m^2}}$$

5. Ionosferska plast ima najvišjo frekvenco plazme fp=10MHz na višini h=400km. Izračunjate najvišjo frekvenco f=?, na kateri lahko vzpostavimo radijsko zvezo preko te ionosferske plasti, če imata oddajnik in sprejemnik v neposredni bližini naravne ovire (gore), ki zastirajo nebo do alfa=5stopinj nad obzorjem! (c=3E+8m/s, Qe=-1.6E-19As, me=9.1E-31kg) $R_Z = 6378km$



Sinusni izrek: $\frac{\sin\Theta}{R_Z} = \frac{\sin(\alpha+\pi/2)}{R_Z+h} \rightarrow \sin\Theta = \frac{R_Z}{R_Z+h}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \underline{0.937}$

$$\sin\Theta = n = \sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2} \rightarrow f = \frac{f_p}{\sqrt{1-\sin^2\Theta}} = \underline{\underline{28.716MHz}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 29.08.2007

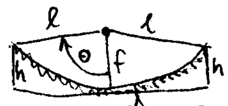
1. Vesoljska elektrarna se nahaja v geostacionarni tirnici in oddaja električno energijo na Zemljo s pomočjo mikrovalov z valovno doolžino lambda=12cm. Elektrarna razpolaga z oddajno anteno premera 2r=1.5km ter izkoristkom osvetlitve odprtine eta=60%. Določite površino sprejemne antene na Zemlji As=? na razdalji d=38500km od elektrarne, če elektrarno vidimo pri kotu alfa=30stopinj (elevacija) nad obzorjem!

$$\Omega = \frac{4\pi}{D} = \frac{\lambda^2}{\pi r^2 \eta} = \underline{1.358 \cdot 10^{-8} \mathrm{srd}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi r^2 \eta \qquad A_s = \frac{\Omega d^2}{\sin\alpha} = \underline{\underline{40.3\,\mathrm{km}^2}}$$

2. Rotacijsko simetrično parabolično zrcalo z razmerjem f/D=0.35 osvetlimo z žarilcem, ki ima glavni snop smernega diagrama oblike F(theta,fi)=cos(theta). Izračunajte, za koliko decibelov a=? upade jakost sevanja na robu zrcala v primerjavi s središčem zrcala! Fazno središče žarilca namestimo točno v gorišče zrcala in žarilec usmerimo točno v os zrcala.

$$h = \frac{D^2}{16f} = \frac{f}{16(f/D)^2} = \underline{0.51f} \; ; \; a = 20\log_{10}\left(\frac{f}{\ell}|F(\theta,\phi)|\right) = 20\log_{10}\frac{f(f-h)}{\ell^2} = \underline{\underline{-13.4\,\mathrm{dB}}}$$



$$\ell = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + (f-h)^2} = f\sqrt{\left(\frac{1}{2(f/D)}\right)^2 + \left(1-\frac{h}{f}\right)^2} = \underline{1.51f} \; ; \; \cos\theta = \frac{f-h}{\ell}$$

3. Brezizgubno anteno obrnemo najprej v tla (To=293K) in si zabeležimo sprejeto šumno moč. Ko anteno obrnemo v temno nebo (Tn=4K), jakost šuma antene upade za a1=-10dB. Ko anteno zasučemo v sozvezdje na nebu, izmerimo upad šuma za a2=-9dB glede na tla. Kolikšna je povprečna temperatura neba sozvezdja Ts=? v glavnem snopu antene, če v vseh treh primerih stranski snopi antene gledajo v tla? (kb=1.38E-23J/K)

$$T_1 = T_0 \cdot 10^{\frac{a_1}{10}} = \underline{29.3\,\mathrm{K}} = T_n x + T_0(1-x) \longrightarrow x = \frac{T_1 - T_0}{T_n - T_0} = \underline{0.912}$$

$$T_2 = T_0 \cdot 10^{\frac{a_2}{10}} = \underline{36.9\,\mathrm{K}} = T_s x + T_0(1-x) \longrightarrow T_s = \frac{T_2 - T_0(1-x)}{x} = \underline{\underline{12.3\,\mathrm{K}}}$$

$$x = \int_{\Omega_{glavni}} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega \Big/ \int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega = \text{neka konstanta}$$

4. Usmerjena radijska zveza premošča razdaljo d=30km. Na oddaljenosti d1=10km od oddajnika se nahaja gorski greben, ki sega za h=40m nad zveznico oddajnik-sprejemnik. Na vhodnih sponkah sprejemnika izmerimo napetost Us, ki je le desetina (Us=Uso/10) računske vrednosti za prazen prostor Uso. Pri kateri frekvenci f=? deluje radijska zveza? Lom radijskih valov v troposferi zanemarimo. (c=3E+8m/s)

$$a = 20\log_{10}\left(\frac{U_s}{U_{s0}}\right) = \underline{20\,\mathrm{dB}} = 16\,\mathrm{dB} + 20\,\mathrm{dB}\log_{10}\frac{h}{\rho_1} \longrightarrow \rho_1 = h \cdot 10^{-\frac{a-16}{20}} = \underline{25.2\,\mathrm{m}}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d_1(d-d_1)}{d}} \longrightarrow \lambda = \frac{\rho_1^2 d}{d_1(d-d_1)} = \underline{0.096\,\mathrm{m}} \; ; \; f = \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{3.14\,\mathrm{GHz}}}$$

5. Radarska antena se nahaja na tovornjaku na višini ha=3m nad ravno okolico in deluje na frekvenci f=1GHz. Radarju se približuje letalo na višini h=300m nad tlemi. Na kateri (vodoravni) razdalji d=? odmev od letala oslabi uničujoča interferenca odboja od tal? Ukrivljenost Zemlje in lom radijskih valov v troposferi zanemarimo. (c=3E+8m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.3\,\mathrm{m}} = r_0 - r_n = \sqrt{d^2 + (h+h_a)^2} - \sqrt{d^2 + (h-h_a)^2} \approx d + \frac{(h+h_a)^2}{2d} - d - \frac{(h-h_a)^2}{2d} = \frac{2hh_a}{d}$$

$$d \approx \frac{2hh_a}{\lambda} = \underline{\underline{6\,\mathrm{km}}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 07.02.2008

==

1. Kratkovalovno radijsko postajo na frekvenci f=4MHz priključimo na pokončno palico višine h=5m. Izračunajte sevalni izkoristek eta=? opisane antene, če predstavlja glavnino izgub upornost ozemljitve Ro=30ohm! Ker je palica kratka glede na valovni dolžino, jakost toka linearno upada vzdolž palice. (Zo=377ohm, c=3E+8m/s)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{75m}$

$R_s = \frac{2\pi Z_0}{3\lambda^2}\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \underline{0.877\Omega}$

$\eta = \frac{R_s}{R_s + R_0} = \underline{\underline{2.84\%}}$

2. Linearno-polariziran valovodni lijak z dobitkom G=20dBi usmerimo v veliko kovinsko steno (Gama=-1) na oddaljenosti d=5m. Izračunajte razmerje stojnega vala (neuobranost ali valovitost) ro=? na prenosnem vodu do antene, če je antena v praznem prostoru brezhibno prilagojena na izvor s frekvenco f=10GHz! (c=3E+8m/s)

$G_s = G_0 = G = 20dBi = \underline{100}$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3cm}$ $\quad r = 2d = \underline{10m}$

$U_s/U_0 = \sqrt{P_s/P_0} = \underline{0.024}$

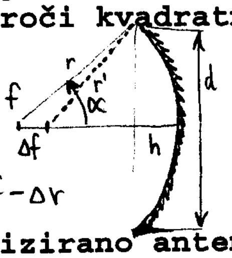
$P_s = P_0 G_0 G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 = \underline{0.57\cdot 10^{-3} P_0}$

$\rho = \frac{U_0 + U_s}{U_0 - U_s} = \underline{\underline{1.049}}$

3. Simetrično parabolično zrcalo premera d=3m ima goriščnico f=1.2m. Za kolikšno razdaljo delta=? moramo izmakniti žarilec iz gorišča v smeri proti zrcalu, da bo sprejem na frekvenci f=30GHz našibkejši? Predpostavljamo, da izmik vzdolž goriščnice povzroči kvadratno napako faze. (c=3E+8m/s)

1.minimum: $\Delta\varphi = 2\pi$

$\Delta l = \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1cm}$



$\Delta l = \Delta f - (r - r') = \Delta f - \Delta r$

$\Delta r \approx \Delta f \cos\alpha$ $\quad h = \frac{d^2}{16f} = \underline{0.469m}$

$\Delta l \approx \Delta f - \Delta f\cos\alpha$ $\quad r = \sqrt{(d/2)^2 + (f-h)^2} = \underline{1.67m}$

$\Delta f \approx \frac{\Delta l}{1-\cos\alpha} = \underline{\underline{1.78cm}}$ $\quad \cos\alpha = \frac{f-h}{r} = \underline{0.438}$

4. Krožno-polarizirano anteno sestavimo iz dveh polvalovnih dipolov v koordinatnem izhodišču. Prvi dipol je postavljen v smeri osi X in ga napajamo s tokom I1=1A. Drugi dipol leži v ravnini XY pod 45 stopinjami glede na osi X in Y. S kakšnim tokom I2=? moramo napajati drugi dipol, da v smeri osi Z dobimo desno-krožno polarizacijo?

$\vec{1}_D = (\vec{1}_V - j\vec{1}_H)/\sqrt{2} = (\vec{1}_x - j\vec{1}_y)/\sqrt{2} \longrightarrow E_y = -jE_x$

$E_x = \alpha I_1 + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} I_2$; $E_y = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} I_2 \rightarrow \frac{\alpha}{\sqrt{2}} I_2 = -j\left(\alpha I_1 + \frac{\alpha}{\sqrt{2}} I_2\right)$

$I_2 = \frac{-jI_1\sqrt{2}}{1+j} = \frac{(-1-j)}{\sqrt{2}} I_1$

$\underline{\underline{I_2 = (-0.707 - j0.707)A = e^{-j\frac{3\pi}{4}}A}}$

5. Izračunajte domet d=? toki-voki-jev, ki ga v glavnem omejuje uničujoča interferenca neposrednega žarka in odboja od tal. Par ročnih radijskih postaj deluje na frekvenci f=160MHz. Med uporabo držimo obe postaji na višini ho=hs=1.5m nad tlemi. Moč oddajnika znaša Po=1W, občutljivost sprejemnika pa Ps=-122dBm. Dobitka obeh (skrajšanih) anten sta Go=Gs=-3dBi. Ukrivljenost površja Zemlje in lom valovanja v troposferi zanemarimo. (c=3E+8m/s)

$P_s = -122dBm = \underline{6.31\cdot 10^{-16}W}$ $\quad P_s \approx P_0 G_0 G_s \frac{h_0^2 h_s^2}{d^4} \rightarrow d = \sqrt[4]{\frac{P_0}{P_s} G_0 G_s h_0^2 h_s^2} = \underline{\underline{6692m = 6.7km}}$

$G_0 = G_s = \underline{-3dBi = 0.5}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 04.07.2008

1. Linearno-polarizirana antena z dobitkom G=20dBi je v praznem prostoru brezhibno prilagojena na oddajnik na frekvenci f=20GHz. Izračunajte razmerje stojnega vala (valovitost ali neubranost) ro=?, ko pred anteno postavimo veliko kovinsko ploščo na oddaljenosti d=3m od faznega središča antene! Glavni snop antene vpada pod pravim kotom na ploščo. (c=3E+8m/s)

$G = 20\,\text{dBi} = \underline{100}$ $\qquad P_s/P_o = G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 = G^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2$

$\lambda = c_0/f = \underline{1.5\,\text{cm}}$ $\qquad \varrho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \underline{\underline{1.0406}}$

$r = 2d = \underline{6\,\text{m}}$ $\qquad |\Gamma| = \sqrt{P_s/P_o} = \frac{G\lambda}{4\pi r} = \underline{0.0199}$

2. Izračunajte smernost D=? kvadratne odprtine s stranico a=3lambda v smeri osi z! Valovodni lijak napajamo z rodom TE02. Kvadratna napaka faze doseže vrednosti fi=PI v vogalu odprtine glede na središče kvadrata. Sevanje tokov na zunanji strani lijaka zanemarimo. (lambda=10cm)

$$\vec{E}_0 = \vec{1}_x \underbrace{C \sin\frac{2\pi}{a} y \; e^{j\varphi(x^2+y^2)}}_{\text{liha funkcija } (y)} \qquad D = \frac{4\pi \left| \int_A E_0\,dx\,dy \right|^2}{\lambda^2 \int_A |E_0|^2\,dx\,dy} = \underline{\underline{0}}$$

3. Zapišite smerni diagram F(theta,fi) skupine treh enakih anten, ki se nahajajo na osi z! Smerni diagram vsake antene je Fe=sin(theta), vse tri antene so enako polarizirane. Antena 2 se nahaja v koordinatnem izhodišču, antena 1 je na razdalji h12=0.5lambda pod anteno 2, antena 3 pa na razdalji h23=0.75lambda nad anteno 2. Vse tri antene se napajajo z enakimi tokov I1=I2=I3 $=I$ $\qquad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \qquad k = 2\pi/\lambda$

$\vec{E}_1 = \vec{\alpha} I_1 \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} \sin\theta = \underline{\vec{\alpha} I \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jkh_{12}\cos\theta} \sin\theta}$

$\vec{E}_2 = \vec{\alpha} I_2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \sin\theta = \underline{\vec{\alpha} I \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\theta}$

$\vec{E}_3 = \vec{\alpha} I_3 \frac{e^{-jkr_3}}{r_3} \sin\theta = \underline{\vec{\alpha} I \frac{e^{-jkr}}{r} e^{+jkh_{23}\cos\theta} \sin\theta}$

$\vec{E} = \vec{\alpha} I \frac{e^{-jkr}}{r} \left(e^{-jkh_{12}\cos\theta} + 1 + e^{jkh_{23}\cos\theta}\right) \sin\theta$

$\underline{\underline{F(\theta,\phi) = \left(e^{-j\pi\cos\theta} + 1 + e^{j\frac{3}{2}\pi\cos\theta}\right) \sin\theta}}$

Kompleksna f., ker fazno središče ne obstaja!

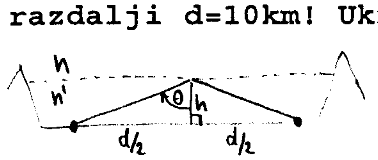
4. Usmerjeno anteno uporabljamo za sprejem šuma radio zvezde na frekvenci f=1421MHz. Izračunajte, na kateri razdalji d=? od sprejemne antene ima prva Fresnel-ova cona površino A=1km2! Radijski signal potrebuje t=15 let od radio zvezde do sprejemne antene. (c=3E+8m/s)

$\lambda = c_0/f = \underline{21.11\,\text{cm}}$ $\qquad \varrho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} \approx \underline{\sqrt{\lambda d_1}}$ $\qquad A = \pi \varrho_1^2 = \underline{\pi \lambda d_1}$

$d_1 = d = ?$

$d_1 + d_2 = c_0 t = \underline{1.42 \cdot 10^{17}\,\text{m} \gg d_1}$ $\qquad d = d_1 \approx \frac{A}{\pi\lambda} = 1.508 \cdot 10^6\,\text{m} = \underline{\underline{1508\,\text{km}}}$

5. Kotlina z ravnim dnom je napolnjena z meglo do višine h=100m. Nad meglo se nahaja topel zrak z lomnim količnikom n=1.0003. Izračunajte lomni količnik megle n'=?, če plast megle omogoča radijsko zvezo preko popolnega odboja na razdalji d=10km! Ukrivljenost Zemlje zanemarimo. $\quad d \gg h$



$\sin\theta = \frac{n}{n'} = \frac{d/2}{\sqrt{(d/2)^2 + h^2}}$ $\qquad n' = n \frac{\sqrt{(d/2)^2 + h^2}}{d/2} \approx \underline{n\left(1 + \frac{2h^2}{d^2}\right)}$

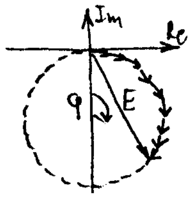
$n' \approx 1.0003\left(1 + \frac{2(100\,\text{m})^2}{(10000\,\text{m})^2}\right) = 1.0003 \cdot (1 + 0.0002) \approx \underline{\underline{1.0005}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 07.11.2008

1. Feritna antena vsebuje en sam ovoj bakrenega traku okoli feritne palčke dolžine l=10cm in preseka A=1cm2. Ferit ima relativno permeabilnost ur=30 in razmeroma visoke izgube na delovni frekvenci antene f=100MHz. Kolikšen je sevalni izkoristek eta=? takšne antene, če je zaradi izgub v feritu razmeroma dobro prilagojena na izvor z impedanco Z=50ohm? (c=3E+8m/s) $\underline{R_i \approx Z}$; $\underline{\cancel{\sqrt{A} \ll l \rightarrow \mu_{reff} \approx \mu_r}}$, $\underline{Z_0 \approx 120\pi\,\Omega}$; $\underline{\lambda = c/f = 3m}$

$$R_s = \frac{8\pi^3 Z_0 A^2 \mu_{reff}^2}{3\lambda^4} = \underline{3.46\,m\Omega} \qquad \eta = \frac{R_s}{R_s + R_i} = \underline{\underline{6.93\cdot 10^{-5} = 0.00693\%}}$$

2. Rotacijsko-simetrično parabolično zrcalo premera d=100lambda je enakomerno osvetljeno. Smernost kvarita kvadratna napaka faze, ki na robu zrcala doseže fi=135stopinj glede na središče in sevanje žarilca preko roba zrcala, kamor se izgubi s=15% moči. Izračunajte smernost takšne antene D=? (v dBi), če je žarilec dovoj majhen, da lahko njegovo senco zanemarimo!



$$E/E_0 = \frac{|1 - e^{j\varphi}|}{\varphi} = \frac{2\sin\varphi/2}{\varphi} = \underline{0.784}$$

$$\underline{\varphi = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}\,rd} \qquad D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \left(E/E_0\right)^2 (1-s) = \left(\pi \frac{d}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{2\sin\varphi/2}{\varphi}\right)^2 (1-s) = \underline{\underline{51593 = 47.13\,dBi}}$$

3. Izračunajte domet radarja d=? v praznem prostoru, ki dela na valovni dolžini lambda=23cm z močjo oddajnika Po=1MW! Sprejemno/oddajna antena ima efektivno površino Aeff=10m2, občutljivost sprejemnika pa znaša Ps=1pW. Radarju se približuje strnjena formacija N=12 sovražnih letal. Vsako letalo ima odmevno površino sigma=1m2, odboji radijskih valov od posameznih letal pa med sabo niso korelirani.

$$d = \sqrt[4]{\frac{P_0 N \sigma A_{eff}^2}{P_s 4\pi \lambda^2}} = \underline{\underline{206124\,m = 206\,km}}$$

nekoherentno seštevanje $\rightarrow$ vsota moči $\rightarrow$ $\sigma_{formacije} = N\sigma$

4. Letalo se nahaja nad jezerom na višini h=300m in uporablja radijski višinimer, ki dela na frekvenci f=4.3GHz. Izračunajte potrebno površino A=? za odboj valovanja na gladini jezera (prva Fresnelova cona), če je gladina jezera gladka v primerjavi z valovno dolžino! Kolikšno je slabljenje celotne radijske poti od oddajne do sprejemne antene na krovu letala a=? (v dB), če je velikost odbojnosti vodne gladine enaka enoti? (c=3e+8m/s)

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{\lambda h}{2}} = \underline{3.24\,m} \qquad a\Big|_{G_0 = G_S = 1} = 10\log_{10}\left(P_0/P_s\right) = 10\log_{10}\left(\frac{8\pi h}{\lambda}\right)^2 = 20\log_{10}\left(\frac{8\pi h}{\lambda}\right)$$

$$\lambda = c_0/f = \underline{7\,cm} \qquad A = \pi\rho_1^2 = \underline{\underline{32.9\,m^2}} \qquad \underline{\underline{a = 100.7\,dB}}$$

5. Radijski val s frekvenco f=35MHz se širi skozi ionosfersko plast z valovnim številom k=0.5rd/m. Izračunajte gostoto elektronov Ne=?, če učinek ostalih delcev v ionosferski plasti zanemarimo! (c=3E+8m/s, Qe=-1.6E-19As, Me=9.1E-31kg)

$$k = n k_0 = n\frac{\omega}{c_0} = n\frac{2\pi f}{c_0} \qquad n = \sqrt{1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \varepsilon_0 m_e}} \longrightarrow N_e = \frac{\omega^2 \varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(1-n^2) = \frac{4\pi^2 f^2 \varepsilon_0 m_e}{Q_e^2}(1-n^2)$$

$$n = \frac{k c_0}{2\pi f} = \underline{0.682} \qquad \underline{\varepsilon_0 \approx \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\,As/Vm} \qquad \underline{\underline{N_e = 8.13\cdot 10^{12}\,\text{elektronov}/m^3}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 27.03.2009

1. Zapišite sevano polje $\vec{E}$=? kratke žice dolžine l<<lambda, ki se nahaja v koordinatnem izhodišču! Žica dipola poteka v osi X kartezičnega koordinatnega sistema. Tok poganja izvor jakosti Ig v koordinatnem izhodišču. Valovno število k je podatek naloge. Rezultat zapišite s koordinatami in smerniki krogelnega koordinatnega sistema (r,theta,fi)!

Recipročnost:

$\vec{J} = \vec{1}_x \frac{I_g}{A'}$

$\vec{1}_s \cdot \vec{E} = \frac{1}{I_s l_s}\int_V \vec{E}_s\cdot\vec{J}\,dV$

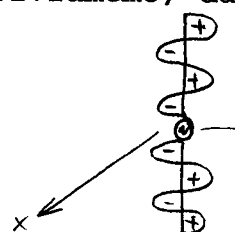
$\vec{E}_s = \vec{1}_{\Theta_s}\frac{jkZ_0}{4\pi} I_s l_s \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\Theta_s$

$\vec{1}_s = \vec{1}_\Theta \Rightarrow \vec{1}_{\Theta_s}\cdot\vec{1}_x = -\cos\Theta\cos\phi$; $E_\Theta = -\frac{jkZ_0}{4\pi} I_g l \frac{e^{-jkr}}{r}\cos\Theta\cos\phi$

$\vec{1}_s = \vec{1}_\phi \Rightarrow \vec{1}_{\Theta_s}\cdot\vec{1}_x = \sin\phi$; $E_\phi = \frac{jkZ_0}{4\pi} I_g l \frac{e^{-jkr}}{r}\sin\phi$

$$\vec{E} = \left(-\vec{1}_\Theta\cos\Theta\cos\phi + \vec{1}_\phi\sin\phi\right)\frac{jkZ_0}{4\pi} I_g l \frac{e^{-jkr}}{r}$$

2. Tanka žica (premer<<lambda) dolžine l=4lambda se nahaja v osi z. Izvor se nahaja točno sredi žice v koordinatnem izhodišču. Izračunajte sevano polje žice na velikih razdaljah (v Fraunhofer-jevem odročju) v ravnini XY! Pri reševanju naloge privzamemo, da porazdelitev toka na žici ustreza stojnemu valu.



V ravnini XY je ničla $F(\Theta,\phi)$

$\vec{E}(z=0) = 0$

3. Bočno skupino sestavimo iz dveh enakih anten, ki imata vsaka zase povsem realno impedanco Z11=Z22=80ohm na nazivni frekvenci. Anteni postavimo na takšno razdaljo, da znaša medsebojna impedanca Z12=Z21=-20ohm. Kolikšen je dobitek antenske skupine G=? (v dBi), če znaša dobitek posamične antene Ge=2dBi? Izgube v antenah in napajalnem vezju skupine zanemarimo.

$G_e = 2dBi = 1.585$

Bočna skupina v smeri $F(\Theta_{max},\phi_{max})$:

$\vec{E} = 2\vec{E}_0$; $\vec{S} = 4\vec{S}_0$

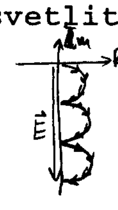
$P_0 = \frac{1}{2}|I|^2 Re[Z_{11}]$

$P = 2\left(\frac{1}{2}|I|^2 Re[Z_{11}+Z_{12}]\right)$

$$G = G_e\frac{|\vec{S}|/|\vec{S}_0|}{P/P_0} = 4G_e\frac{Re[Z_{11}]}{2Re[Z_{11}+Z_{12}]} = 4\cdot 1.585\frac{80\Omega}{2[80\Omega-20\Omega]} = 4.226$$

$G = 6.26dBi$

4. Izračunajte dobitek G=? (v dBi) antene s Fresnel-ovo zbiralno lečo premera d=50cm na frekvenci f=24GHz! Fresnel-ovo lečo izdelamo tako, da zasenčimo sode kolobarje. Kot primarni izvor (žarilec) uporabimo korugirani lijak, ki ga postavimo v gorišče leče in zagotavlja izkoristek osvetlitve odprtine eta=75%. (c=3E+8m/s)



fazna napaka

$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_0|} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\pi} = \frac{1}{\pi}$

polovica senčenje

$G = \frac{4\pi}{\lambda^2}A\left(\frac{|E|}{|E_0|}\right)^2\eta = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\left(\frac{1}{\pi}\right)^2\eta = \frac{d^2}{\lambda^2}\eta$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 1.25cm$

$G = \frac{(50cm)^2}{(1.25cm)^2}\cdot 0.75 = 1200 = 30.8dBi$

5. Sprejem satelita na frekvenci f=137MHz moti odboj od tal. Ko satelit vzhaja nad obzorje, niha jakost sprejema od nič do masimuma in nazaj. Pri elevaciji satelita alfa=10 stopinj nad obzorjem doseže jakost signala N=7 zaporedni maksimum. Izračunajte višino sprejemne antene h=? nad tlemi, če je odbojnost tal za položen vpad valovanja enaka Gama=-1 ne glede na polarizacijo! (c=3E+8m/s) $\lambda = c_0/f = 2.19m$

$\Delta l = 2h\sin\alpha = \frac{\lambda}{2}(2N-1) \longrightarrow h = \frac{(2N-1)\lambda}{4\sin\alpha} = \frac{(14-1)\cdot 2.19m}{4\cdot\sin(10^\circ)} = 41m$

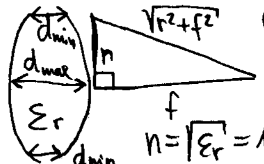
Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 29.06.2009
===

1. Majhna krožna zanka (r<<lambda) ima pri frekvenci f=100MHz sevalno upornost Rs=1ohm, ko je potopljena v veliko posodo, napolnjeno s čisto vodo (Er=80 in zanemarljivo majhna prevodnost). Pri kateri frekvenci f'=? doseže ista zanka enako sevalno upornost v zraku (Er=1)? (c=3E+8m/s)

$$R_s = \frac{8\pi Z A^2}{3\lambda^4} = \frac{8\pi Z_0 A^2}{3\lambda_0^4}\left(\sqrt{\varepsilon_r}\right)^3 \longrightarrow R_s = \alpha f^4 \left(\sqrt{\varepsilon_r}\right)^3 = \alpha f'^4$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \;;\; \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad f' = f\sqrt[4]{\left(\sqrt{\varepsilon_r}\right)^3} = f\,\varepsilon_r^{3/8} = \underline{\underline{517.2\,\mathrm{MHz}}}$$

2. Usmerjena antena na frekvenci f=12GHz je sestavljena iz točkastega izvora ter okrogle dielektrične zbiralne leče. Leča ima polmer r=25cm ter goriščnico f=60cm. Kolikšna je debelina leče dmax=? v sredini, če je debelina leče na obodu dmin=5cm ter je izdelana iz teflona z dielektrično konstannto Er=2.25? Leča in izvor se nahajata v praznem prostoru c=3E+8m/s.



enaka faza: $f k_0 + d_{max} n k_0 = \sqrt{r^2+f^2}\, k_0 + d_{min} n k_0 + (d_{max} - d_{min}) k_0$

$n = \sqrt{\varepsilon_r} = 1.5$

$$d_{max} = \frac{1}{n-1}\left(\sqrt{r^2+f^2} - f\right) + d_{min} = \frac{1}{1.5-1}(65\,\mathrm{cm} - 60\,\mathrm{cm}) + 5\,\mathrm{cm} = \underline{\underline{15\,\mathrm{cm}}}$$

3. Izračunajte največje slabljenje a=? (Po/Ps v dB) usmerjene mikrovalovne radijske zveze na frekvenci f=7GHz, ki premošča razdaljo d=30km v praznem prostoru brez ovir in brez odbojev! Dobitki obeh anten znašajo Go=Gs=30dBi. Obe anteni sta desno krožno polarizirani, proizvajalec pa zagotavlja osno razmerje R<3dB. Upoštevajte najslabši primer, to se pravi največjo možno polarizacijsko neskladnost med antenama. ~~(c=3E+8m/s)~~

$R_{dB} = 20\log\frac{E_{max}}{E_{min}} < 3\,\mathrm{dB} \rightarrow \underline{R < \sqrt{2} = 1.41}$

$$\left(P_o/P_s\right)_{dB} = 10\log\frac{1}{G_o G_s}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2\left(\frac{\left|1 \cancel{-} + |Q_{max}||Q_{max}|\right|^2}{\left(1+|Q|_{max}^2\right)\left(1+|Q|_{max}^2\right)}\right)^{-1}$$

najslabši primer

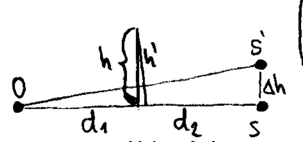
$R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \rightarrow |Q| = \frac{R-1}{R+1} \underline{< 0.172 = |Q|_{max}}$

$$\left(P_o/P_s\right)_{dB} = 10\log\frac{1}{10^3\cdot 10^3}\,7.738\cdot 10^{13}\cdot 0.916^{-1} = 10\log 8.447\cdot 10^7 = \underline{\underline{79.3\,\mathrm{dB}}}$$

4. Sprejem d=20km oddaljenega TV oddajnika na frekvenci f=600MHz točno sredi radijske poti moti hrib, ki sega h=100m nad zveznico oddajnik-sprejemnik. Za koliko decibelov a=? se poveča jakost sprejma, če sprejemno anteno dvignemo za deltah=20m glede na izvorni položaj? Hrib se v obeh primerih obnaša kot klinasta ovira, postavljena prečno na radijsko pot. (c=3E+8m/s) $\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.5\,\mathrm{m}}$ $\quad h' = h - \Delta h\frac{d_1}{d_1+d_2} = \underline{90\,\mathrm{m}}$ $\quad a = 16 + 20\log\frac{h}{\rho_1} - \left(16 + 20\log\frac{h'}{\rho}\right)$

$d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \underline{10\,\mathrm{km}}$ $\quad \boxed{h', h > \rho_1}$

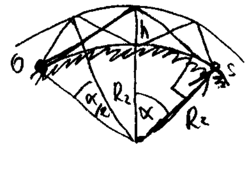
$\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} = \underline{50\,\mathrm{m}}$



$$a = 20\log\frac{h}{h'} = 20\log\frac{100}{90} = \underline{\underline{0.915\,\mathrm{dB}}}$$

5. Radijski valovi se širijo preko odbojev od ionosfere po dveh različnih poteh. Prvi žarek začne svojo pot vodoravno v smeri obzorja, se samo enkrat odbije od ionosfere ter prileti do sprejemnika spet iz smeri obzorja. Drugi žarek začne pot bolj strmo, se prvič odbije od ionosfere, potem od Zemlje in nato še enkrat od ionosfere, preden pride do sprejemnika. Kolikšna je časovna zakasnitev drugega žarka glede na prvi žarek deltat=?. če se oba žarka večinoma širita po praznem prostoru in se ionosferska plast nahaja na višini h=300km? (Rz=6378km)

$$d_1 = 2\sqrt{(R_z+h)^2 - R_z^2} = \underline{3958\,\mathrm{km}} \qquad d_2 = 4\sqrt{(R_z+h)^2 + R_z^2 - 2(R_z+h)R_z\cos(\alpha/2)} = \underline{4103\,\mathrm{km}}$$



$$\cos(\alpha/2) = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\alpha} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{R_z}{2(R_z+h)}}$$

$$\cos(\alpha/2) = \underline{0.98971}$$

$$\Delta t = \frac{d_2 - d_1}{c_0} = \frac{4103\,\mathrm{km} - 3958\,\mathrm{km}}{3\cdot 10^5\,\mathrm{km/s}} = \underline{\underline{482.5\,\mu s}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 21.09.2009

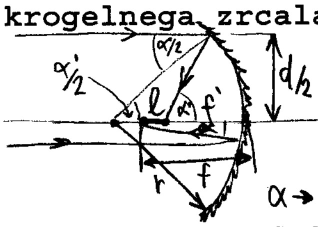
==

1. Napetostni izvor frekvence f=1MHz je priključen med dobro ozemljitev in pokončno palico dolžine l=2m. Vrh palice je priključen na vodoravno kovinsko ploščo (kapacitivni klobuk), da znaša skupna kapacitivnost plošče in palice C=300pF in je tok v palici konstanten. Za koliko decibelov a=? upade jakost sevanega električnega polja, če ploščo odstranimo? Kapacitivnost same palice je C'=20pF in jakost toka linearno upada proti koncu palice. (c=3E+8m/s) $\lambda = c_0/f = 300m \gg l$

$$\left|\frac{E'}{E}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{I'}{I}\right| \qquad \left|\frac{I'}{I}\right| = \frac{C'}{C} \qquad a = 20\log\left|\frac{E'}{E}\right| = 20\log\frac{C'}{2C} = \underline{\underline{-29.5dB}}$$

trikotna porazdelitev $I'(z)$ na palici

2. Krogelno zrcalo ima krivinski radij r=85cm. Krožni izrez takšnega zrcala premera d=1.1m uporabimo kot zbiralno zrcalo. Izračunajte dolžino gorišćne daljice l=?, v katero se preslika izvor valovanja iz neskončnosti! Izvor valovanja se nahaja točno v osi krožnega izreza. Mehanske tolerance izdelave krogelnega zrcala so zanemarljivo majhne.



$$\alpha' = 2\arcsin\frac{d/2}{r} = \underline{80.64°} \qquad l = f - f' = \underline{\underline{13.2cm}}$$

$$f' = \frac{d/2}{tg\alpha'} + r\left(1-\cos\frac{\alpha'}{2}\right) = \underline{29.3cm}$$

$$\alpha \to 0;\ f = \frac{d/2}{tg\alpha} + r\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{d/2}{2\frac{d/2}{r}} + r(1-1) = \frac{r}{2} = \underline{42.5cm}$$

3. Antena letalskega radarja je izdelana kot skupina iz N=225 enakih elementov na frekvenci f=9GHz. Vsak element vsebuje anteno s smernostjo De=10dBi in fazni sukalnik, ki omogoča odklon snopa skupne. Izračunajte smernost celotne skupine D=?, če so medsebojni vplivi med posameznimi elementi zanemarljivo majhni in so odpovedali fazni sukalniki m=5 elementov, ki so napajanji s fazno napako fi=180 stopinj!

$\underline{D_e = 10dBi = 10}$; $Z_{jk} \to 0 @ j \neq k$

$$D = \frac{|E/E_e|^2}{P/P_e} D_e = \frac{(N-2m)^2}{N} D_e = \frac{(225-2\cdot5)^2}{225} 10 = \underline{\underline{2054.4 = 33.12dBi}}$$

4. Sprejem zelo oddaljenega (d1>>d2) radiodifuznega oddajnika na f=100MHz moti grič višine h=40m na razdalji d2=300m pred sprejemnikom. Grič je porasčen z drevesi višine h'=10m, ki imajo večinoma pokončne veje. Drevesa zelo motijo pokončno polarizirano valovanje, na vodoravno polarizirano valovanje pa nimajo večjega učinka. Kolikšno razliko (v decibelih) delta=? lahko pričakujemo med jakostjo sprejema z vodoravno oziroma pokončno polarizacijo? Oddajnik je krožno polariziran.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3m};\ d_1 \to \infty \qquad a_{HP} = 16 + 20\log\frac{h}{\rho_1} = \underline{18.499dB}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} \approx \sqrt{\lambda d_2} = \underline{30m} \qquad a_{VP} = 16 + 20\log\frac{h+h'}{\rho_1} = \underline{20.437dB}$$

$$\Delta = a_{VP} - a_{HP} = \underline{\underline{1.938dB}}$$

5. Signal satelita GPS na frekvenci f1=1575.42MHz potuje skozi ionosfero do uporabniškega sprejemnika na površini Zemlje. Lomni količnik ionosfere vnaša napako deltat1=100ns v meritev. Kolikšna je napaka deltat2=? na pomožni frekvenci satelitov GPS f2=1227.6MHz? (c=3E+8m/s, hmax=300km, f1,f2>>MUF)

$$n = \sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{f_p}{f}\right)^2;\ \Delta t = \Delta n k_0 l;\quad \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\Delta n_2}{\Delta n_1} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \to \Delta t_2 = \Delta t_1\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \underline{\underline{164.7ns}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 21.12.2009
===

1. Dva pravokotna lijaka z dobitkom G=15dBi na frekvenci f=5GHz sta usmerjena eden proti drugemu na razdalji d=5m. Izračunajte velikost medsebojne impedance Z12=? (brez faze), če sta oba lijaka opremljena z valovodnimi prehodi na 50-ohmski koaksialni priključek! Valovodni prehodi so brezhibno prilagojeni.

$G = 15\,dBi = 31.6$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 6\,cm$

$P_0 = \frac{1}{2}|I_1|^2 Re(Z_{11})$

$\frac{P_S}{P_0} = \left(\frac{G\lambda}{4\pi d}\right)^2 = 9.12\cdot 10^{-4}$

odprte sponke

$|U_{S0}| = 2\sqrt{2 P_S Re(Z_{11})}$

$|Z_{12}| = \frac{|U_{S0}|}{|I|} = 2\,Re(Z_{11})\sqrt{\frac{P_S}{P_0}} = 100\,\Omega\sqrt{9.12\cdot 10^{-4}} = 3.02\,\Omega$

2. Določite smernost D=? pravokotne odprtine s stranicama 2a=5lambda (v smeri x) in 2b=4lambda (v smeri y). Porazdelitev polja na odprtini je parabolična v obeh dimenzijah:

```
Eo=C*(1-(x/a)**2)*(1-(y/b)**2)
```

tako, da je vzbujanje največje v sredini odprtine v koordinatnem izhodišču in upade na nič na vseh štirih robovih. Fazne in polarizacijske napake vzbujanja zanemarimo.

$\int_{-a}^{+a}\left(1-(x/a)^2\right)dx = a\int_{-1}^{+1}(1-u^2)\,du = \left(2-\frac{2}{3}\right)a = \frac{4}{3}a$

$\int_{-a}^{+a}\left(1-(x/a)^2\right)^2 dx = a\int_{-1}^{+1}(1-2u^2+u^4)\,du = \left(2-\frac{4}{3}+\frac{2}{5}\right)a = \frac{16}{15}a$

$$D = \frac{4\pi\left|\int E_0\,dA\right|^2}{\lambda^2\int|E_0|^2 dA} = \frac{4\pi\left|C\frac{4a}{3}\frac{4b}{3}\right|^2}{\lambda^2|C|^2\frac{16}{15}a\frac{16}{15}b} = \frac{4\pi\cdot 25ab}{\lambda^2\cdot 9}$$

$$D = \frac{25\pi\cdot 5\lambda\cdot 4\lambda}{\lambda^2 9} = \frac{500\pi}{9} = 174.5 = 22.42\,dBi$$

3. Satelit je opremljen z desno-krožno (RHCP) polarizirano anteno na frekvenci f=2.2GHz, da se izognemo presihu zaradi stabilizacijskega vrtenja. Prav tako je z RHCP anteno opremljena zemeljska sprejemna postaja. Anteni nista brezhibni: osno razmerje satelitske znaša Ro=2dB, osno razmerje zemeljske antene pa Rs=1dB. Izračunajte globino presiha a=? (v dB), ko os vrtenja sovpada s smerjo proti zemeljski postaji!

$R_0 = 2\,dB = 1.259$ $\quad R_S = 1\,dB = 1.122$

$(R_{dB} = 20\log_{10}R)$

$\eta = \frac{\left|1 \pm |Q_0||Q_S|\right|^2}{(1+|Q_0|^2)(1+|Q_S|^2)}$

$|Q_0| = \frac{R_0-1}{R_0+1} = 0.115$ $\quad |Q_S| = \frac{R_S-1}{R_S+1} = 0.058$

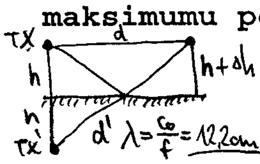
$a = 10\log_{10}\frac{\left|1+|Q_0||Q_S|\right|^2}{\left|1-|Q_0||Q_S|\right|^2} = 0.114\,dB$

4. Argonski laser na valovni dolžini lambda=514nm usmerimo proti satelitu trirobniku na oddaljenosti d=3000km. Kolikšen mora biti premer 2r=? trirobnika, da bo odboj v smeri proti laserju na Zemlji največji? Lom svetlobe v zemeljskem ozračju zanemarimo. (c=3E+8m/s)

satelit = 1.F.C. $\quad d_1 = d_2 = d$

$$2r = 2\rho_1 = 2\sqrt{\lambda\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} = \sqrt{2\lambda d} = \sqrt{2\cdot 514\cdot 10^{-9}\,m\cdot 3000\cdot 10^3\,m} = 1.76\,m$$

5. Zvezo WLAN na frekvenci f=2.45GHz napeljemo med dvema stolpnicama višine h=30m, da premostimo vodoravno razdaljo d=3km. Zvezo moti odboj od tal, ki so v danem frekvenčnem pasu in pri položnih vpadnih kotih skoraj gladka. Sprejemnik opremimo z dvema antenama na različnih višinah za prostorsko raznolikost. Kolikšen mora biti pokončni razmak med antenama deltah=?, da se ena antena nahaja v maksimumu polja takrat, ko je druga antena v minimumu?



$\lambda = \frac{c_0}{f} = 12.2\,cm$

$d' = \sqrt{(2h+\Delta h)^2 + d^2} \approx d + \frac{(2h+\Delta h)^2}{2d}$

$d' - d = \frac{(2h+\Delta h)^2}{2d} \approx \frac{4h^2+4h\Delta h}{2d} = \frac{2h^2}{d} + \underbrace{\frac{2h}{d}\Delta h}_{\lambda/2}$

$\Delta h = \frac{\lambda}{2}\frac{d}{2h} = \frac{\lambda d}{4h} = 3.06\,m$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 19.03.2010

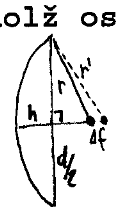
1. Bazna postaja UMTS uravnava moči oddajnikov posameznih telefonov tako, da znaša jakost sprejema vsakega posameznega telefona Ps=-90dBm na frekvenci f=2.1GHz. Dobitek sprejemne antene bazne postaje je Gs=+17dBi. Kolikšna je skupna efektivna električna poljska jakost E=? (v uVeff/m) na mestu sprejemne antene, ko bazno postajo UMTS uporablja N=13 telefonov ter se njihovo sevanje sešteva nekoherentno? (c=3E+8m/s)

$P_s = -90\,\mathrm{dBm} = 10^{-12}\,\mathrm{W}$ $\quad P_s = S A \eta = S \frac{\lambda^2}{4\pi} D \eta = S \frac{\lambda^2}{4\pi} G$ $\quad E = E' \sqrt{N}$ (seštevanje moči)

$G_s = +17\,\mathrm{dBi} = 50$ $\quad S = \frac{E'^2}{Z_0} = \frac{4\pi P_s}{\lambda^2 G}$ $\quad \underline{E = 246\,\mu V_{eff}/m}$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{14.3\,\mathrm{cm}}$ $\quad E' = \sqrt{\frac{4\pi P_s Z_0}{\lambda^2 G}} = \underline{68.1\,\mu V_{eff}/m}$

2. Parabolično zrcalo premera d=1m z razmerjem f/d=0.4 uporabimo za sprejem satelitske TV na frekvenci f=12GHz. Za koliko decibelov deltaG=? upade dobitek antene zaradi kvadratne napake faze, če žarilec odmaknemo za deltaf=1cm vzdolž osi zrcala? (c=3E+8m/s)



$\underline{d/2 = 0.5\,\mathrm{m}}$ $\quad \Delta l = \Delta f - (r' - r) = \Delta f - \left(\sqrt{(d/2)^2 + (f + \Delta f - h)^2} - \sqrt{(d/2)^2 + (f-h)^2}\right)$

$\underline{f = d \cdot f/d = 0.4\,\mathrm{m}}$ $\quad \Delta l = 0.01\,\mathrm{m} - (0.561\,\mathrm{m} - 0.556\,\mathrm{m}) = \underline{0.006\,\mathrm{m} = 5.546\,\mathrm{mm}}$

$h = \frac{d^2}{16 f} = \underline{15.625\,\mathrm{cm}}$ $\quad \Delta\varphi = \Delta l k = \Delta l \frac{2\pi f}{c_0} = \underline{1.394\,\mathrm{rd}}$ $\quad \Delta G = 20\log_{10}\left(\frac{\sin \Delta\varphi/2}{\Delta\varphi/2}\right) = \underline{\underline{-0.715\,\mathrm{dB}}}$

3. Vijačna antena z osnim sevanjem oddaja v glavnem snopu pretežno desno-krožno polarizirano valovanje. Meritev dobitka z linearno polarizirano referenčno anteno daje rezultat med Gmin=12dBi in Gmax=13dBi. Kolikšen je dobitek G=? te antene za brezhibno desno-krožno polarizacijo (RHCP)?

$\eta_{lin} = \frac{|1 + Q_0 Q_s|^2}{(1 + |Q_0|^2)(1 + |Q_s|^2)} \overset{|Q_0|=1}{=} \frac{|1 \pm |Q_s||^2}{2(1 + |Q_s|^2)}$ $\quad G_{min} = 12\,\mathrm{dBi} = \underline{16}$, $G_{max} = 13\,\mathrm{dBi} = \underline{20}$ $\quad \eta_{RHCP} \overset{Q_0=0}{=} \frac{|1 + 0 \cdot Q_s|^2}{(1+0^2)(1+|Q_s|^2)} = \frac{1}{(1+|Q_s|^2)}$

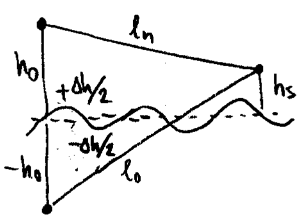
$\frac{\eta_{max}}{\eta_{min}} = \frac{G_{max}}{G_{min}} = \left(\frac{1 + |Q_s|}{1 - |Q_s|}\right)^2 \longrightarrow |Q_s| = \frac{\sqrt{\frac{G_{max}}{G_{min}}} - 1}{\sqrt{\frac{G_{max}}{G_{min}}} + 1} = \underline{0.056}$ $\quad G = G_{max} \frac{\eta_{RHCP}}{\eta_{max}} = G_{max} \frac{2}{(1 + |Q_s|)^2} = \underline{\underline{35.9 = 15.6\,\mathrm{dBi}}}$

4. Fresnel-ovo lečo premera d=1.5m izdelamo tako, da s kovinskimi trakovi zasenčimo vse sode Fresnel-ove cone. Kolikšen je dobitek Gl=? (v dBi) leče kot antene z žarilcem z izkoristkom osvetlitve eta=70% pri valovni dolžini lambda=1cm? Kolikšen je dobitek zrcalne antene Gz=? (v dBi), če žarilec prestavimo v zrcalno gorišče na drugo stran leče?

$G_l = G_z = 10\log_{10}\left(\frac{4\pi}{\lambda^2} A \frac{\eta}{\pi^2}\right) = 10\log_{10}\left(\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \eta\right) = \underline{\underline{42\,\mathrm{dBi}}}$

$A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ $\quad$ polovica con brez popravka faze

5. Oddajnik se nahaja na ho=30m visokem stolpu, sprejemnik pa držimo na višini hs=1.5m nad tlemi na vodoravni razdalji d=600m od oddajnika. Izračunajte odstopanje faze deltafi=? odboja od tal, če znaša hrapavost tal deltah=1m. Oddajnik dela na frekvenci f=1.9GHz. (c=3E+8m/s)



$\Delta l_0 = l_{0max} - l_{0min} = \sqrt{d^2 + (h_0 + h_s + \Delta h)^2} - \sqrt{d^2 + (h_0 + h_s - \Delta h)^2}$

$\Delta l_0 \approx d + \frac{(h_0 + h_s + \Delta h)^2}{2d} - d - \frac{(h_0 + h_s - \Delta h)^2}{2d} = \frac{4(h_0 + h_s)\Delta h}{2d}$

$\Delta l_0 = 2(h_0 + h_s)\frac{\Delta h}{d} = \underline{0.105\,\mathrm{m}}$ $\quad \Delta\varphi = \Delta l_0 k = \Delta l_0 \frac{2\pi f}{c_0} = \underline{\underline{4.18\,\mathrm{rd} = 239^\circ}}$

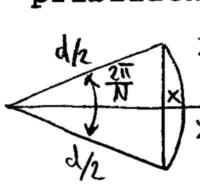
Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 28.06.2010
==

1. Izračunajte slabljenje radijske zveze a=? (v dB) med zemeljsko postajo in medplanetarnim vesoljskim plovilom na razdalji d=5E+9km! Zemeljska postaja je opremljena z zrcalom premera 2r=66m, plovilo pa z zrcalom premera 2r'=3m. Izkoristek osvetlitve obeh zrcal je enak eta=eta'=70% na delovni frekvenci f=2.2GHz. (c=3E+8m/s)

$A=\pi r^2 = \underline{7{,}07\,m^2}$; $A'=\pi r'^2=\underline{3421\,m^2}$; $\lambda=\frac{c_0}{f}=\underline{0{,}136\,m}$

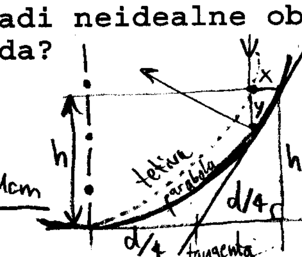
$G=\eta\frac{4\pi}{\lambda^2}A=\underline{3344}$; $G'=\eta'\frac{4\pi}{\lambda^2}A'=\underline{1{,}62\cdot 10^6}$; $a=10\log_{10}\frac{1}{GG'}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2=\underline{\underline{195.9\,dB}}$

2. Parabolično zrcalo na umetnem satelitu je izdelano kot dežnik, ki je med izstrelitvijo zaprt in se odpre šele v vesolju. Odprt dežnik ima premer d=3m, goriščnico f=1.2m in N=12 radialnih reber, ki držijo kovinsko mrežico napeto v približek rotacijskega paraboloida. Do katere frekvence f=? je uporabna takšna antena, če dopuščamo fazno napako deltafi=+/-PI/4 zaradi neidealne oblike dežnika, ki je samo približek paraboloida?



$x=\frac{d}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{N}\right)$

$x=\underline{0{,}0511\,m}=5{,}11\,cm$



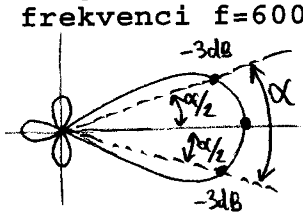
$h=\frac{d^2}{16f}=\underline{0{,}469\,m}$

$\frac{x}{y}=\frac{d/4}{h}\rightarrow y=\frac{4xh}{d}=\underline{3{,}19\,cm}$

$\Delta\varphi=k2y=\frac{\omega}{c_0}2y\rightarrow f=\frac{\Delta\varphi c_0}{2\pi\,2y}=\underline{\underline{1174\,MHz}}$

$\Delta\varphi=\pm\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

3. Bočno skupino sestavimo iz štirih enakih Yagi anten, ki jih napajamo sofazno. Antene razmestimo v oglišča pravokotnika v ravnini XY, antene pa so usmerjene v smer Z. Proizvajalec anten navaja -3dB širino glavnega snopa sevanja alfaE=40stopinj in alfaH=50stopinj. Kolikšni naj bosta stranici pravokotnika a=? (v ravnini E) in b=? (v ravnini H), če o antenah nimamo drugih podatkov niti si ne moremo privoščiti meritev na frekvenci f=600MHz? (c=3E+8m/s) $\lambda=\frac{c_0}{f}=0{,}5\,m$



$a=\frac{\lambda/2}{\sin\alpha_{E/2}}=\underline{\underline{0{,}731\,m=73{,}1\,cm}}$

$b=\frac{\lambda/2}{\sin\alpha_{H/2}}=\underline{\underline{0{,}592\,m=59{,}2\,cm}}$

4. Izračunajte domet d=? pomorskega radarja, ki ima oddajnik moči Po=1kW in sprejemno/oddajno anteno z dobitkom G=25dBi na frekvenci f=9GHz! Občutljivost sprejemnika znaša Ps=-80dBm. Trirobnik s premerom 2r=30cm je postavljen na jamborju jadrnice dovolj visoko, da lahko odboj od morske gladine zanemarimo. Slabljenje ozračja je zanemarljivo. (c=3E+8m/s)

$\sigma=\frac{4\pi}{\lambda^2}A^2=\frac{4\pi}{\lambda^2}(\pi r^2)^2=\underline{56.5\,m^2}$ $\quad d=\sqrt[4]{\frac{P_0G^2\lambda^2\sigma}{P_s(4\pi)^3}}=\underline{4.22\,km}$

$\lambda=\frac{c_0}{f}=\underline{3.33\,cm}$; $G=25\,dBi=\underline{316}$; $P_s=\underline{-80\,dBm=10\,pW}$

5. Izračunajte radijsko vidljivost d=? iz a=50m visokega stolpa nad ravnino v Tibetu na nadmorski višini h=4500m! Krivinski polmer radijskih valov znaša R(0)=25000km na morski gladini. Mokri del troposfere zanemarimo, suhi H(1/e)=8.5km v dobro premešanem ozračju visokogorja. (Rz=6378km)

$R(h)=R(0)\,e^{\frac{h}{H}}=\underline{42448\,km}$; $R_e=\frac{1}{\frac{1}{R_z}-\frac{1}{R}}=\underline{7506\,km}$; $d=\sqrt{(R_e+a)^2-R_e^2}\approx\sqrt{2R_ea}=\underline{\underline{27.4\,km}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 02.09.2010
==

1. Majhno žično zanko premera 2r=30cm potopimo v čisto vodo z dielektričnostjo Er=80. Zanko prikjučimo na tokovni izvor I=11Aeff frekvence f=900kHz. Določite valovni vektor $\vec{k}$=? sevanega polja zanke v vodi (velikost in smer), če dielektrične izgube v vodi lahko zanemarimo! Zanka se nahaja v koordinatnem izhodišču z osjo v smeri osi Z. (c=3E+8m/s)

$$\vec{k} = \vec{1}_k\, k = \vec{1}_r \frac{2\pi f\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} = \vec{1}_r \frac{2\pi \cdot 900\cdot 10^3 s^{-1}\sqrt{80}}{3\cdot 10^8 m/s} = \underline{\underline{\vec{1}_r \cdot 0.169\, rd/m}}$$

$$\vec{1}_k = \vec{1}_r \;;\; k = \frac{\omega}{v_f} \;;\; \omega = 2\pi f \;;\; v_f = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

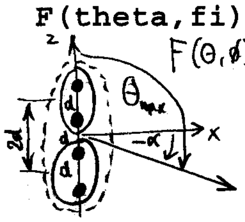
2. Satelit ima oddajnik moči Po=5W na frekvenci f=137MHz, ki napaja polvalovni dipol s sevalnim izkoristkom eta=95%. Izračunajte napetost U=? (v µVeff) na Zk=50ohm vhodu sprejemnika na Zemlji na razdalji d=2000km od satelita. Sprejemnik je opremljen z anteno z dobitkom Gs=12dBi. Odboj od tal in izgube v ozračju zanemarimo. Obe anteni sta zasukani za najboljši sprejem. (c=3E+8m/s)

$$P_s = P_0\, G_0\, G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 = 5W\cdot 1.559\cdot 15.85\cdot\left(\frac{2.19m}{4\pi\cdot 2000km}\right)^2 = \underline{9.376\cdot 10^{-13} W} \qquad U_{eff} = \sqrt{P_s Z_k} = \underline{\underline{6.85\mu V_{eff}}}$$

polvalovni dipol

$$G_0 = D_0\eta_0 \;;\; \underline{D_0 = 2.15dBi = 1.641} \rightarrow G_0 = \underline{1.559} \;;\; G_s = 12dBi = \underline{15.85} \;;\; \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2.19m}$$

3. Skupino sestavimo iz štirih neusmerjenih izvorov, ki so nameščeni eden nad drugim na osi z, na razdalji d=lambda/2 med sosednjima izvoroma. Izvore krmilimo z enako velikimi tokovi, fazo vzbujanja pa nastavimo tako, da skupina seva v smer alfa=-15stopinj pod obzorje. Zapišite smerni diagram F(theta,fi)=? skupine!



$$F(\Theta,\phi) = F_{S1}\cdot F_{S2} = \cos\left(\frac{\varphi}{2}+\frac{kd}{2}\cos\Theta\right)\cdot\cos(\varphi + kd\cos\Theta) = \underline{\underline{\cos\frac{\pi}{2}(0.259+\cos\Theta)\cdot\cos\pi(0.259+\cos\Theta)}}$$

$$\Theta_{max} = \frac{\pi}{2} - \alpha = \underline{105°} \;;\; \cos\Theta_{max} = \underline{-0.259}$$

$$\frac{\varphi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\Theta_{max} = 0 \rightarrow \varphi = -kd\cos\Theta_{max} = \underline{0.259\pi}$$

$$kd = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{2} = \underline{\pi}$$

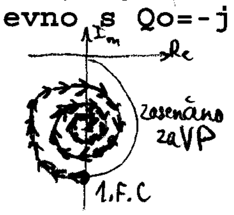
4. Sredi radijske zveze postavimo krožno oviro, ki natančno pokriva prvo Fresnel-ovo cono. Ovira je sestavljena iz pokončnih kovinskih žic, ki odbijajo pokončno-polarizirano valovanje, njihov vpliv na vodoravno-polarizirano valovanje pa je zanemarljiv. Kakšna mora biti polarizacija sprejemne antene Qs=? za najmočnejši sprejem, če oddajamo poševno s Qo=-j?

faza VP menja $\pi = 180°$, RHCP → LHCP, $Q' = \frac{1}{Q}$

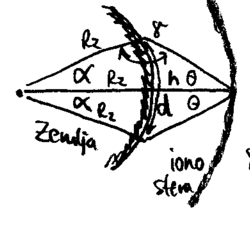
TX E_V, E_H $Q_0 = -j$

$-E_V, E_H$ RX $Q_0' = \frac{1}{Q_0} = j$

$$Q_s = (Q_0')^* = \underline{\underline{-j}}$$



5. Sloj F ionosfere se nahaja na višini h=300km. Koncentracija elektronov Ne ustreza frekvenci plazme fp=8MHz. Kolikšen je najmanjši domet radijske zveze d=? (merjeno po površini Zemlje) preko popolnega ~~preko popolnega~~ odboja od ionosferske plasti na frekvenci f=14MHz? (me=9.1E-31kg, Qe=-1.6E-19As, Rz=6378km)



$$n = \sqrt{1-(f_p/f)^2} = \underline{0.821 = \sin\Theta} \;;\; \underline{\Theta = 55.15°} \qquad \alpha = 180° - \Theta - \gamma = \underline{4.083°}$$

$$\alpha[rd] = \underline{0.0713\, rd}$$

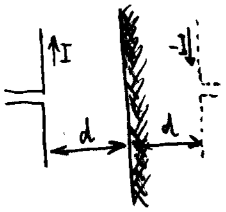
sinusni izrek: $\frac{R_z}{\sin\Theta} = \frac{R_z + h}{\sin\gamma}$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{R_z+h}{R_z}\sin\Theta\right) = \begin{cases} 59.233° \\ \underline{120.767°} \checkmark \end{cases} \qquad \underline{\underline{d = 2\alpha R_z = 909\, km}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 16.12.2010

1. Polvalovni dipol je brezhibno prilagojen (Gama=0) na prenosni vod v praznem prostoru pri frekvenci f=1GHz. Ko dipol približamo veliki kovinski steni, velikost odbojnosti naraste na Gama'=0.03. Na kolikšni razdalji d=? se tedaj nahaja stena? Žica dipola je vzporedna s steno. (c=3E+8m/s)

$G = 2{,}15\,dBi = 1.64 = G_0 = G_s$



$$|\Gamma'|^2 = \frac{P_s}{P_0} = G_0 G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi\, 2d}\right)^2 \rightarrow d = \frac{G\lambda}{8\pi|\Gamma|} = \frac{1.64\cdot 0.3m}{8\pi\cdot 0.03} = \underline{\underline{0.653m}}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 0{,}3m$$

2. Izračunajte smernost D=? (v dBi) krožne odprtine s polmerom a=10lambda, če amplitudo osvetlitve odprtine opišemo z izrazom:

Eo(x',y') = C * exp (- (x'**2 + y'**2)/(a**2))

Napake faze in polarizacije so zanemarljivo majhne! $a^2 = 100\lambda^2$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_A E_0\, dA\right|^2}{\int_A |E_0|^2 dA}$$

$$dA = dx'dy' = \rho\, d\rho\, d\varphi \qquad E_0 = C e^{-\frac{x'^2+y'^2}{a^2}} \qquad x'^2+y'^2 = \rho^2 \qquad E_0 = C e^{-\rho^2/a^2}$$

$$u = \rho^2;\ du = 2\rho\, d\rho$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_0^a\int_0^{2\pi} C e^{-\rho^2/a^2}\rho\, d\rho\, d\varphi\right|^2}{\int_0^a\int_0^{2\pi}|C|^2 e^{-2\rho^2/a^2}\rho\, d\rho\, d\varphi} = \frac{8\pi^2}{\lambda^2}\frac{\left|\int_0^{a^2} e^{-\frac{u}{a^2}}\frac{du}{2}\right|^2}{\int_0^{a^2} e^{-\frac{2u}{a^2}}\frac{du}{2}} = \frac{8\pi^2 a^2 (1-e^{-1})^2}{\lambda^2(1-e^{-2})} = \underline{\underline{3649}}$$

$$\underline{\underline{D = 35{,}62\,dBi}}$$

3. Radarska antena vsebuje N=144 sprejemno/oddajnih modulov, od katerih vsak krmili po en element antenske skupine z nastavljivo fazo za elektronsko odklanjanje snopa. Izračunajte zmanjšanje dometa radarja deltar/r=? (v odstotkih) v primeru odpovedi enega sprejemno/oddajnega modula! Medsebojni vpliv elementov antenske skupine je zanemarljivo majhen.

$$\frac{E'}{E} = \frac{N-1}{N} \qquad P_s = \alpha P_0 \frac{G^2}{r^4} \qquad \frac{\Delta r}{r} = \frac{r-r'}{r} = \frac{1}{N} = \underline{\underline{0{,}694\%}}$$

$$\frac{G'}{G} = \left|\frac{E'}{E}\right| = \frac{(N-1)^2}{N^2} \qquad \frac{r'}{r} = \sqrt{\frac{G'}{G}} = \frac{N-1}{N}$$

4. Usmerjena antena s Fresnel-ovo zbiralno lečo premera d=1.2m in goriščnico f=0.8m je usmerjena v zenit: nebo s šumno temperturo Tn=10K pri frekvenci f=10GHz. Zbiralna leča je izdelana iz pločevinastih kolobarjev, ki zasenčijo vse sode Fresnel-ove cone. Kolikšna je šumna temperatura Ta=?, če so stranski snopi in izgube žarilca zanemarljivo majhne? Tla pod anteno se obnašajo kot absorber na temperaturi Tz=290K. (c=3E+8m/s, kb=1.38E-23J/K)

Šum: nekoherentno seštevanje moči $\propto P$

$$T_a = \frac{T_n A_{lihi} + T_z A_{sodi}}{A_{lihi} + A_{sodi}} = \frac{T_N + T_z}{2} = \underline{\underline{150K}}$$

5. Sloj F ionosfere na povprečni višini h=300km ima frekvenco plazme fp=12MHz. Pri kateri frekvenci f=? doseže valovno število vrednost k=1.5rd/m v opisani ionosferi? (Rz=6378km, Qe=-1.6E-16As, me=9.1E-31kg, c=3E+8m/s)

$$k = n k_0 = \frac{\omega}{c_0}\sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2} = \frac{2\pi}{c_0}\sqrt{f^2-f_p^2} \rightarrow f = \sqrt{\left(\frac{k c_0}{2\pi}\right)^2 + f_p^2} = \underline{\underline{72{,}62MHz}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 18.03.2011

1. Izračunajte dobitek G=? (v dBi) tankožičnega polvalovnega dipola za frekvenco f=15MHz! Zaradi kožnega pojava se upornost žice na enoto dolžine sicer poveča na R/l=1.5ohm/m na delovni frekvenci antene, a je še vedno dovolj majhna, da ne vpliva na porazdelitev toka na žici. (c=3E+8m/s, Rs=73ohm, D=2.15dBi)

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{20m}$ $\underline{P_s = \frac{1}{2}|I_g|^2 R_s}$

$\underline{I(z) = I_g \cos kz = I_g \cos \frac{2\pi}{\lambda} z}$

$$\eta = \frac{P_s}{P_s + P_{ca}} = \frac{\frac{1}{2}|I_g|^2 R_s}{\frac{1}{2}|I_g|^2 R_s + \frac{1}{2}|I_g|^2 (R/l)\frac{\lambda}{4}} = \frac{R_s}{R_s + (R/l)\frac{\lambda}{4}} = \frac{73\Omega}{73\Omega + 7.5\Omega}$$

$$P_{ca} = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\lambda}{4}}^{+\frac{\lambda}{4}} |I_g|^2 \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} z (R/l) dz = \underline{\frac{1}{2}|I_g|^2 (R/l)\frac{\lambda}{4}}$$

$\underline{\eta = 90.7\% = -0.425dB}$

$G_{dBi} = D_{dBi} + \eta_{dB} = \underline{1.725dBi}$

2. Izračunajte smernost D=? antenske skupine, ki jo sestavimo iz NxM=10x10 enakih pravokotnih valovodnih lijakov, ki se ravno dotikajo drug drugega. Vsak lijak vzbujamo z osnovnim rodom pravokotnega valovoda TE01 in poskrbimo, da je fazna napaka na njegovi odprtini axb=2x2lambda zanemarljivo majhna. Vzbujanje lijakov je sofazno, njihov medsebojni vpliv pa zanemarljivo majhen. $\underline{E_e(x,y) = C \cos \frac{\pi}{a} x}$

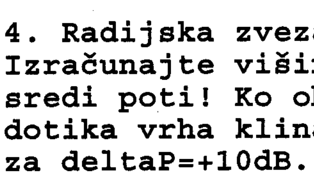
$$D = \frac{4\pi \left|\int_A E(x,y)dxdy\right|^2}{\lambda^2 \int_A |E(x,y)|^2 dxdy} = \frac{4\pi N^2M^2 \left|\int_{A_e} C\cos\frac{\pi}{a}x\, dxdy\right|^2}{\lambda^2 NM \int_{A_e} |C|^2 \cos^2\frac{\pi}{a}x\, dxdy} = \frac{4\pi NM|C|^2\left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 b^2}{\lambda^2 |C|^2 \frac{a}{2} b} = \frac{4\pi NMab}{\lambda^2}\left(\frac{8}{\pi}\right)^2 = \underline{\underline{4074 = 36.1dBi}}$$

3. Krožno-polarizirana antena z dobitkom G=15dBi in razmerjem krožnih komponent Q=j0.5 je priključena na oddajnik Po=10W. Izračunajte Emax=? in Emin=?, ki ju izmerimo na razdalji d=10m z linearno-polariziranim sprejemnikom! Odboj od tal in drugi moteči pojavi so zanemarljivi. (f=2GHz, c=3E+8m/s) $\underline{G = 15dBi = 31.6}$

$\underline{Q_s = e^{j2\varphi}}$ $\underline{Q_0 = Q = j0.5}$ $\eta_{max} = \frac{(1+0.5)^2}{2.5} = \underline{0.9}$ $\eta_{min} = \frac{(1-0.5)^2}{2.5} = \underline{0.1}$

$$\eta = \frac{|1 + Q_0 Q_s|^2}{(1+|Q_0|^2)(1+|Q_s|^2)} = \frac{1 + j0.5e^{j2\varphi}}{1.25 \cdot 2} \quad E = \sqrt{2SZ_0} = \sqrt{2Z_0 \frac{P_0 G \eta}{4\pi d^2}} = \sqrt{189.7 \frac{V^2}{m^2}\eta} = \begin{cases} \underline{\underline{E_{max} = 13.06 V/m}} \\ \underline{\underline{E_{min} = 4.36 V/m}} \end{cases}$$

4. Radijska zveza premošča razdaljo d=1km na frekvenci f=3GHz. Izračunajte višino klinaste ovire h=? nad zveznico TX-RX točno sredi poti! Ko obe anteni dvignemo, da se zveznica TX-RX ravno dotika vrha klinaste ovire (h'=0), jakost sprejema naraste za deltaP=+10dB. Odboj od tal je zanemarljiv. (c=3E+8m/s)

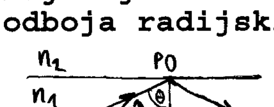


$\underline{-6dB - \Delta P_{dB} = -16dB} = -16dB - 20dB \log_{10}\left(\frac{h}{\rho_1}\right) \Longrightarrow \underline{h = \rho_1}$

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{d/2 \cdot d/2}{d/2 + d/2}} = \sqrt{\frac{\lambda d}{4}} = \underline{5m = h}$$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = 10cm$

5. Nad tlemi se nahaja gosta in mrzla plast zraka (megla v kotlini zaradi inverzije) z lomnim količnikom n1=1.00032. Lomni količnik toplega zraka nad njo znaša n2=1.00031. Pri katerem največjem kotu elevacije el=? nad obzorjem pride do popolnega odboja radijskih valov (f=10GHz) od meje inverzijske plasti?



$\sin\Theta = \frac{n_2}{n_1} = \cos el$

$$el \approx \sin el = \sqrt{1 - \cos^2 el} = \sqrt{1 - (n_2/n_1)^2} = \frac{1}{n_1}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 4.47 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{4.47 mrad = 0.256^\circ}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 24.06.2011

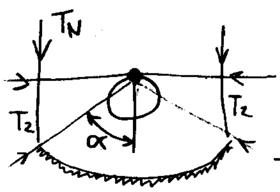
1. Izračunajte dobitek G=? (v dBi) kratke antene dolžine l=10cm na frekvenci f=150MHz! Na anteni predpostavimo trikotno porazdelitev toka. Kapacitivni del impedance antene je kompenziran z zaporedno tuljavo, delovni del impedance pa s pomočjo izgub v tuljavi in dodatnega zaporednega upora zvišamo na R=50ohm. (C=3E+8m/s)

$l = 10\,cm \ll \lambda \rightarrow \underline{D = 1.5}$ trikotna porazdelitev $\rightarrow l' = \frac{l}{2} = \underline{5\,cm}$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2\,m}$ $\qquad \eta = \frac{R_S}{R} = \underline{0.987\%}$

$R_S = \frac{2\pi Z_0}{3}\left(\frac{l'}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2\left(\frac{0.05}{2}\right)^2 \Omega = \underline{0.493\,\Omega}$ $\qquad G = \eta D = \underline{\underline{0.015 = -18.3\,dBi}}$

2. Rotacijsko-simetrično zrcalo z razmerjem f/d=0.4 osvetlimo z žarilcem v gorišču, ki ima smerni diagram: $\cos\theta = u$
F(theta,fi)=cos(theta) za 0<theta<PI/2 in $\int \cos^2\theta \sin\theta d\theta = -\int u^2 du = -\frac{u^3}{3} + C$
F(theta,fi)=0 za PI/2<theta<PI.
Kolikšna je šumna temperatura antene Ta=?, ko je zasukana v zenit? Temperatura neba znaša Tn=8K, tla pa sevajo s Tz=290K.



$\alpha = \text{arc tg} \frac{1}{2f/d - \frac{1}{8f/d}} = \underline{64.01° = 1.117\,rd}$ $\quad \underline{\cos\alpha = 0.438}$

$T_A = \frac{T_N \int_0^{\alpha}\int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi + T_Z \int_{\alpha}^{\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi} = \frac{T_N \int_0^{\alpha} \cos^2\theta \sin\theta d\theta + \int_{\alpha}^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta} = T_N(1 - 0.438^3) + T_Z \cdot 0.438^3 =$

$= 7.33\,K + 24.4\,K = \underline{\underline{31.73\,K}}$

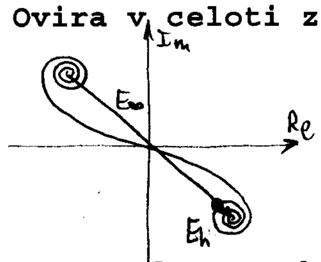
3. Antensko skupino sestavimo iz N=144 linearno polariziranih elementov s smernosto De=10dBi. Izračunajte smernost celotne antene D=? (v dBi), če elemente zasukamo tako, da dobimo desno-krožno polarizacijo (RHCP) in je medsebojni vpliv med elementi zanemarljivo majhen?

$D_e = 10\,dBi = \underline{10}$

$D = \frac{N D_e}{2} = \frac{144 \cdot 10}{2} = \underline{\underline{720 = 28.57\,dBi}}$

2 pravokotni polarizaciji za RHCP

4. Radijsko zvezo moti hrib v obliki klinaste ovire, ki je postavljena prečno na zveznico oddajnik-sprejemnik. Kolikšno je dodatno slabljenje ovire a=? (v decibelih), če ovira ne vnaša dodatnega faznega zasuka glede na prazen prostor? Ovira v celoti zasenči prvo Fresnel-ovo cono.

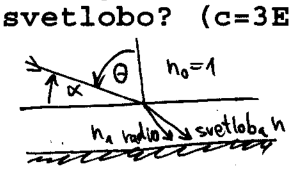


$\frac{h}{S_1} > 1 \rightarrow \varphi \approx -\pi\left(\frac{h}{S_1}\right)^2 - \frac{\pi}{4} = -2\pi$

$\frac{h}{S_1} = \sqrt{7/4} = \underline{1.323}$

$a = 16\,dB + 20\,dB \cdot \log\left(\frac{h}{S_1}\right) = \underline{\underline{18.43\,dB}}$

5. Zvezda se nahaja na (geometrijski) elevaciji alfa=10stopinj nad obzorjem. Kolikšno razliko smeri deltaalfa=? izmerimo med radijskim in optičnim teleskopom, če znaša lomni količnik ozračja n1=1.0003 za radijske valove in n=1.00015 za vidno svetlobo? (c=3E+8m/s) $\theta = 90° - \alpha = \underline{80°}$



$\Theta_{radio} = \text{arc sin}\frac{\sin\Theta}{n_1} = \underline{79.903°}$ $\qquad \Delta\alpha = \Theta_{svetloba} - \Theta_{radio} = \underline{\underline{0.048° = 0.844\,mrd}}$

$\Theta_{svetloba} = \text{arc sin}\frac{\sin\Theta}{n} = \underline{79.951°}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 27.10.2011

1. Izračunajte sevalno upornost Rs=? feritne antene z enim ovojem na frekvenci f=100MHz! Feritna palčka ima presek A=1cm2 in permeabilnost ur=15 na delovni frekvenci antene. Palčka je zadosti dolga l>>sqrt(A), da s feromagnetnim jedrom dosežemo največje možno povečanje sevalne upornosti. (c=3E+8m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3m}$$

$$R_s = \frac{8\pi^3}{3} Z_0 \frac{A^2\mu_r^2}{\lambda^4} = \frac{8\pi^3}{3} 120\pi\Omega \frac{(10^{-4}m^2)^2 15^2}{(3m)^4} = \underline{\underline{8.66\cdot 10^{-4}\Omega = 866\mu\Omega}}$$

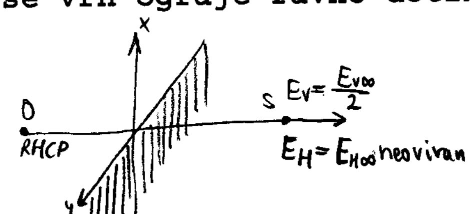
2. Izračunajte smernost D=? Huygens-ovega izvora, ki ima smerni diagram F(theta,fi)=1+cos(theta)! Pri izračunu upoštevamo, da je osnovni Huygens-ov izvor dosti manjši od valovne dolžine (deltaX,deltaY<<lamda).

$$D = \frac{4\pi |F(\theta_{max},\phi_{max})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi\cdot 4}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(1+2\cos\theta+\cos^2\theta)\sin\theta\, d\theta\, d\phi} = \frac{4\pi\cdot 4}{2\pi\int_{-1}^{+1}(1+2u+u^2)du} = \frac{8}{2+0+\frac{2}{3}} = \underline{\underline{3 = 4.77dBi}}$$

3. Izračunajte šumno temperaturo Ta=? skupine štirih izotropnih izvorov, ki so postavljeni v oglišča kvadrata s stranico a=lambda/2! Kvadrat se nahaja v vodoravni ravnini, izvori so napajani sofazno. Šumna temperatura neba znaša Tn=55K, šumna temperatura Zemlje pa Tz=293K. Sevalni izkoristek izvorov vzamemo eta=100% in izgube v napajalnem vezju skupine zanemarimo. (kb=1.38E-23J/K)

Simetrija: $F(\theta,\phi) = F(\pi-\theta,\phi) \longrightarrow T_a = \frac{T_N+T_Z}{2} = \frac{55K+293K}{2} = \underline{\underline{174K}}$

4. Radijsko zvezo moti visoka ograja iz pokončnih kovinskih palic, ki odbijajo pokončno polarizirano valovanje, a nimajo merljivega vpliva na vodoravno polarizirano valovanje. Izračunajte osno razmerje R=? na mestu sprejema, če ima oddajnik brezhibno desno-krožno polarizirano anteno (Qo=0) in se vrh ograje ravno dotika zveznice oddajnik-sprejemnik!

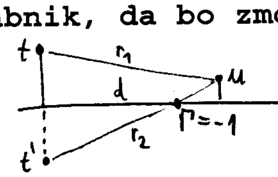


$$R = \frac{|E_H|}{|E_V|} = \underline{\underline{2 = 6dB}}$$

5. WiFi dostopna točka je postavljena na zidu na višini ht=3m nad ravnimi tlemi. Uporabnik se nahaja na vodoravni razdalji d=45m od dostopne točke. Kakšno višino hu=? svoje antene nad tlemi naj izbere uporabnik, da bo zmogljivost zveze največja? (f=2.45GHz, c=3E+8m/s)

max: $r_2 - r_1 = \lambda/2$

$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.122m}$



$$\lambda/2 = \sqrt{d^2+(h_t+h_s)^2} - \sqrt{d^2+(h_t-h_s)^2} \approx d + \frac{1}{2d}(h_t^2+2h_th_s+h_s^2) - d - \frac{1}{2d}(h_t^2-2h_th_s+h_s^2) = \frac{2h_th_s}{d} \rightarrow h_s = \frac{d\lambda}{4h_t} = \underline{\underline{0.46m}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 09.02.2012

1. Bikonično anteno sestavljata dva velika stožca (glede na lambda) na skupni osi, ki se z vrhovi skoraj dotikata v točki napajanja. Kolikšna je sevalna upornost Rs=? takšne antene v praznem prostoru (Zo=377ohm), če znaša kot odprtja prvega stožca theta1=60stopinj in drugega stožca theta2=120stopinj?

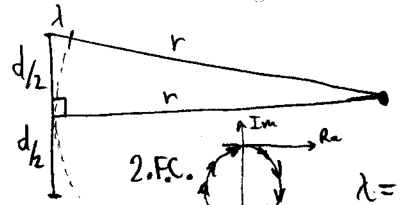
$$\vec{E} = \vec{1}_\theta \frac{C}{r\sin\theta} e^{-jkr} \qquad U = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} \vec{E}\cdot d\vec{s} = -C e^{-jkr} \ln\left(\mathrm{tg}(\theta/2)\right)\Big|_{\theta_2}^{\theta_1} = C\left(\ln\left(\frac{\mathrm{tg}\,\theta_2/2}{\mathrm{tg}\,\theta_1/2}\right)\right) e^{-jkr}$$

$$\vec{H} = \frac{j}{\omega\mu}\mathrm{rot}\vec{E} = \vec{1}_\phi \frac{C/Z_0}{r\sin\theta} e^{-jkr}$$

$$R_s = Z_k = \frac{U}{I} = \frac{Z_0}{2\pi}\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\theta_2/2)}{\mathrm{tg}(\theta_1/2)}\right) = \frac{377\Omega}{2\pi}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{1/\sqrt{3}}\right) = \underline{\underline{65.9\Omega}}$$

$$I = \oint \vec{H}\cdot d\vec{s} = 2\pi C/Z_0\, e^{-jkr}$$

2. Krožna odprtina premera d=1m je enakomerno osvetljena brez faznih napak na frekvenci f=10GHz. Na kateri razdalji r=? pred odprtino upade smernost na nič (D=0) na osi odprtine zaradi kvadratne napake faze? (c=3E+8m/s)

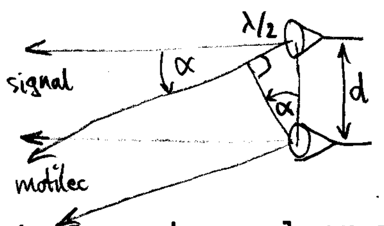


$$\lambda + r = \sqrt{r^2+(d/2)^2} \longrightarrow \lambda^2 + 2\lambda r + r^2 = r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$r = \frac{(d/2)^2-\lambda^2}{2\lambda} = \frac{(0.5m)^2-(0.03m)^2}{2\cdot 0.03m} = \underline{4.15m}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.03m}$$

3. Sprejem geostacionarnega satelita na f=4GHz moti sosednji satelit, čigar smer odstopa za alfa=2stopinji od smeri sprejemanega satelita. Motnjo skušamo odpraviti s skupino dveh enakih anten, ki ju namestimo in povežemo tako, da je sprejem željenega satelita najmočnejši in hkrati zadušimo motnjo. Kolikšna je razdalja d=? med antenama? (c=3E+8m/s)



$$\sin\alpha = \frac{\lambda/2}{d} \qquad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.075m}$$

$$d = \frac{\lambda/2}{\sin\alpha} = \frac{0.075m/2}{\sin 2^\circ} = \underline{\underline{1.075m}}$$

4. Luna ima polmer r=1737km in se nahaja na povprečni razdalji d=385000km od Zemlje. Pri kateri frekvenci f=? Luna ravno pokrije prvo Fresnel-ovo cono radijskega sevanja Sonca ob sončnem mrku? Razdalja Sonce-Zemlja znaša d'=150E+6km. Prisotnost naelektrenih delcev v vesolju zanemarimo: n=1, c=3E+8m/s.

$$\varrho_1 = \sqrt{\lambda\frac{d(d'-d)}{d'}} = r \qquad \lambda = \frac{d' r^2}{d(d'-d)} = \underline{7.86km}$$

$$r^2 = \lambda\frac{d(d'-d)}{d'} \qquad f = \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{38.2kHz}}$$

5. Mikrovalovno radijsko zvezo na frekvenci f=18GHz moti Rayleigh-ovo sipanje na kapljicah dežja. Zaradi sploščenosti padajočih kapljic je slabljenje vodoravne polarizacije aHP=2.5dB/km večje od slabljenja pokončne polarizacije aVP=2dB/km. Na kateri razdalji r=? naraste osno razmerje na R=6dB, če je oddajnik brezhibno desno-krožno polariziran in razliko v faznem zasuku fiVP-fiHP zanemarimo?

$$R = (a_{HP}-a_{VP})r \longrightarrow r = \frac{R}{a_{HP}-a_{VP}} = \frac{6dB}{2.5dB/km - 2dB/km} = \underline{\underline{12km}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 26.06.2012

1. Polvalovni dipol z dobitkom G=2.15dBi ima impedanco Z=(73+j0)ohm. Dipol sprejema sevano električno polje frekvence f=10MHz in jakosti Es=1mVeff/m. Kolikšna je napetost odprtih sponk (navidezni napetostni vir) Ug=? (v mVeff) nepriključenega dipola? Polarizacija je usklajena. (c=3E+8m/s, Zo=377ohm)

$G = 2{,}15\,dBi = \underline{1.64}$ $\qquad P_s = S\,G\,\frac{\lambda^2}{4\pi} = \underline{311.7\,nW}$

$\lambda = c_0/f = \underline{30m}$

$S = \frac{|E_{eff}|^2}{Z_0} = \underline{2{,}65\,nW/m^2} \qquad U_{geff} = 2\sqrt{P_s\,Re[Z]} = \underline{\underline{9.54\,mVeff}}$

2. WiFi za f=2.4GHz ima parabolično zrcalo premera 2r=60cm. Površina zrcala ni polna, pač pa jo sestavljajo primerno ukrivljene pokončne palčke za zmanjšanje upora vetra. Kolikšen je dobitek antene za pokončno polarizacijo Gvp=? (v dBi) in kolikšen je za desno krožno polarizacijo Grhcp=? (v dBi), če znaša izkoristek dvopolarizacijskega MIMO žarilca eta=50%?

$\lambda = c_0/f = \underline{12{,}5cm} \qquad G_{vp} = \eta\,\frac{4\pi}{\lambda^2}A = 113.7 = \underline{\underline{20.56\,dBi}}$

$A = \pi r^2 = \underline{0{,}283m^2}$

$G_{rhcp} = G_{vp} - 3{,}01\,dB = \underline{\underline{17.55\,dBi}}$ od zrcala se odbije samo VP

3. Izračunajte šumno temperaturo Ta=? antenske skupine dveh izotropnih izvorov, ki sta postavljena eden nad drugim na navpični razdalji d=lambda/4! Izvora sta napajana v kvadraturi (fi=90stopinj) tako, da je snop usmerjen navzgor. Zemlja seva kot črno telo s temperaturo Tz=290K, nebo pa s Tn=10K. Ohmske izgube v antenah in napajalnem vezju zanemarimo. (kb=1.38E-23J/K, lambda=10cm, c=3E+8m/s)

$F^2(\Theta,\phi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}(u-1)$

$\underline{F(\Theta,\phi) = \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\cos\Theta\right)}$ $\quad \cos\Theta = u,\ \sin\Theta d\Theta = -du,\ F(\Theta,\phi) = \cos\left(\frac{\pi}{4}(u-1)\right)$ $\quad \int F^2(\Theta,\phi)du = \frac{u}{2} + \frac{1}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}(u-1) + C$

$$T_a = \frac{\int_{4\pi} T(\Theta,\phi)\,|F(\Theta,\phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi}|F(\Theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{T_n\int_0^{\pi/2}|F(\Theta,\phi)|^2\sin\Theta d\Theta + T_z\int_{\pi/2}^{\pi}|F(\Theta,\phi)|^2\sin\Theta d\Theta}{\int_0^{\pi}|F(\Theta,\phi)|^2\sin\Theta d\Theta} = \frac{T_n\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\right) + T_z\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\right)}{1+0} = 10K\cdot 0{,}818 + 290K\cdot 0{,}182 =$$

$$= 8{,}18K + 52.69K = \underline{\underline{60.87K}}$$

4. Izračunajte slabljenje radijske zveze (med priključkoma obeh anten) a=? (v dB) na frekvenci f=11GHz! Oddajnik in sprejemnik uporabljata anteni z dobitkoma Go=Gs=40dBi. Radijska zveza poteka preko ravnega zrcala s površino A=30m2, ki je postavljeno na r1=15km od oddajnika in na r2=12km od sprejemnika. Radijski žarek vpada pod kotom Theta=45 stopinj na zrcalo z Gama=-1. (c=3E+8m/s)

$G_o = G_s = 40\,dBi = \underline{10^4 = 10000} \qquad \lambda = c_0/f = \underline{2{,}73cm} \qquad \sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2}A'^2 = \underline{7.6\cdot 10^6 m^2}$

$A' = A\cos\Theta = \underline{21.2m^2}$

$$a = \frac{P_o}{P_s} = \frac{4\pi d_1^2\ 4\pi d_2^2}{G_o\,\sigma\,G_s\frac{\lambda^2}{4\pi}} = \frac{(4\pi)^3 d_1^2 d_2^2}{G_o G_s \sigma \lambda^2} = \frac{(4\pi)^2 d_1^2 d_2^2}{G_o G_s A'^2} = 1.137\cdot 10^8 = \underline{\underline{80.56\,dB}}$$

5. Ionosfera ima podnevi frekvenco plazme fp=10MHz, kjer pri pojavu prispevajo največji delež elektroni: me=9.1E-31kg, Qe=-1.6E-19As, prispevek vseh ostalih delcev pa lahko zanemarimo. Kolikšna bi bila frekvenca plazme fp'=?, če bi elektrone odstranili in ostanejo v ionosferi samo pripadajoči protoni (jedra vodika) z mp=1.67E-27kg, Qp=-Qe in Np=Ne?

$$f_p \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{N Q_e^2}{\varepsilon_0 m_e}}\ ;\ f_p' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{N Q_p^2}{\varepsilon_0 m_p}} = f_p\sqrt{\frac{Q_p^2 m_e}{Q_e^2 m_p}} = f_p\sqrt{\frac{m_e}{m_p}} = \underline{\underline{233.4\,kHz}}$$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 25.09.2012

1. Izračunajte domet d=? WLAN (WiFi) radijske zveze v praznem prostoru, ki je na obeh straneh opremljena z antenama dobitka G=23dBi na frekvenci f=5.6GHz. Oddajnika imata izhodno moč Po=+20dBm. Za kvaliteten sprejem zahtevamo moč v sprejemniku Ps=-70dBm. (c=3E+8m/s)

$$P_s = P_0 G_0 G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \qquad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.0536\,m}$$

$$G = 23\,dBi = \underline{200}$$

$$P_0 = +20\,dBm = \underline{100\,mW}$$

$$P_s = -70\,dBm = \underline{100\,pW}$$

$$d = \frac{\lambda}{4\pi}\sqrt{\frac{P_0}{P_s}G_0G_s} = \frac{0.0536\,m}{4\pi}\sqrt{\frac{10^{-1}\,W}{10^{-10}\,W}200\cdot 200} = \underline{27\,km}$$

2. Izračunate smernost D=? (v dBi) HeNe laserske cevi s kolimatorjem pri valovni dolžini lambda=633nm. Premer kolimiranega žarka znaša 2rž=10mm. Porazdelitev polja na odprtini kolimatorja je parabolična E=Eo*(1-(r/rž)**2) brez fazne napake. (c=3E+8m/s)

$r^2 = u \qquad r\,dr = du/2 \qquad \underline{r_\check{z} = 5\,mm}$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_A E\,dA\right|^2}{\int_A |E|^2 dA} = \frac{4\pi(2\pi)^2\left|\int_0^{r_\check{z}} E\,r\,dr\right|^2}{\lambda^2\, 2\pi\int_0^{r_\check{z}}|E|^2 r\,dr} = \frac{4\pi^2\left|\int_0^{r_\check{z}^2}\left(1-\frac{u}{r_\check{z}^2}\right)du\right|^2}{\lambda^2\int_0^{r_\check{z}^2}\left(1-\frac{u}{r_\check{z}^2}\right)^2 du} = \frac{4\pi^2\left(\frac{r_\check{z}^2}{2}\right)^2}{\lambda^2\frac{r_\check{z}^2}{3}} = \frac{3\pi^2 r_\check{z}^2}{\lambda^2} = 1.85\cdot 10^9 = \underline{92.67\,dBi}$$

3. Pravokotni kovinski valovod z notranjimi izmerami a=20mm in b=22mm uporabimo kot lijak na frekvenci f=10GHz. Kako dolg mora biti valovod l=?, da krožno polarizacijo na odprtini lijaka pretvori v linearno polarizacijo? (c=3E+8m/s)

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = \underline{209.44\,rd/m} \qquad \text{fazni zasuk } 90° = \frac{\pi}{2} = \beta_b l - \beta_a l$$

$$\beta_a = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \underline{138.53\,rd/m} \qquad l = \frac{\pi}{2(\beta_b - \beta_a)} = \underline{\underline{0.107\,m = 10.7\,cm}}$$

$$\beta_b = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = \underline{153.21\,rd/m}$$

4. Med oddajnik in sprejemnik postavimo neprosojen zaslon s krožno odprtino točno na zveznici, ki vnaša največje slabljenje na frekvenci fa=10GHz. Pri kateri (najnižji) frekvenci fb=? bo dodatno slabljenje ovire najmanjše, torej najmočnejši sprejem v primeru, da so vsi ostali gradniki zveze frekvenčno neodvisni?

$$\rho_n = \sqrt{n\lambda\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}} \qquad \sqrt{2\lambda_a\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}} = \sqrt{\lambda_b\frac{d_1d_2}{d_1+d_2}} \rightarrow \underline{2\lambda_a = \lambda_b}$$

$$\min f_b \rightarrow n=2, \quad \max f_a \rightarrow n=1 \qquad f = \frac{c_0}{\lambda} \longrightarrow f_b = \frac{f_a}{2} = \underline{\underline{5\,GHz}}$$

5. Radijski signal s frekvenco f=15MHz doseže valovno dolžino lambda=30m v ionosferi. Izračunajte koncentracijo elektronov v ionosferi Ne=? (me=9.1E-31kg, Qe=-1.6E-19As, c=3E+8m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{nf} \longrightarrow n = \frac{c_0}{\lambda f} = \underline{0.667} \qquad \omega = 2\pi f\,; \varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c_0^2} = \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\frac{As}{Vm}$$

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 - \frac{N_e Q_e^2}{\varepsilon_0\omega^2 m_e}} \longrightarrow N_e = \frac{\varepsilon_0\omega^2 m_e}{Q_e^2}(1-n^2) = \underline{\underline{1.55\cdot 10^{12}\,\text{elektronov}/m^3}}$$

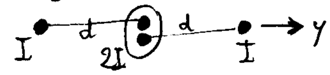
Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 09.05.2013

1. Satelit oddaja na frekvenci f=2.2GHz z močjo P=10W na oddajno anteno z dobitkom Go=1dBi. Zemeljski sprejemnik na oddaljenosti d=3000km ima parabolično zrcalo premera 2r=4m in izkoristkom osvetlitve eta=70%. Kolikšna je moč sprejema Ps=? (v dBm)? Slabljenje ozračja in neskladnosti polarizacije so zanemarljivo majhni. (c=3E+8m/s)

$G_0 = 1dBi = 1{,}259 \qquad A_s = \pi r^2$

$$P_s = P_0 G_0 \frac{A_s \eta}{4\pi d^2} = 10W \cdot 1{,}259 \frac{\pi (2m)^2 \cdot 0.7}{4\pi \cdot (3 \cdot 10^6 m)^2} = \underline{\underline{9.8 \cdot 10^{-13} W = -90.1 dBm}}$$

2. Zapišite smerni diagram F(theta,fi)=? in izračunajte smernost D=? bočne skupine treh izotropnih izvorov, ki so postavleni na enakih medsebojnih razdaljah d=0.7lambda na osi Y! Srednji izvor je napajan z dvakratnim tokom 2I glede na krajna dva izvora (oba I).



binomska skupina $\quad F(\Theta,\phi) = \cos^2\left(\frac{kd}{2}\cos\Theta_y\right) = \underline{\underline{\cos^2(0.7\pi \sin\Theta \sin\phi)}}$

$u = \sin\Theta_y d\Theta_y \qquad \cos^4(0.7\pi u) = \frac{1}{4}\left(1+\cos(1{,}4\pi u)\right)^2$

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_m,\phi_m)|^2}{\int_{4\pi} |F(\Theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi \cdot 1}{2\pi \int_0^\pi \cos^4(0.7\pi \cos\Theta_y)\sin\Theta_y d\Theta_y} = \frac{2}{\int_{-1}^{+1} \cos^4(0{,}7\pi u)du} = \frac{2}{\frac{1}{4}\int_{-1}^{+1}(1+\cos(1{,}4\pi u))^2 du} = \frac{8}{\int_{-1}^{+1}(1+2\cos 1.4\pi u + \cos^2 1.4\pi u)du} =$$

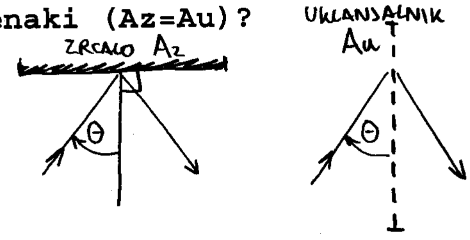
3. Krožno polarizacijo sestavimo z dvema enakima linearno polariziranima antenama, ki jih primerno zasukamo in povežemo z brezizgubnim vezjem, ki poskrbi za primeren fazni zasuk in prilagoditev impedance. Kolikšna je šumna temperatura sestavljene antene Ta=? Zaradi različnih zasukov se šumni temperaturi linearnih anten razlikujeta: T1=230K in T2=270K. (kb=1.38E-23J/K)

$\cos^2 1{,}4\pi u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2{,}8\pi u$

$T_A = \frac{T_1+T_2}{2} = \underline{\underline{250K}}$

$$= \frac{8}{2 + \frac{2 \cdot 2}{1.4\pi}\sin 1.4\pi + 1 + \frac{\sin 2.8\pi}{2.8\pi}} = \frac{8}{2 - 0{,}865 + 1 + 0.067} = \underline{\underline{3{,}633 = 5.603 dBi}}$$

4. Usmerjeno mikrovalovno radijsko zvezo napeljemo preko zrcala oziroma uklanjalnika na vrhu hriba. Pri katerem vpadnem kotu theta=? (merjen od pravokotnice na površino zrcala) bo ravno kovinsko zrcalo enako učinkovito kot uklanjalnik s senčenjem lihih Fresnel-ovih con, če sta površini zrcala in uklanjalnika enaki (Az=Au)?



$A_z \cos\Theta = A_u \sin\Theta \frac{1}{\pi}$

$tg\Theta = \pi$

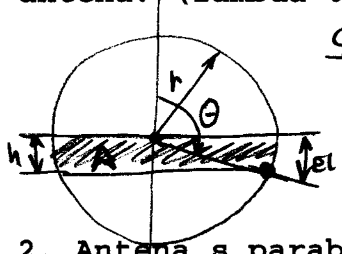
$\Theta = arc\, tg\, \pi = \underline{\underline{1{,}263 rd = 72.34^\circ}}$

5. Dežne kapljice vnašajo dodatno slabljenje a=1dB v zvezo od satelita na zemeljsko površino na frekvenci f=12GHz. Pri kateri frekvenci f'=? naraste dodatno slabljenje na a'=10dB, če so dežne kapljice v obeh primerih dosti manjše od valovne dolžine?

Rayleighovo sipanje: $a = \alpha f^4 \rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{f'^4}{f^4} \longrightarrow f' = f\sqrt[4]{\frac{a'}{a}} = \underline{\underline{21.34 GHz}}$

Pisni izpit iz SEVANJA IN RAZŠIRJANJA (UNI) - 26.09.2013
==

1. Televizijski oddajnik na planinskem vrhu je opremljen z antensko skupino, ki v azimutu pokriva vse smeri enako. Po elevaciji naj antenska skupina pokriva vse smeri od obzorja do elevacije el=-10stopinj pod obzorjem enako, drugam pa naj ne sveti. Kolikšno smernost D=? (v dBi) lahko doseže takšna antena? (lambda=0.5m, c=3E+8m/s)



$$\Omega = \frac{A}{r^2} = \frac{2\pi r h}{r^2} = 2\pi \sin|el| = \underline{1.091\,srd}$$

$$h = r|\sin(el)| \qquad D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{1.091\,srd} = 11.52 = \underline{\underline{10.61\,dBi}}$$

2. Antena s paraboličnim zrcalom premera 2r=1m dosega smernost D=40.3dBi na frekvenci f=12GHz. Kolikšen je izkoristek osvetlitve odprtine eta=? (v %)? Privzamemo, da ima zrcalo obliko brezhibnega rotacijskega paraboloida. (c=3E+8m/s)

$$D = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} A = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi r^2 \qquad \eta = \frac{D\lambda^2}{\pi^2 (2r)^2} = \frac{10715 \cdot (0.025m)^2}{\pi^2 (1m)^2} = \underline{\underline{0.679 = 67.9\%}}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.025m}$$

$$D = 40.3\,dBi = \underline{10715}$$

3. Brezizgubno anteno s smernostjo D=30dBi usmerimo v hladno nebo s šumno temperaturo Tn=10K. Kolikšno razliko šumne temperature antene deltaTa=? zaznamo, ko v sredino snopa zaide Luna, ki seva kot črno telo s temperaturo Tl=200K? Luno vidimo pod zornim kotom Alfa=0.5stopinje. (kb=1.38E-23J/K)

$$\Delta T_A = \frac{\int_{\Omega_L} (T_L - T_N)|F(\theta,\phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} \approx (T_L - T_N)\,\Omega_L \frac{|F(\theta_m,\phi_m)|^2}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = (T_L - T_N)\,\Omega_L \frac{D}{4\pi} = \underline{\underline{0.904K}}$$

$$\Omega_L = 2\pi \left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right) = \underline{5.981 \cdot 10^{-5}\,srd} \qquad D = 30\,dBi = \underline{1000}$$

4. Med prve poskuse satelitskih komunikacij (1960) sodi balon Echo 1A, ki je deloval kot pasivni odbojnik na višini h=1600km. V napihnjenem stanju je Echo 1A dosegel obliko krogle s premerom 2r=30.5m iz metalizirane plastične folije. Kolikšna je bila njegova odmevna površina Sigma=? (v m2) na delovni frekvenci f=8GHz? (c=3E+8m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0.0375m} \ll r \longrightarrow \sigma = \pi r^2 = \pi \left(\frac{30.5m}{2}\right)^2 = \underline{\underline{730.6\,m^2}}$$

5. Zaradi loma v troposferi znaša krivinski polmer (vodoravnih) radijskih žarkov R=28000km tik nad morsko gladino. Kolikšen je krivinski polmer R'=? (v km) radijskih žarkov na nadmorski višini h=2000m? Vpliv mokrega dela troposfere (vodni hlapi) zanemarimo, za suhi del velja konstanta H(1/e)=8500m. (f=3GHz)

$$R(h) = \frac{H}{\Delta n(0)} e^{\frac{h}{H}} = R(0)\, e^{\frac{h}{H}} \rightarrow R' = R\, e^{\frac{h}{H}} = 28000km\, e^{\frac{2000m}{8500m}} = \underline{\underline{35428\,km}}$$