

# 1. Uvod v elektrodinamiko

Vse do 19. stoletja fizika ni poznala povezav med navidez različnimi električnimi pojavi, magnetnimi pojavi in svetlobo. André-Marie Ampère (1826) in Michael Faraday (1831) sta odkrila povezavi med električnimi in magnetnimi pojavi v obe smeri. James Clerk Maxwell (1861) je vse dotedanje znanje o elektriki in magnetiki združil v slovite enačbe, ki danes nosijo njegovo ime. Maxwell je iz svojih enačb napovedal tudi elektromagnetno valovanje oziroma povezavo med električnimi in magnetnimi pojavi ter svetlobo, kar je Heinrich Rudolf Hertz potrdil s poskusi leta 1889.

Z odkritjem novih pojavov so se pojavila tudi nova vprašanja. Kaj poganja električno polje? Kaj poganja magnetno polje? Po kakšni snovi potuje elektromagnetno valovanje? Delce, ki poganjajo polja in skrivnostno snov, poimenovano »eter«, po kateri potuje elektromagnetno valovanje, so iskali številni znanstveniki. Albert Abraham Michelson je v iskanju skrivnostne snovi napravil številne poskuse. Najbolj znan je njegov poskus z interferometrom iz leta 1887, ki je bil zadosti natančen, da je dokazal, da skrivnostni »eter« ne obstaja. Danes ta poskus velja kot najbolj znan »neuspeli« poskus v fiziki, ki je v resnici sprožil razvoj teorije relativnosti.

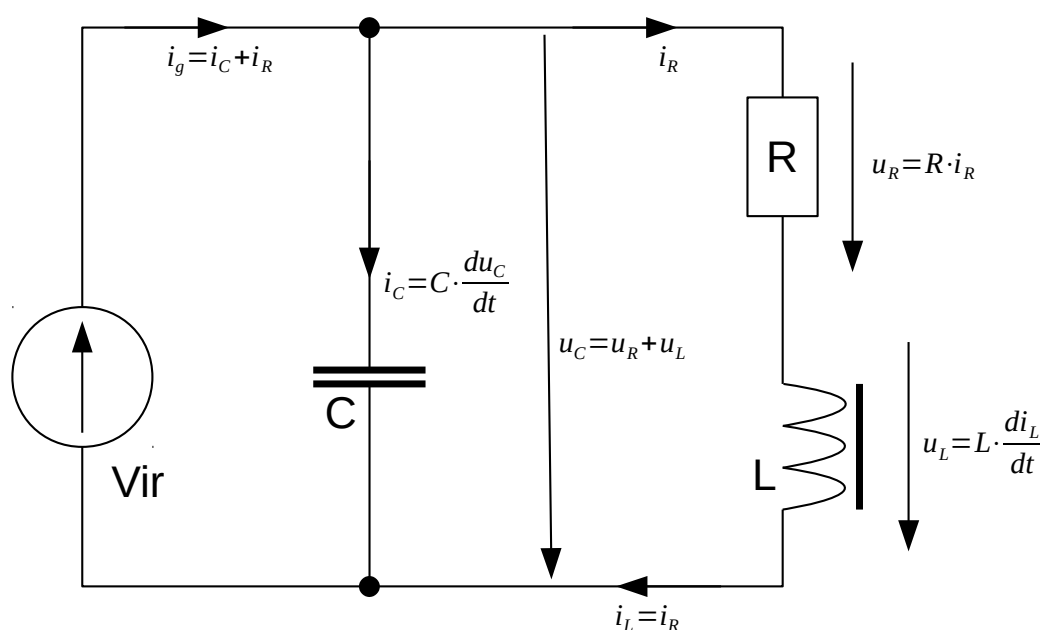
Dokončno je vse tri pojave razložil Albert Einstein v posebni teoriji relativnosti (1905). Električna sila je ena od štirih osnovnih fizikalnih sil, ki nastane med dvema elektrinama (električnima naboje) tudi v popolnoma praznem prostoru (vakuumu), je premo sorazmerna velikosti obeh nabojev in obratno sorazmerna razdalji. Relativistika z zahtevo po končni hitrosti svetlobe razloži še dva pojave. Enakomerno gibajoče elektrine ustvarjajo magnetno polje, kar nakazujejo že relativistični skrčki dolžin (Hendrik Lorentz 1892). Pospešene elektrine sevajo elektromagnetno valovanje. Podobne zakonitosti veljajo tudi za težnost, kjer mase nadomeščajo elektrine.

Inženirji elektrotehnike skušamo zahtevno relativistiko v primeru električne sile poenostaviti. Ko so pojavi počasni in razdalje majhne, so zakasnitve zaradi končne hitrosti svetlobe nepomembne. Opazimo le električne in magnetne pojave. Sevanje elektromagnetnega valovanja smemo tedaj zanemariti.

Ker je hitrost enakomernega gibanja elektron običajno zelo majhna v primerjavi s hitrostjo svetlobe, so magnetne sile zelo majhne v primerjavi z električnimi. Magnetne pojave opazimo samo zato, ker se velika večina

električnega polja premikajočih elektronov v prevodniku (gibljivi elektroni v kovini) odšteje od polja nepremičnih elektronov obratnega predznaka (kristalna mreža kovine). Magnetni pojavi so tista majhna sprememba polja enakomerno gibajočih elektronov, ki jo zahteva relativistika.

Počasni pojavi in majhne razdalje omogočajo opis poenostavljene naloge s koncentriranimi gradniki vezja: električne pojave skrčimo v kondenzator, magnetne pojave skrčimo v tuljavo itd. Izmere gradnikov in razdalje med njimi so v takšni poenostavljeni nalogi nepomembne. Končno nalogo rešujemo z načrtovanjem električnega vezja z znanimi gradniki:



Električno vezje je naloga z nič dimenzijami.

Električno vezje je v resnici naloga z nič dimenzijami, saj so izmere gradnikov in razdalje med njimi nepomembne. Povezave med napetostmi in tokovi v električnem vezju opisuje peščica preprostih enačb. Lep del elektrotehničnih nalog lahko opišemo in rešimo z električnimi vezji, kar predstavlja pomembno poenostavitev glede na izvirne Maxwell-ove enačbe.

Žal električna vezja niso povsod uporabna. Nekatere naloge zahtevajo za svoj opis neskončno število gradnikov. Nekaterih električnih nalog sploh ne moremo opisati z vezjem z nič dimenzijami. Na primer, kako opisati gretje črnega mačka na zimskem Soncu, kar je v vseh pogledih prava električna naloga?

Električno vezje nam ne zadošča v dveh primerih: ko so izmere naloge velike oziroma ko so pojavi hitri, torej je frekvenca izmeničnih električnih veličin zelo visoka. Z drugimi besedami, primerjati moramo izmere naprave z valovno dolžino elektromagnetnega valovanja.

Ko so izmere naprave zelo majhne v primerjavi z valovno dolžino, zadošča opis naprave z vezjem z nič dimenzijami. Ko so izmere naprave primerljive z valovno dolžino, potrebujemo drugačen pristop in s tem se ukvarja elektrodinamika. Končno, optika nam opisuje zelo velike naprave v primerjavi z valovno dolžino, kar je spet poenostavitev splošne elektrodinamike.

Kje potrebujemo zahtevnejši opis elektrodinamike? Pri načrtovanju elektronskega mikročipa zagotovo ne. Izmere čipa so majhne, tam so velika električna polja, torej gre vse v okviru elektrostatike. Tokovi v čipu so lahko veliki, ampak površine zank so majhne, magnetni pretoki so majhni in indukcijo lahko zanemarimo. Če mikročip ne vsebuje svetlobnih gradnikov (fotodiod, svetlečih diod oziroma polprevodniških laserjev), je sevanje elektromagnetnega valovanja zanemarljivo.

Zahtevnejši opis zagotovo potrebujemo v telekomunikacijah. Razdalje so velike, saj želimo komunikacije na velike razdalje. Visoko zmogljivost zveze omogoča edino velika pasovna širina, torej visoke frekvence. Elektrodinamika postane najprej pomembna prav s telegrafsko enačbo (Oliver Heaviside 1880). Mikročipi postajajo čedalje hitrejši, da že povezave med njimi zahtevajo poznavanje elektrodinamike. Kljub nizki frekvenci komaj 50Hz so postala danes elektroenergetska omrežja tako velika, da potrebujemo elektrodinamiko celo v energetiki.

Kako opisati elektrodinamiko na čimbolj preprost, ampak uporaben način, ki daje zadovoljivo natančnost rezultatov? Naloge z eno veliko izmero, to se pravi eno-dimenzijske naloge lahko opišemo s porazdeljenimi gradniki, torej z vezji z neskončnim številom gradnikov. Kljub izhodišču iz preprostih osnov elektrotehnike in izogibanju relativistiki, rešitve nalog takoj pokažejo na ključno veličino, to je hitrost svetlobe.

Tri-dimenzijske naloge potrebujejo zahtevnejši pristop. Elektrotehnikom so Maxwell-ove enačbe vsekakor preprostejše za razumevanje od zahtevne relativistike. Maxwell-ove enačbe je treba pretvoriti v diferencialno obliko, da postane naloga zadosti majhna, torej diferencialno majhna. V diferencialno majhni nalogi so zakasnitve diferencialno majhne, torej relativistika ne nagaja. Tu žal brez zahtevne matematike, diferencialne geometrije v različnih

tri-dimenzijskih koordinatnih sistemih v prostoru ne gre.

V elektrodinamiki lahko energija potuje tudi po povsem praznem prostoru. Gostoto pretoka moči nam opisuje Poynting-ov vektor. Rešitev parcialne diferencialne valovne enačbe za električno oziroma magnetno polje ni preprosta. Pojav sevanja, ki je osnova brezvrvičnih zvez, najlažje izpeljemo z uvedbo nove vmesne veličine, vektorskega potenciala.

Točna obravnava ravninskega elektromagnetnega valovanja v elektrodinamiki nam preprosto opiše odboj, lom in tuneliranje valovanja na mejah različnih snovi. Vsota več različnih ravninskih valov nam omogoča opis novih naprav, kot sta kovinski valovod oziroma votlini resonator. Točna obravnava valovanja v izgubni snovi nam razloži kožni pojav v kovinah pri visokih frekvencah, ki spreminja porazdelitev toka po preseku kovinskega vodnika in povečuje izgube.

Ta učbenik skuša odgovoriti na izziv, kako poučevati elektrodinamiko na sodoben način, izpustiti manj pomembna področja in dodati vse tisto, kar uporablja sodobna telekomunikacijska tehnika. Kljub temu, da so izpeljave v tem učbeniku skržene na najmanjšo možno mero, elektrodinamika še vedno zahteva dobro poznavanje matematike in osnov elektrotehnike. Kjer je le možno, je poleg poštene a zahtevne rešitve Maxwell-ovih enačb navedena tudi preprosta razlaga pojavov s pojmi električnih vezij.

Elektrodinamika je osnova za razumevanje delovanja gradnikov terminalne opreme, sprejemnikov in oddajnikov ter vseh prenosnih poti v telekomunikacijah, tako brezvrvičnih radijskih in svetlobnih zvez kot vrvičnih zvez po kovinskih vodnikih in steklenih svetlobnih vlaknih.

\* \* \* \* \*

## 2. Telegrafska enačba

Električni telegraf je plod dela številnih izumiteljev v prvi polovici 19. stoletja. Uporabnost telegrafa je neposredno vezana na njegov domet. V drugi polovici 19. stoletja so inženirji dosegli prekooceanske razdalje. Prvi prekooceanski kabel iz Evrope v Ameriko je bil položen že leta 1857. Žal je zaradi tehnološke nedovršenosti izolacije deloval le nekaj tednov. Tehnologija izolacije pa ni edina težava pri prekooceanskih razdaljah.

Na tako velikih razdaljah opazimo pojave elektrodinamike že pri zelo nizkih prenosnih hitrostih Morse-jeve telegrafije z ročno oddajo in sprejemom na sluh, torej pri pasovni širini komaj 10Hz. Ohmska upornost žice ni edini niti najpomembnejši podatek telegrafskega kabla. Nadomestno vezje prenosne poti ni preprosto in takratni inženirji so prvo, eno-dimenzijsko nalogo elektrodinamike opisali z imenom telegrafska enačba.

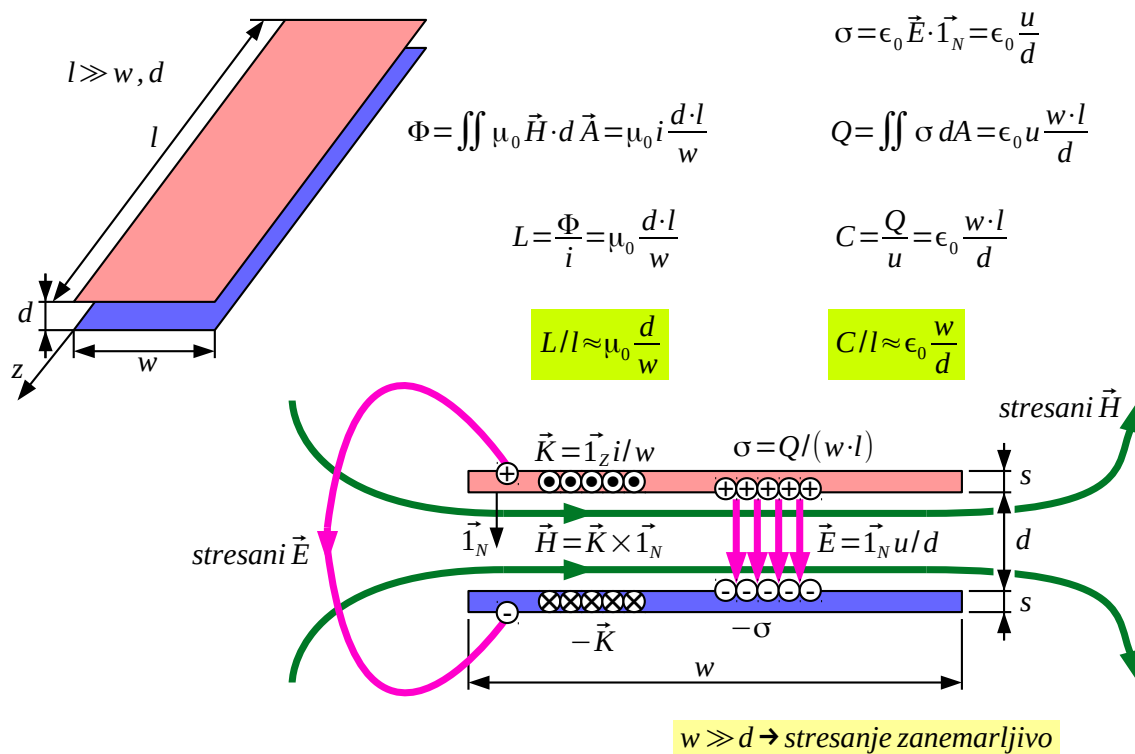
Prenosni vodi ostajajo zelo pomembno področje elektrodinamike tudi danes. Dogovor velja, da v eno-dimenzijskih nalogah opisuje veliko izmero, kjer opazimo pojave elektrodinamike, koordinata  $z$  oziroma dolžina voda  $l$ . Prečne izmere prenosnih vodov so v številnih praktičnih primerih zadosti majhne, da jih lahko obravnavamo z enačbami elektrostatike in magnetostatike oziroma jih opišemo z gradniki električnih vezij.

Dva preprosta, silno uporabna in vsakdanja zgleda iz osnov elektrotehnike sta trakasti dvovod in koaksialni kabel. Preprosta zgleda sta izbrana z namenom, da se tu ne ukvarjamo s kompliciranim izračunom elektromagnetnega polja, kapacitivnosti in induktivnosti, pač pa že znani rezultat iz osnov elektrotehnike uporabimo v elektrodinamiki. Simetrični žični dvovod (parica) je prav tako uporaben vsakdanji zgled, le da so točni izrazi za kapacitivnost in induktivnost že malo bolj zahtevni.

Trakasti dvovod sestavljata dva kovinska vodnika v obliki trakov širine  $w$ , debeline  $s$  in dolžine  $l$ . Trakova sta razmaknjena za  $d$  v praznem prostoru. Trakova tvorita kondenzator s ploščama površine  $w \times l$  na medsebojni razdalji  $d$ . Ista dva trakova tvorita tuljavo z enim samim ovojem s presekom jedra  $d \times l$  in dolžino tuljave  $w$ .

Ko velja  $w \gg d$ , je večina električnega in magnetnega polja v reži med trakovima. Debelina trakov  $s$  postane nepomembna. Stresano električno in magnetno polje drugod po prostoru lahko zanemarimo oziroma

opišemo z malenkostnim povečanjem  $w$ , to se pravi s popravkom širine trakov. Izraza za kapacitivnost in induktivnost trakastega dvovoda se tedaj silno poenostavita:

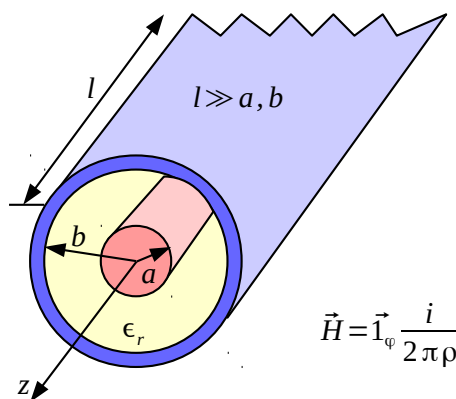


## Trakasti dvovod

Poleg telegrafске enačbe je Oliver Heaviside izumil tudi koaksialni kabel. Koaksialni kabel sestavljajo kovinska žila s polmerom  $a$ , dielektrik  $\epsilon_r$  in kovinski oklop z notranjim polmerom  $b$ . Kapacitivnost koaksialnega kabla izračunamo s pomočjo električnega polja preme elektrine. Slednje upada kot  $1/\rho$ , integracija električnega polja daje logaritem razmerja polmerov, ki nastopa v imenovalcu kapacitivnosti.

Enosmerni tok teče po celotnem preseku vodnikov. Enosmerno magnetno polje koaksialnega kabla se pojavi v notranjosti obeh vodnikov in v dielektriku med njima. Zunaj koaksialnega kabla ni nobenega polja, niti električnega niti magnetnega, ko se tok v žili v celoti vrača nazaj po oklopu.

V telekomunikacijah uporabljamo koaksialni kabel na tako visokih frekvencah, da tok teče samo po tanki koži debeline komaj nekaj mikrometrov  $\delta \ll a, b$  po površinah vodnikov: po površini žile in po notranji površini oklopa. Magnetno polje v notranjosti vodnikov je tedaj zanemarljivo. Magnetno polje v dielektriku upada kot  $1/\rho$ , integracija daje logaritem razmerja polmerov, ki nastopa v izrazu za induktivnost:



$$\vec{E} = \vec{1}_\rho \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r\rho}$$

$$C = \frac{q \cdot l}{u} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$u = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

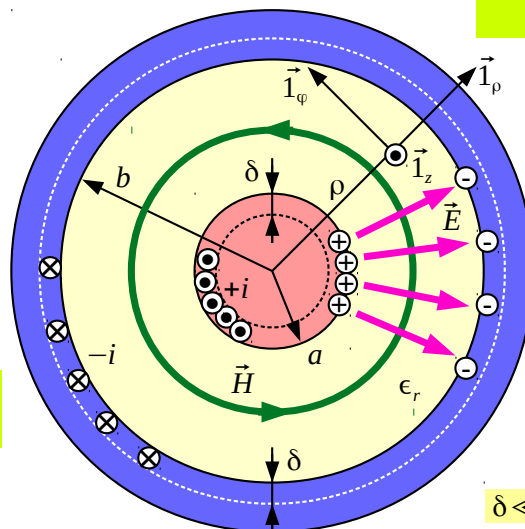
$$C/l = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$\vec{H} = \vec{1}_\varphi \frac{i}{2\pi\rho}$$

$$\Phi = \iint \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

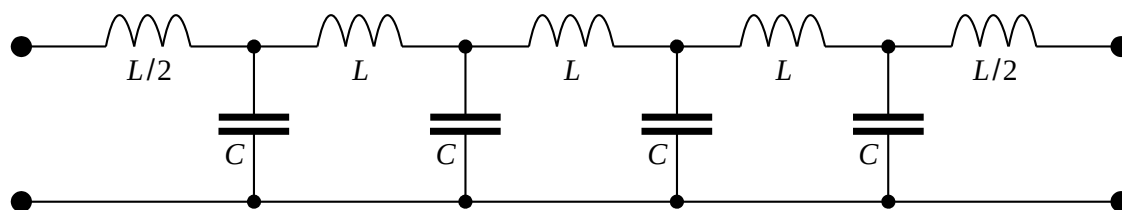


$$\delta \ll a, b$$

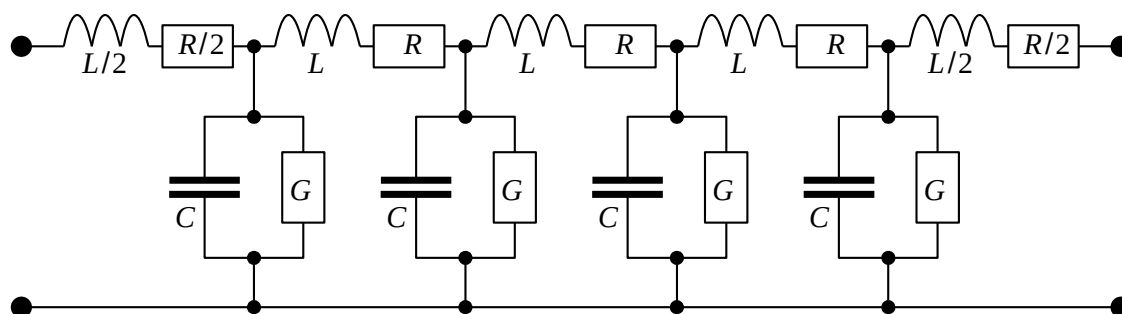
## Koaksialni kabel

Induktivnost in kapacitivnost prenosnega voda sta porazdeljeni veličini po dolžini voda  $l$ . Električno nadomestno vezje mora torej vsebovati večje število zaporednih tuljav  $L$  in pripadajoče število vzporednih kondenzatorjev  $C$ . Za čimbolj natančen opis razdelimo eno od zaporednih tuljav na polovico, da nastopa  $L/2$  na začetku in na koncu verige.

Natančnejši opis prenosnega voda vsebuje tudi izgube v kovinskih vodnikih in v dielektriku med njimi. Izgube v kovinskih vodnikih se kažejo kot upornost  $R$ , ki je vezana zaporedno induktivnosti  $L$ . Izgube v dielektriku ponazorimo na preprost način s prevodnostjo  $G$ , ki je vezana vzporedno kapacitivnosti  $C$ . Nadomestni vezji poenostavljenega voda brez izgub in natančnejši opis voda z izgubami sta prikazana na spodnji sliki:



Nadomestno vezje brezizgubnega voda

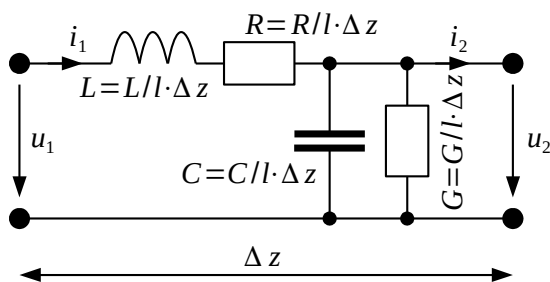


Nadomestno vezje voda z izgubami

Vsak elektrotehnik bo v takšnih vezjih prepoznal nizkoprepustno frekvenčno sito. Tu je z nadomestnim vezjem nekaj narobe, ker se resnični prenosni vodi nikakor ne obnašajo kot nizkoprepustna sita! Zaporna frekvenca navideznega sita sicer narašča z natančnostjo opisa, torej z višanjem števila nadomestnih tuljav in kondenzatorjev.

Računska zahtevnost reševanja električnega vezja je sorazmerna kubu (tretji potenci) števila vozlišč oziroma zank vezja, torej natančnejši opis z večjim številom tuljav in kondenzatorjev praktično ni uporaben. Za rešitev naloge je potreben drugačen pristop, ki ga opisuje telegrafska enačba:

### Telegrafska enačba za vod z izgubami



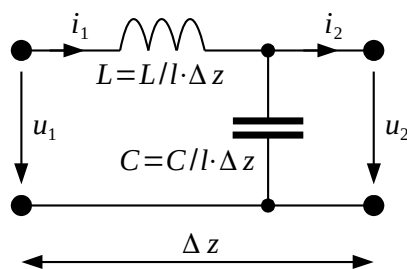
$$\Delta u = u_2 - u_1 = -L \cdot \frac{di_1}{dt} - R \cdot i_1$$

$$\Delta i = i_2 - i_1 = -C \cdot \frac{du_2}{dt} - G \cdot u_2$$

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L/l \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - R/l \cdot i(z,t)$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C/l \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} - G/l \cdot u(z,t)$$

### Telegrafska enačba za brezizgubni vod



$$\Delta u = u_2 - u_1 = -L \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$\Delta i = i_2 - i_1 = -C \cdot \frac{du_2}{dt}$$

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L/l \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C/l \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$

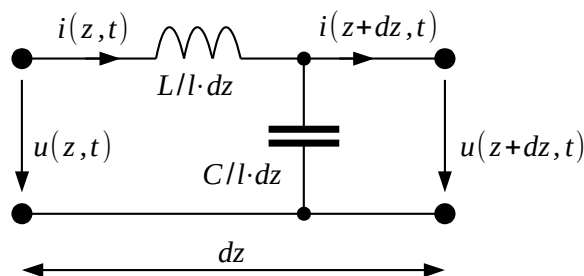
Napaka pri izračunu bo tem manjša, čim krajše odseke prenosnega voda  $\Delta z$  opisujemo s koncentriranimi gradniki: tuljavami in kondenzatorji. Če končno dolžino odseka  $\Delta z$  nadomestimo z diferencialno majhno dolžino odseka  $dz$ , dogajanje v nadomestnem vezju opisujeta dve sklopljeni parcialni diferencialni enačbi za napetost  $u(z,t)$  in tok  $i(z,t)$  s skupnim imenom telegrafska enačba.

V resničnem prenosnem vodu moramo upoštevati tudi izgube. Kovinski vodniki dodajajo od nič različno zaporedno upornost  $R$ . Nebrezhibna izolacija dodaja vzporedno prevodnost  $G$ . V resničnem vodu oba nista preprosti konstanti, pač pa sta komplicirani funkciji časa  $R(t)$  in  $G(t)$ . Oba je lažje zapisati v frekvenčnem prostoru kot  $R(\omega)$  in  $G(\omega)$ , zato se na opis dogajanja v vodu z izgubami vrnemo kasneje v frekvenčnem prostoru.

Prenosne vode sicer skušamo izdelati tako, da so izgube majhne. V tem primeru nam daje tudi telegrafska enačba za brezizgubni vod razmeroma dober vpogled v dogajanje na prenosnem vodu. Sklopljeni diferencialni enačbi poskusimo rešiti tako, da z dodatnim odvajanjem prve enačbe po položaju  $z$  oziroma druge enačbe po času  $t$  izločimo eno od neznank, na primer tok  $i(z,t)$  in pri tem privzamemo, da matematično dovolj pohlevne funkcijo dopuščajo zamenjavo vrstnega reda odvajanja:

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L/l \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad \bigg/ \quad \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C/l \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \quad \bigg/ \quad \frac{\partial}{\partial t}$$



$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = -L/l \cdot \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z \partial t} = -C/l \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = L/l \cdot C/l \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

$$u(z,t) = u\left(t \pm \frac{z}{v}\right)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{L/l \cdot C/l}}$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = u'' \left(t \pm \frac{z}{v}\right) \cdot \frac{1}{v^2}$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = u'' \left(t \pm \frac{z}{v}\right)$$

## Rešitev telegrafske enačbe

$$u(z,t) = u_N\left(t - \frac{z}{v}\right) + u_O\left(t + \frac{z}{v}\right)$$

Napredujoči val

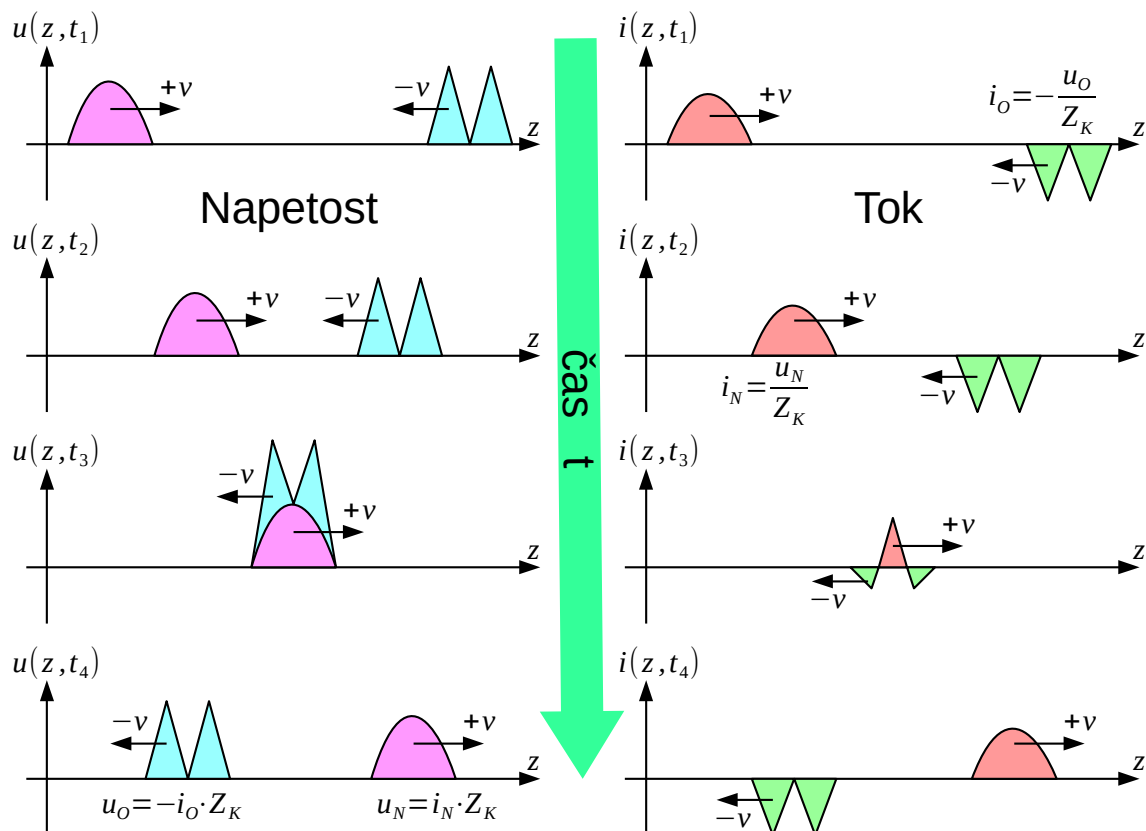
Odbiti (povratni) val

Ostane nam ena sama parcialna diferencialna enačba za napetost  $u(z,t)$ . V enačbi je razvidno, da se dvojna odvoda po položaju  $z$  oziroma po času  $t$  razlikujeta samo v množilni konstanti! Rešitev  $u(z,t)$  je torej lahko poljubna funkcija enega samega argumenta  $t \pm z/v$ , primerno utežene vsote oziroma razlike časa  $t$  in položaja  $z$ .

Odvod funkcije enega argumenta označimo s črtico. Drugi odvod z dvema črticama. Po pravilu za odvajanje moramo rezultat pomnožiti še z odvodom argumenta  $t \pm z/v$  po  $z$  oziroma  $t$  pripadajočega reda.

Povezavo med časom in položajem daje hitrost  $v$ , s katero se slika funkcije premika naprej oziroma nazaj po osi  $z$ . Rešitev z razliko imenujemo tudi napredujoči (vpadni) val in se z naraščajočim časom premika naprej, rešitev z vsoto pa odbiti (povratni) val in se premika nazaj.

Diferencialna enačba drugega reda zahteva dve popolnoma neodvisni rešitvi, napredujoči in odbiti val. Vsaka rešitev za napetost  $u(z,t)$  ima pripadajočo rešitev za tok  $i(z,t)$ . Primer rešitve telegrafske enačbe je prikazan spodaj kot časovno zaporedje slikic. Zgleda za napredujoči in odbiti val napetosti  $u(z,t)$  in toka  $i(z,t)$  sta namenoma prostorsko omejena in prikazana v različnih barvah:



Povezavo med tokom in napetostjo napredujočega ali odbitega vala imenujemo karakteristična impedanca voda  $Z_K$ . Strogo gledano pojem impedanca smemo uporabljati samo v frekvenčnem prostoru. Na tem mestu v časovnem prostoru ga sicer ne bi smeli uporabljati, je pa smiselno uporabljati podobno oznako tako v časovnem kot v frekvenčnem prostoru.

Na srečo je karakteristična impedanca  $Z_K$  brezizgubnega voda povsem realno število in jo smemo uporabljati tudi v časovnem prostoru, kjer bi bil izraz karakteristična upornost  $R_K$  mogoče bolj smiseln? Dobimo jo z izračunom odvodov v eni od izvornih sklopljenih enačb. Najprej izračunamo odvod funkcije enega argumenta  $t \pm z/v$ , nato odvajamo še argument  $t \pm z/v$  po  $z$  oziroma  $t$ .

Rezultat računa je razmerje med odvodom funkcije napetosti  $u'$  po argumentu  $t \pm z/v$  in odvodom funkcije toka  $i'$  po istem argumentu  $t \pm z/v$ . V elektrodinamiki nas enosmerne konstante ne zanimajo, torej velja isto razmerje tudi med napetostjo  $u$  in tokom  $i$ :

## Karakteristična impedanca

$$\frac{\partial}{\partial z} u\left(t \pm \frac{z}{v}\right) = -L/l \frac{\partial}{\partial t} i\left(t \pm \frac{z}{v}\right)$$

$$\frac{u'}{i'} = \mp v \cdot L/l = \mp \sqrt{\frac{L/l}{C/l}} = \mp Z_K = \frac{u}{i}$$

$$\pm \frac{1}{v} u'\left(t \pm \frac{z}{v}\right) = -L/l \cdot i'\left(t \pm \frac{z}{v}\right)$$

$$Z_K = \sqrt{\frac{L/l}{C/l}} = \frac{u_N}{i_N} = -\frac{u_O}{i_O}$$

## Trakasti dvovod

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \frac{d}{w} \cdot \epsilon_0 \frac{w}{d}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$Z_K = \sqrt{\frac{\mu_0 \frac{w}{d}}{\epsilon_0 \frac{d}{w}}} = \frac{d}{w} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx \frac{d}{w} \cdot 377 \Omega$$

## Koaksialni kabel

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$Z_K = \sqrt{\frac{\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{\frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Pozor, razmerje med napetostjo in tokom napredujočega vala ima glede na naše oznake pozitiven predznak  $+Z_K$ , razmerje med tokom in napetostjo odbitega vala pa negativen predznak  $-Z_K$ . Napredujoči in odbiti val imata tudi vsak svojo, neodvisno moč in nosita vsak svojo, neodvisno energijo. V natančnem opisu v treh dimenzijah bi napredujoči in odbiti val na takšnih prenosnih vodih poimenovali kot dva neodvisna TEM (prečna elektro-magnetna) rodova.

Valovanje na prenosnem vodu vsebuje električno energijo in magnetno energijo  $W = W_e + W_m$ . Električno energijo na enoto dolžine določa napetost na vodu  $W_e/l = 1/2 \cdot C/l \cdot u(z, t)^2$ . Magnetno energijo na enoto dolžine določa tok na vodu  $W_m/l = 1/2 \cdot L/l \cdot i(z, t)^2$ .

Osamljen napredujoči val, na primer v trenutkih  $t_1$  ali  $t_2$  na časovnem zaporedju slikic, nosi povsem enako električno in magnetno energijo  $W_e = W_m = 1/2 \cdot W_N$ , kar zagotavlja povezava  $u_N = Z_K \cdot i_N$  med napetostjo in tokom napredujočega vala:

$$W_e/l = 1/2 \cdot C/l \cdot u_N^2 = 1/2 \cdot C/l \cdot Z_K^2 \cdot i_N^2 = 1/2 \cdot L/l \cdot i_N^2 = W_m/l$$

Ista enakost velja za električno in magnetno energijo osamljenega odbitega vala  $W_e = W_m = 1/2 \cdot W_O$ , saj povezava  $u_O = -Z_K \cdot i_O$  med napetostjo in tokom odbitega vala ponovno prinaša  $u_O^2 = Z_K^2 \cdot i_O^2$ .

Ko napredujoči in odbiti val soobstajata na istem delu prenosnega voda, na primer trčenje v trenutku  $t_3$  na časovnem zaporedju slikic, električna in magnetna energija nista več enaki  $W_e \neq W_m$ ! Ko imata napetosti napredujočega in odbitega vala isti predznak, se najmanj del magnetne energije pretvori v električno energijo. Obratno, ko imata napetosti napredujočega in odbitega vala različen predznak, se najmanj del električne energije pretvori v magnetno energijo.

Ko se napredujoči in odbiti val razideta v trenutku  $t_4$  na časovnem zaporedju slikic, se energija pretvori nazaj v takšno obliko, da za osamljen napredujoči ali osamljen odbiti val ponovno velja  $W_e = W_m = 1/2 \cdot W$ .

Induktivnost  $L/l$  in kapacitivnost  $C/l$  prenosnega voda določata dve novi lastnosti voda: hitrost valovanja  $v$  in karakteristično impedanco  $Z_K$ . Hitrost valovanja  $v$  je enaka hitrosti svetlobe v snovi, ki je uporabljena kot izolator med vodnikoma TEM prenosnega voda. V primeru trakastega dvovoda je to prazen prostor, torej je hitrost valovanja  $v = c_0$  enaka hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Dielektrik koaksialnega kabla upočasnjuje svetlobo za faktor  $\sqrt{\epsilon_r}$ . Jasno, v koaksialnem kablu s praznim prostorom kot dielektrikom velja  $v = c_0$ .

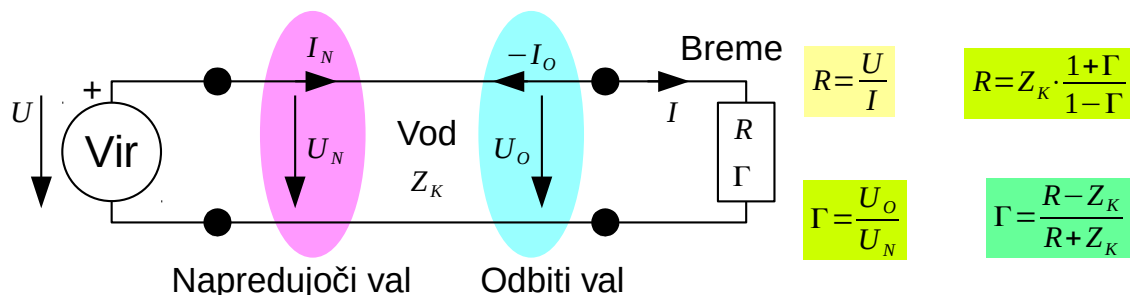
Točna geometrija TEM prenosnega voda, torej širina  $w$  in razmak trakov  $d$  trakastega dvovoda oziroma polmera žile  $a$  in oklopa  $b$  koaksialnega kabla, nima nobenega vpliva na hitrost valovanja  $v$ ! Prečni presek TEM prenosnega voda seveda določa karakteristično impedanco  $Z_K$  prenosnega voda. V primeru trakastega dvovoda določa karakteristično impedanco razmerje razmak/širina trakov  $d/w$ . V primeru koaksialnega kabla določata karakteristično impedanco razmerje polmerov oklopa/žile  $b/a$  in dielektrik  $\epsilon_r$  med njima.

\* \* \* \* \*

### 3. Odboj in zvonjenje

Rešitev telegrafske enačbe daje napetost  $u(z, t)$  in tok  $i(z, t)$  kot funkcijo položaja  $z$  na prenosnemvodu in časa  $t$ . Rešitev sestavljata napredujoči val in odbiti (povratni) val. Razmerje med napetostjo in tokom posameznih valov ni poljubno. Pri napredujočem valu znaša razmerje  $+Z_K$ , pri odbitem valu pa  $-Z_K$ . Brezizgubni prenosni vod v celoti opišemo z dvema podatkom: hitrostjo valovanja  $v$  in karakteristično impedanco  $Z_K$ .

Prenosni vod napajamo na začetku z virom, na drugem koncu pa ga zaključimo z bremenom. Najprej si oglejmo najpreprostejši zgled! Uporabimo enosmerni napetostni vir  $U$  in počakamo, da kakršenkoli prehodni pojav izzveni. Breme je upor  $R$ , ki določa razmerje med enosmerno napetostjo  $U$  in enosmernim tokom  $I$ :

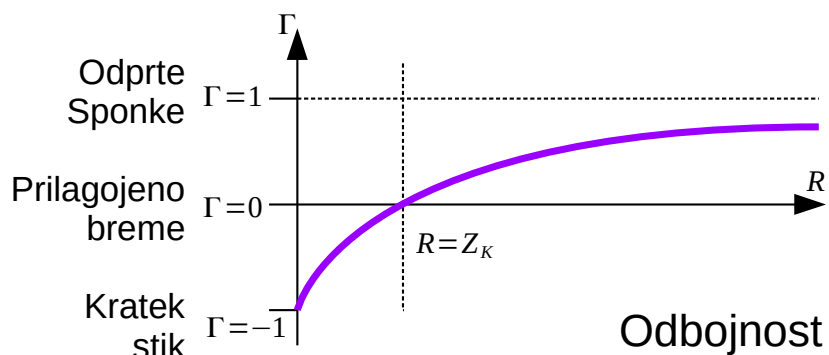


$$U = U_N + U_O \quad I = I_N + I_O = \frac{U_N}{Z_K} - \frac{U_O}{Z_K} \longrightarrow U_N - U_O = I \cdot Z_K = U \cdot \frac{Z_K}{R}$$

$$U_N = \frac{1}{2} \cdot \left( U + U \cdot \frac{Z_K}{R} \right)$$

$$U_O = \frac{1}{2} \cdot \left( U - U \cdot \frac{Z_K}{R} \right)$$

$$\Gamma = \frac{U - U \cdot \frac{Z_K}{R}}{U + U \cdot \frac{Z_K}{R}}$$



Upor  $R$  se v splošnem razlikuje od karakteristične impedance voda  $Z_K$ . Upor  $R$  torej vsiljuje drugačno razmerje med napetostjo  $U$  in tokom  $I$ , kot to zahteva rešitev valovne enačbe za napredujoči val. Rešitev

valovne enačbe za odbiti val zahteva negativno razmerje med napetostjo in tokom  $I$ , kar je še težje doseči.

Zahtevano razmerje bremena  $R$  med napetostjo  $U$  in tokom  $I$  lahko dosežemo edino tako, da dopuščamo na prenosnem vodu hkrati obe rešitvi telegrafske enačbe za napredujoči val  $U_N, I_N$  in za odbiti val  $U_O, I_O$ . Razmerje med odbitim in napredujočim valom imenujemo odbojnost (bremena)  $\Gamma$ . V elektrotehniki odbojnost vedno definiramo kot razmerje napetosti  $\Gamma = U_O/U_N$  oziroma električnih poljskih jakosti  $\Gamma = E_O/E_N$ . Pri zvočnem valovanju je odbojnost definirana kot razmerje amplitud tlakov  $\Gamma = p_O/p_N$ .

Povsem jasno ima razmerje tokov  $I_O/I_N = -\Gamma$  oziroma magnetnih poljskih jakosti  $H_O/H_N = -\Gamma$  oziroma razmerje amplitud hitrosti delcev zvočnega valovanja  $v_O/v_N = -\Gamma$  obrnjen predznak. Karakteristični impedanci  $u/i = \pm Z_K$  je enakovredna povezava med električno in magnetno poljsko jakostjo, valovna impedanca snovi  $E/H = \pm Z = \pm \sqrt{\mu/\epsilon}$  oziroma med amplitudama tlaka in hitrosti delcev, zvočna valovna impedanca  $p/v = \pm Z = \pm \sqrt{C \cdot \rho}$ , kjer sta  $C$  modul elastičnosti in  $\rho$  gostota snovi.

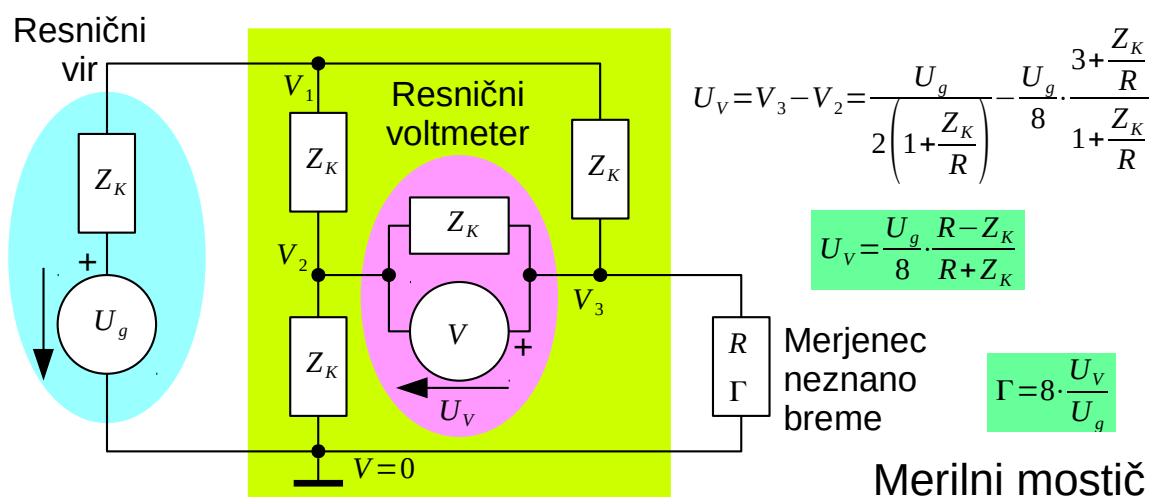
Odbojnost  $\Gamma$  v celoti opisuje električno obnašanje bremena povsem enakovredno njegovi električni upornosti  $R$ . Odbojnost  $\Gamma$  je dosti širši fizikalni pojem od električne upornosti  $R$ , saj je povsem točno določena tudi za elektromagnetna polja in številna druga valovanja v fiziki. Povsem jasno obstaja preprosta in enolična povezava v obe smeri: kako iz upornosti bremena  $R$  dobimo odbojnost  $\Gamma$  in obratno.

Odbojnost  $\Gamma$  je razmerje, torej neimenovano število. Uporaba odbojnosti  $\Gamma$  zahteva izbiro karakteristične impedance  $Z_K$ , ki ima v svetu električnih napetosti in tokov mersko enoto  $\Omega$  (Ohm). Na drugi strani ima odbojnost  $\Gamma$  marsikatero prednost pri računanju oziroma pri meritvah. Za pasivno breme  $R \geq 0$  je velikost odbojnosti  $|\Gamma| \leq 1$  vedno manjša od enote!

Odbojnost  $\Gamma$  je načeloma lažje meriti od električne upornosti  $R$ . Električno upornost  $R$  določimo tako, da izmerimo napetost  $U$  z voltmetrom in tok  $I$  z ampermetrom. Pri tem nam nagaja bodisi notranja upornost voltmetra, ki ne more biti neskončno velika  $R_V < \infty$  oziroma notranja upornost ampermetra, ki ne more biti neskončno majhna  $R_A > 0$ .

Odbojnost  $\Gamma$  lahko merimo na številne različne načine. Ena možna meritev odbojnosti  $\Gamma$  v svetu električnih napetosti in tokov je z merilnim mostičem. Mostič napajamo z resničnim električnim virom, ki ima končno in preprosto izvedljivo vrednost svoje lastne notranje upornosti  $R_g = Z_K$ . Kot merilnik napetosti uporabimo resnični voltmeter, ki ima končno in preprosto izvedljivo vrednost svoje lastne notranje upornosti  $R_V = Z_K$ :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{V_1 - U_g}{Z_K} + \frac{V_1 - V_2}{Z_K} + \frac{V_1 - V_3}{Z_K} = 0 \rightarrow 3V_1 = U_g + V_2 + V_3 \rightarrow 8V_2 = U_g + 4V_3 \rightarrow V_3 = \frac{U_g}{2\left(1 + \frac{Z_K}{R}\right)} \\ \textcircled{2} \quad & \frac{V_2 - V_1}{Z_K} + \frac{V_2 - V_3}{Z_K} + \frac{V_2}{Z_K} = 0 \rightarrow 3V_2 = V_1 + V_3 \rightarrow V_1 = 3V_2 - V_3 \\ \textcircled{3} \quad & \frac{V_3 - V_2}{Z_K} + \frac{V_3 - V_1}{Z_K} + \frac{V_3}{R} = 0 \rightarrow \left(2 + \frac{Z_K}{R}\right)V_3 = V_1 + V_2 \rightarrow \left(3 + \frac{Z_K}{R}\right)V_3 = 4V_2 \rightarrow V_2 = \frac{U_g}{8} \cdot \frac{3 + \frac{Z_K}{R}}{1 + \frac{Z_K}{R}} \end{aligned}$$

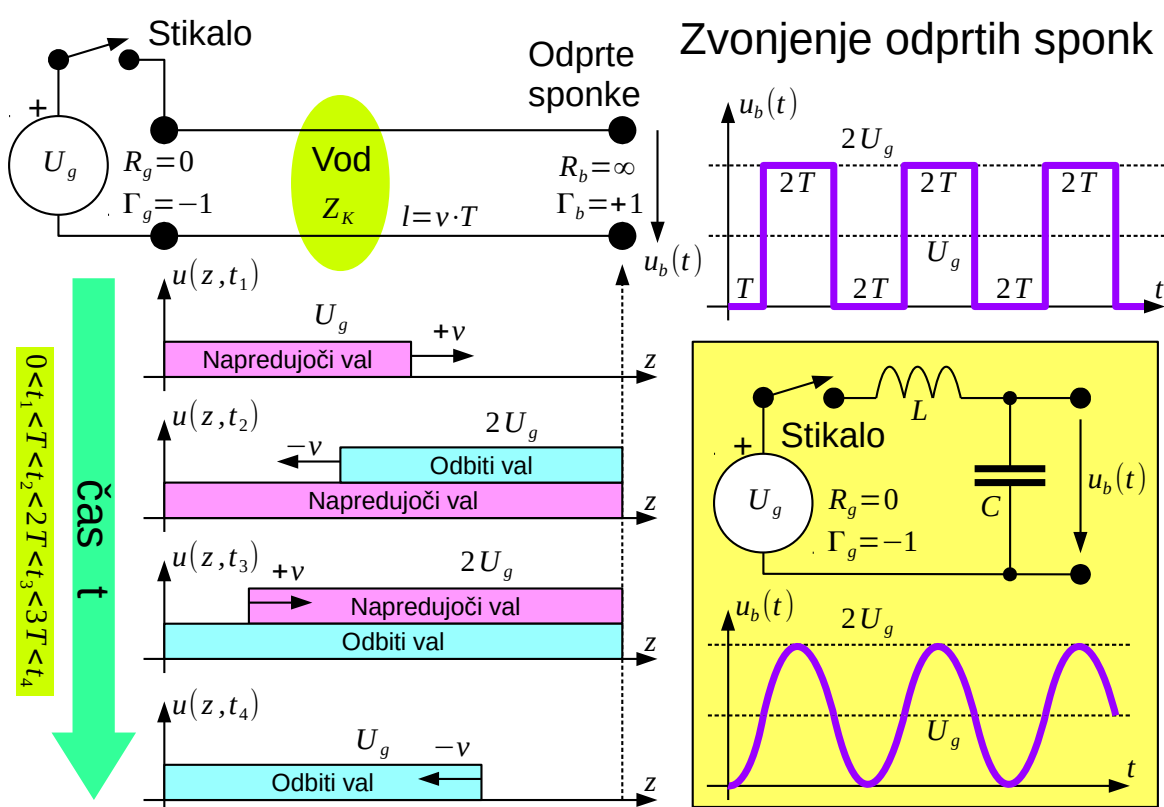


Ena od pomanjkljivosti merilnega mostiča je ta, da vir napajanja, voltmeter in merjenec nimajo ene skupne sponke, ki bi jo lahko ozemljili, kar je še posebno težavno pri visokih frekvencah. Prikazana ozemljitev na sliki je namenjena zgolj reševanju vozliščnih enačb za potenciale  $V_1$ ,  $V_2$  in  $V_3$ , iz katerih izračunamo odziv  $U_V$  merilnega mostiča. Odziv  $U_V$  je kar sorazmeren odbojnosti  $\Gamma$  neznanega bremena in napetosti vira  $U_g$ , ni potrebno nobeno dodatno preračunavanje! Prikazani mostič je torej električno vezje, ki je sposobno natančno ločiti napredujoči val od odbitega vala.

Oboroženi z novim pojmom odbojnosti  $\Gamma$  se lahko lotimo zahtevnejših nalog, na primer reševanju prehodnih pojavov ob preklapljanju v električnih vezjih. Tu osnove elektrotehnike ne znajo rešiti nekaterih preprostih nalog. Na primer, če na napetostni vir  $U$  priključimo kondenzator  $C$ ,

vanj steče elektrina  $Q = C \cdot U$ . Vir pri tem opravi delo  $A = Q \cdot U$  in shrani energijo  $W = Q \cdot U / 2$  v kondenzatorju. Polovica energije je očitno poniknila nekje v prehodnem pojavu?

Isto nalogo opisuje elektrodinamika nekoliko drugače. Koncentrirani gradniki so samo računska poenostavitve. V resnici imamo samo porazdeljene gradnike, to je porazdeljene kondenzatorje, porazdeljene tuljave itd. Kondenzator lahko v elektrodinamiki ponazorimo s prenosnim vodom, ki ima na drugem koncu odprte sponke:



Odprte sponke pomenijo neskončno upornost bremena  $R_b = \infty$  in pripadajočo odbojnost  $\Gamma_b = +1$ . Napetostni vir  $U_g$  ima neskončno majhno notranjo upornost  $R_g = 0$ . Vir na začetku prenosnega voda opišemo z odbojnostjo vira, ki za napetostni vir znaša  $\Gamma_g = -1$ . Celoten prehodni pojav opisujemo kot odbijanje valovanja med virom na začetku voda in bremenom na koncu istega voda.

V trenutku, ko vključimo stikalo, vir še ne more vedeti, kaj je na drugem koncu prenosnega voda, saj odbitega vala takrat še ni! Vir pošilja v vod samo napredujoči val, torej sta napetost  $U$  in tok  $I$  v razmerju  $Z_K$ . Pripadajoča energija se kopiči kot energija električnega polja v

kapacitivnosti voda in kot magnetna energija v induktivnosti voda.

Čez čas  $T$  prednja fronta napredujočega vala doseže konec voda in se tam odbije. Ker znaša odbojnost odprtih sponk  $\Gamma_b = +1$ , ima napetost odbitega vala  $U_o$  enak predznak kot napetost napredujočega vala  $U_N$ . Skupna napetost na prenosnem vodu se podvoji na  $2U_g$ , tok za fronto odbitega vala upade na nič. Za fronto odbitega vala se vsa energija pretvori v električno energijo v porazdeljeni kapacitivnosti, magnetna energija pa upade na nič.

Čez čas  $2T$  se odbiti val vrne do vira. Vir lahko šele tedaj izve, kaj se sploh dogaja na drugem koncu prenosnega voda! Odbiti val se ponovno odbije na viru. Ker ima slednji notranjo upornost nič  $R_g = 0$ , se odbiti val ponovno odbije z obratnim predznakom  $\Gamma_g = -1$ . Dvakrat odbiti val se natančno izniči s prvotnim napredujočim valom. Podirajoča fronta napredujočega vala tedaj prazni energijo, ki se je nakopičila v prenosnem vodu. Ker v tem trenutku izvor vidi le še odbiti val, odbiti val vrača viru nakopičeno energijo iz prenosnega voda.

Čez čas  $3T$  podirajoča fronta napredujočega vala doseže konec voda. Napredujoči val povsem izgine. Napetost na odprtih sponkah upade na nič. Ker ni več napredujočega vala, se začne podirati tudi odbiti val, ki še vedno vrača nakopičeno energijo viru nazaj.

Čez čas  $4T$  se vsa energija vrne nazaj v vir. Na prenosnem vodu ni več nobenega toka niti napetosti, torej nič energije. Celoten cikel nihanja energije se čez čas  $4T$  ponovi na povsem enak način kot v trenutku, ko smo sklenili stikalo... Opisani pojav imenujemo zvonjenje prenosnega voda.

Zanimivo, popolnoma enakovredno zvonjenje opazimo tudi v vezju s koncentriranimi gradniki, ko kondenzator  $C$  priključimo na napetostni vir  $U_g$  preko zaporedne tuljave  $L$ , na primer induktivnosti priključnih žic. Tuljava  $L$  in kondenzator  $C$  tvorita električni zaporedni nihajni krog. Vklon stikala požene električno nihanje.

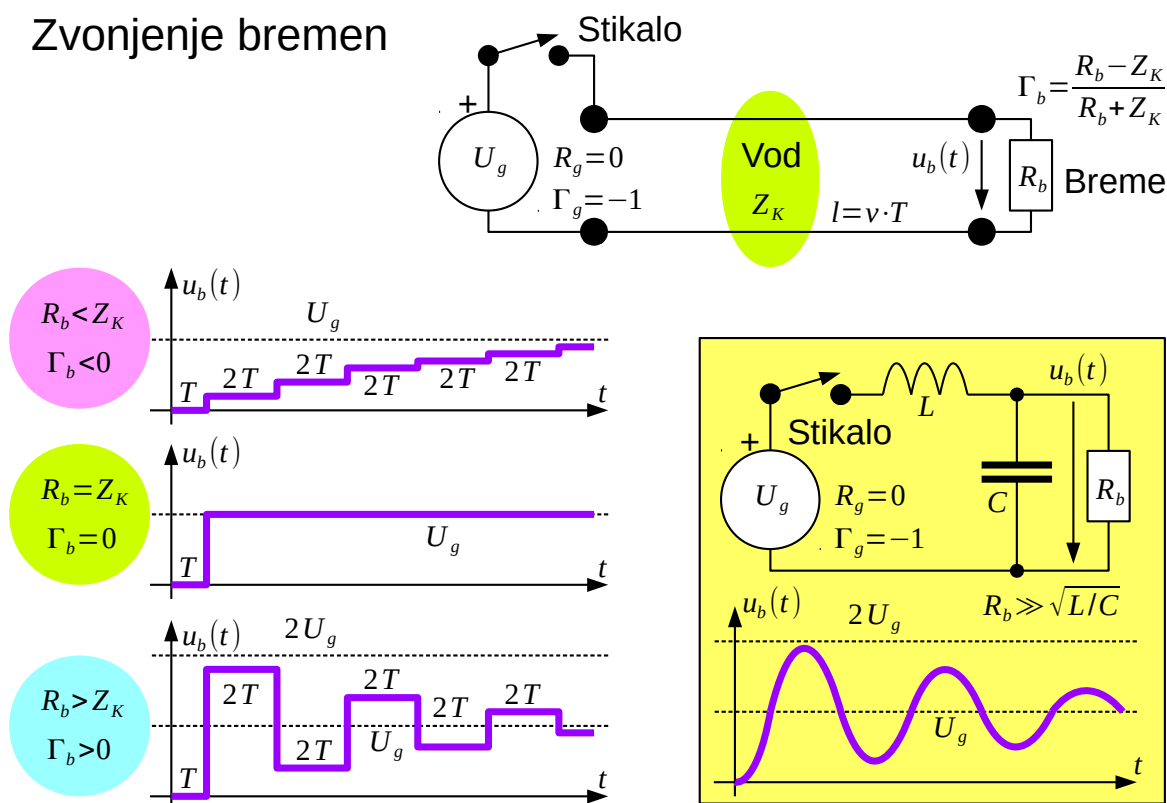
Napetost na odprtih sponkah oziroma na kondenzatorju niha med nič in dvakratno napetostjo vira  $2U_g$ . Razlika med prenosnim vodom s porazdeljenima induktivnostjo  $L/l$  in kapacitivnostjo  $C/l$  ter vezjem s koncentriranimi gradnikoma  $L$  in  $C$  je edino v časovni obliki nihanja napetosti: pravokotnik za prenosni vod s porazdeljenimi gradniki in sinus za koncentrirane gradnike.

Resnični koncentrirani gradniki in resnični prenosni vodi imajo tudi izgube, zaradi katerih opisani prehodni pojav izzveni. Dobro izdelane tuljave, kondenzatorji in prenosni vodi imajo majhne izgube, da opazimo tudi več kot 100 (sto!) prenihajev, preden prehodni pojav izzveni. Izvor izgub je tudi majhna, ampak končna notranja upornost vira  $R_g \neq 0$ . V točnejši tri-dimenzijski obravnavi bi morali upoštevati še izgube sevanja!

Električno zvonjenje je večinoma skrajno nezaželen pojav. Dvojna napetost vira  $2U_g$  je pogosto vzrok odpovedi gradnikov električnih vezij, ki so načrtovani za napetost napajanja  $U_g$ . Zvonjenje vnaša napake v prenos podatkov v številskih vezjih. Zvonjenje omejujemo na različne načine: s prilagoditvijo upornosti (impedance) bremena  $R_b$ , z gradniki za omejevanje napetosti na bremenu, s prilagoditvijo notranje upornosti vira  $R_g$ , z omejevanjem hitrosti preklapljanja vira itd.

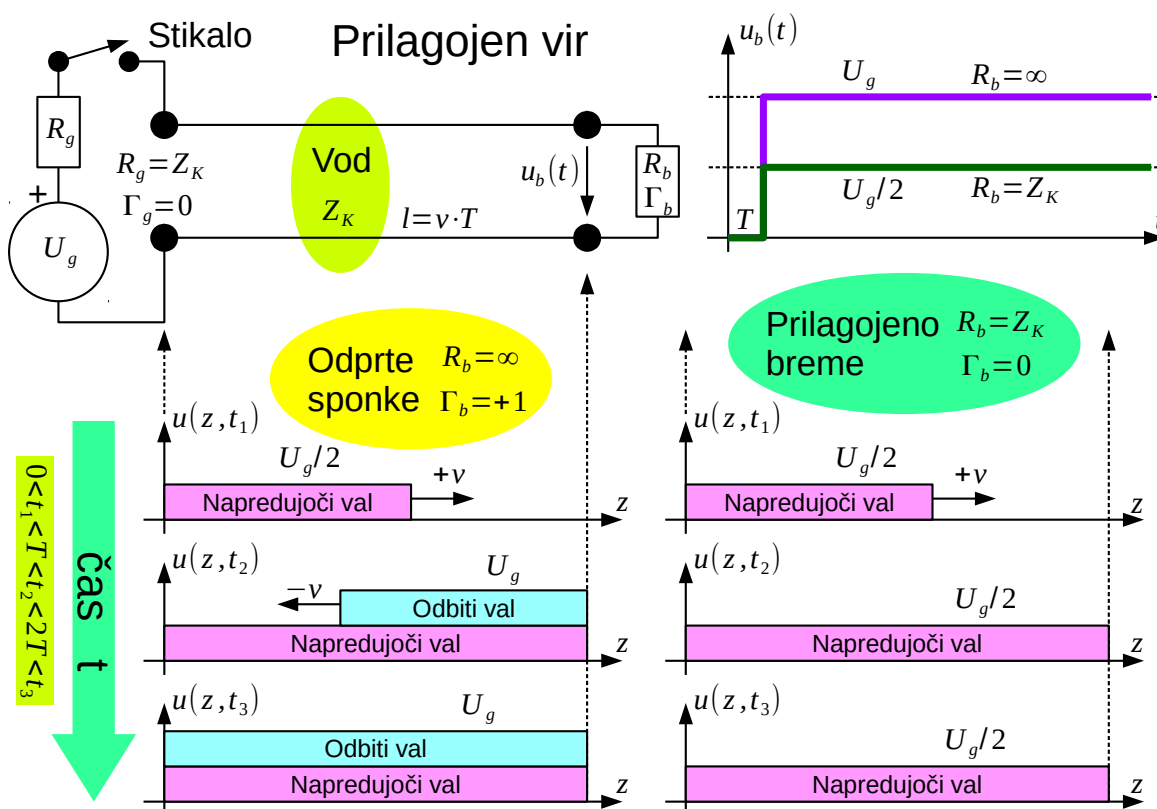
Učinek različnih bremen na zvonjenje je prikazan na spodnji sliki v sicer enakih pogojih kot za odprte sponke. Napetostni vir ima notranjo upornost  $R_g = 0$ . Stikalo požene prehodni pojav. Brezizgubni prenosni vod ima karakteristično impedanco  $Z_K$ . Njegova dolžina  $l$  določa zakasnitev  $T$  pri znani hitrosti valovanja  $v$ :

## Zvonjenje bremen



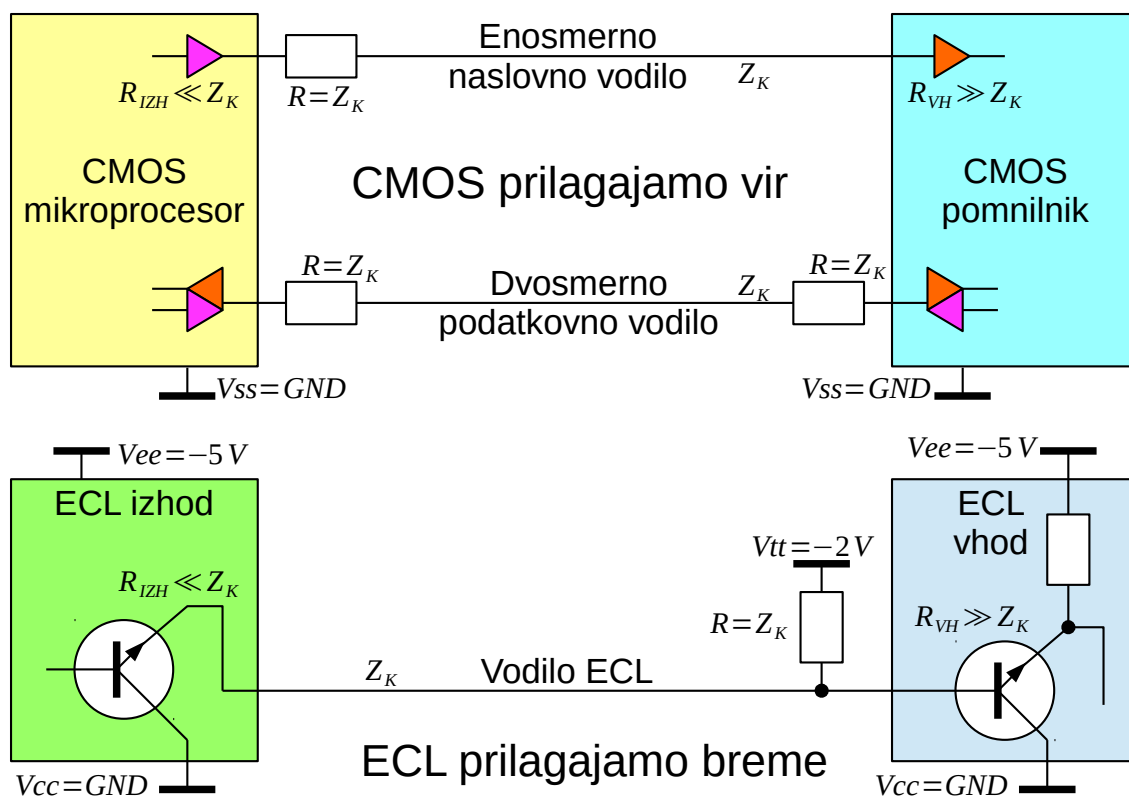
Dušen prenihaj dobimo samo v primeru, ko je upornost bremena  $R_b > Z_K$  večja od karakteristične impedance  $Z_K$  oziroma korena razmerja  $L/C$ . Ko je upornost bremena  $R_b < Z_K$ , manjša od karakteristične impedance, napetost na bremenu monotono narašča po stopničkah proti končni vrednosti  $U_g$ . V primeru prilagojenega bremena  $R_b = Z_K$  se prehodni pojav konča najhitreje, napetost na bremenu doseže končno vrednost  $U_g$  že po času  $T$  in se takoj ustali.

Zvonjenje prenosnega voda lahko učinkovito zadušimo tudi s prilagojenim virom. Prilagojeni vir ima svojo lastno notranjo upornost  $R_g = Z_K$  enako karakteristični impedanci voda. Zvonjenje napetosti na bremenu  $u_b(t)$  izgine v vseh primerih, od odprtih sponk  $R_b = \infty$  do prilagojenega bremena  $R_b = Z_K$ :



Najstrožje zahteve po dušenju zvonjenja oziroma največje dopustne tolerance gradnikov omogoča prilagoditev na obeh koncih voda, vira in bremena, to se pravi  $R_g = R_b = Z_K$ . Takšna rešitev izgublja polovico moči signala na notranji upornosti vira, to se pravi na zaporednem dušilnem upor. Tudi napetost na bremenu je prepolovljena na  $U_g/2$ .

Zvonjenje je danes silno nadležen pojav na računalniških vodilih. Dolžine povezav med posameznimi čipi na tiskanem vezju so v velikostnem razredu  $l \approx 10\text{ cm}$ , torej je zakasnitev  $T = l/v$  povsem primerljiva s preklopnimi časi logičnih signalov. Na električnih načrtih rišemo eno samo (signalno) žico prenosnega voda med oddajnikom (vijolični trikotnik) in sprejemnikom (oranžni trikotnik):



Druga žica je skupna elektroda ali masa (ground ali  $GND$ ), ki jo na načrtih prikažemo z odebeljeno vodoravno črto ali znakom za ozemljitev. Masa je tudi praktično izdelana kot velika kovinska ploskev, ki izkorišča eno celo plast večslojnega tiskanega vezja. Pogosto uporabljamo več notranjih plasti večslojnega tiskanega vezja za razvod napajanj  $Vdd$ ,  $Vss$ ,  $Vcc$ ,  $Vee$ ,  $Vgg$ ,  $Vtt$  itd, ki so s stališča elektrodinamike vsi enakovredni masi  $GND$ , čeprav so na različnih enosmernih potencialih.

Večina logičnih vezij je danes izdelana v tehnologiji CMOS. CMOS izhodi sodobnih logičnih vezij imajo zelo nizko izhodno upornost. Zvonjenje vodila na tiskanem vezju preprečujemo z dodatnim dušilnim uporom, ki ga vežemo zaporedno s CMOS izhodom v pripadajočo signalno žico. Na enosmernem vodilu, na primer naslovno vodilo mikroračunalnika, zadošča en zaporedni upor na CMOS izhodu.

CMOS vhodi so praktično odprte sponke z zelo majhno kapacitivnostjo. Opisana rešitev torej vsebuje prilagojen vir in neprilagojeno breme, odprte sponke CMOS vhoda. Prednost take rešitve je v tem, da CMOS vhod dobi polno napetost izvora  $U_g$ , torej se logične ravni signalov ohranjajo. Hkrati zaporedni dušilni upor ne troši nobene moči v stacionarnem stanju, ko se logična raven izhoda ne menja.

Na podatkovnem vodilu pretakamo podatke v obe smeri: beremo vsebino pomnilnika ali pa vanj vpisujemo. Ko je na enem koncu vodila dejaven oddajnik, drugi konec vodila sprejema. V takem (izmenično) dvosmernem vodilu opremimo z zaporednimi dušilnimi upori vse udeležence, ki lahko na vodilo karkoli oddajajo. Pri sprejemu ti upori nimajo učinka na delovanje CMOS vhodov. Logične ravni signalov se tudi tu ohranjajo.

ECL (Emitter-Coupled Logic) so vedno bile najhitrejše družine logičnih vezij. ECL izhodi običajno neposredno krmilijo prenosni vod. Ker je izhodna upornost ECL izhodov zelo nizka, se izhodi obnašajo kot napetostni vir z zelo nizko notranjo upornostjo  $R_{IZH} \ll Z_K$ . Zvonjenje preprečimo na sprejemni strani s primernim bremenskim uporom  $R$ . Zaključni upor  $R$  vezan na  $V_{tt} = -2V$  hkrati poskrbi za enosmerni tok delovne točke emitorskega sledilnika v ECL izhodu. Sam ECL vhod ima razmeroma visoko notranjo upornost  $R_{VH} \gg Z_K$ .

ECL uporablja tri ravni napajanja:  $V_{cc}$ ,  $V_{tt}$  in  $V_{ee}$ . Notranja skupna elektroda je  $V_{cc}$  in ta je največkrat tudi dejansko ozemljena  $V_{cc} = GND$ , kar je pogosto vzrok zmede na načrtih!

ECL vezja so bila vedno energetsko zelo požrešna. Znatno del moči napajanja se porabi tudi na zaključnih uporih  $R$  tako ob preklopih kot tudi v stacionarnem stanju. V ECL vezjih za frekvence nad 3GHz so zaključni upori na vhodih kar vgrajeni v sam čip logičnega integriranega vezja.

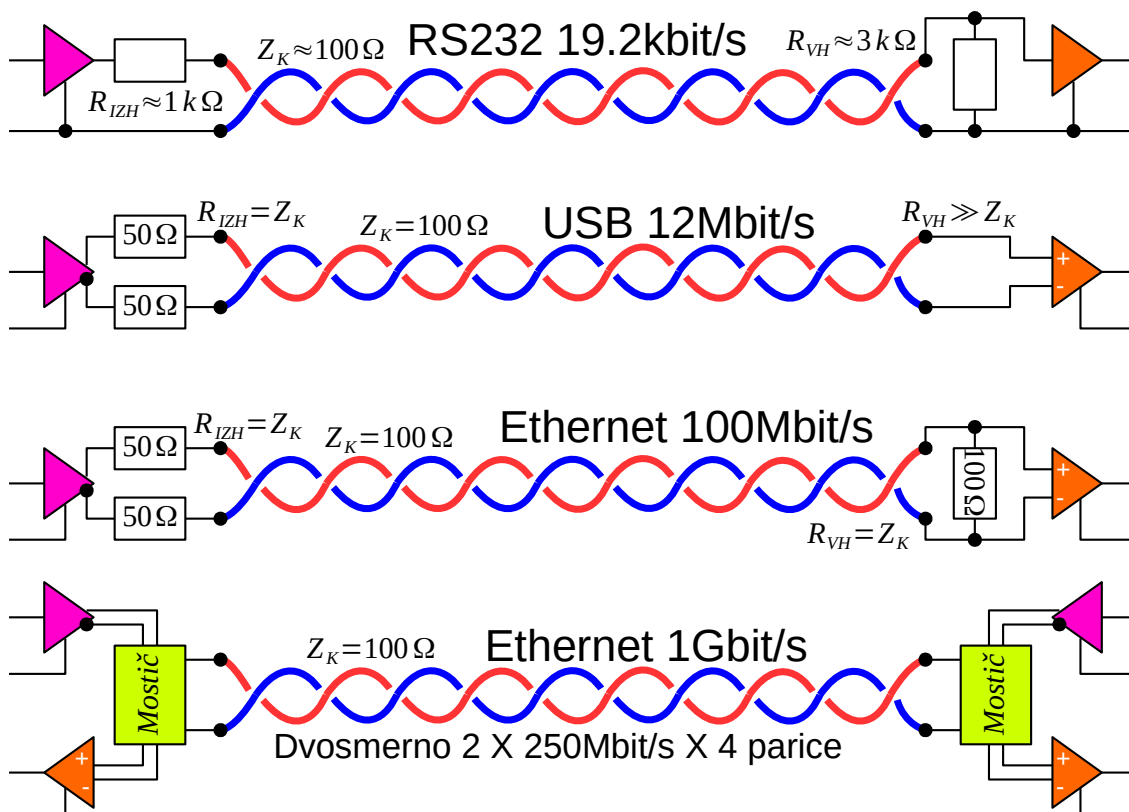
Logična vezja za najvišje frekvence imajo tako izhode in kot vhode že v notranjosti prilagojene na karakteristično impedanco prenosnega voda. Res hitra logična vezja običajno uporabljajo diferencialne izhode in vhode, ker ima simetrični dvovod boljše električne lastnosti od nesimetričnih vodov.

Simetrični dvovod pogosto uporabljamo v komunikacijah med računalniki na večjih razdaljah v velikostnem razredu  $l \approx 100m$ . Simetrični dvovod ima v teoriji nižje izgube od koaksialnega kabla in je hkrati cenejši za izdelavo, saj zahteva manj bakra. Sevanje in druge neželjene elektromagnetne presluhe močno duši smotrno izbrano prepletanje žic

simetričnega dvovoda, da dodaten oklop ni potreben.

Višanje prenosne hitrosti in različne protiukrepe proti zvonjenju še najbolj opazimo v razvoju zaporednih računalniških vmesnikov. Eden prvih takšnih vmesnikov je RS232, imenovan tudi »COM port« na računalnikih. RS232 naj bi omogočal prenos z zmogljivostjo 19.2kbit/s na razdalji do 18m. V resnici zmore RS232 več zmogljivosti na večji razdalji, predstavljene vrednosti so bile svoj čas izbrane z veliko rezervo!

Niti oddajnik niti sprejemnik RS232 nista prilagojena na karakteristično impedanco voda, ki ni točneje definirana. Simetrična parica je sicer uporabljena na nesimetričen način: ena žila je kar ozemljena na obeh straneh zveze, kar s stališča potovanja valov in odpornosti na elektromagnetne motnje zagotovo ni smotrno. Zvonjenje RS232 dušimo v oddajniku z omejevanjem hitrosti krmilnika (vijolični trikotnik) in višanjem njegove notranje upornosti  $R_{IZH} \gg Z_K$  :



Korak naprej je USB, ki uporablja diferencialni oddajnik (vijolični trikotnik), simetrični prenosni vod in diferencialni sprejemnik (oranžni trikotnik). Simetrični dvovod torej tu povsem pravilno uporabljamo v simetričnem načinu. Pri prenosni hitrosti 12Mbit/s (Full-Speed USB) na razdalji 2m je prilagojena samo izhodna upornost oddajnika  $R_{IZH} = Z_K$  .

Sprejemnik ima tako visoko vhodno upornost  $R_{VH} \gg Z_K$ , da se obnaša kot odprte sponke. Kar na sliki ni prikazano, USB uporablja isti dvovod izmenično v eno ali v drugo smer.

Ethernet dosega domet 100m po neoklopljeni prepleteni parici UTP (Unshielded Twisted Pair). Domet omejujeta slabljenje in popačenje prenosnega voda. Prenosna hitrost 100Mbit/s zahteva prilagojeno notranjo upornost oddajnika  $R_{IZH} = Z_K$  in prilagojeno vhodno upornost sprejemnika  $R_{VH} = Z_K$ , da zvonjenje ne moti prenosa podatkov. Podobno so izvedeni tudi High-Speed USB za 480Mbit/s in številni drugi hitri računalniški vmesniki.

Gigabitni Ethernet gre še en korak naprej in v celoti izkorišča teorijo telegrafske enačbe, ki pravi, da sta napredujoči val in povratni val popolnoma neodvisna eden od drugega, vsak ima svojo energijo in vsak prenaša svojo moč. Zmogljivost 1Gbit/s dosega tako, da po vsaki od štirih paric UTP kabla pelje 250Mbit/s. Istočasni dvosmerni prenos omogočajo mostiči na obeh koncih prenosnega voda, ki ločijo povratni val od napredujočega vala.

Pri dvosmernem prenosu v gigabitnem Ethernetu bo kakršenkoli odboj povzročil presluh med napredujočim valom in povratnim valom. Oddajniki, sprejemniki in mostiči morajo biti zato dobro prilagojeni na karakteristično impedanco parice  $Z_K = 100\Omega$ . Ker so tolerance gradnikov, vodov in vtičnic prevelike, ima sprejemnik za gigabitni Ethernet vgrajena še vezja, ki se sproti prilagajajo, da izločajo presluh lastnega oddajnika in zvonjenje željenega sprejetega signala.

Istočasni dvosmerni prenos na istem vodu je sicer izumil že Oliver Heaviside v drugi polovici 19. stoletja. Izuma takrat niso razumeli. Izum je moral počakati celih 120 let, da je končno zaživel v gigabitnem Ethernetu!

\* \* \* \* \*

## 4. Frekvenčni prostor in kazalci

Obravnava elektrotehnične naloge je v časovnem prostoru povsem nazorna. Trenutne fizikalne veličine, na primer napetost  $u(t)$  in tok  $i(t)$ , so natančno tisto, kar vidimo na zaslonu osciloskopa. Časovno odvisnost namenoma poudarimo z zapisom veličin z malimi črkami. Reševanje enačb tudi s povsem linearnimi gradniki žal v časovnem prostoru ni preprosto. Obnašanje gradnikov, ki lahko hranijo energijo, na primer tuljav  $L$  oziroma kondenzatorjev  $C$ , opisujejo odvodi oziroma integrali vpletenih veličin.

Matematiki se reševanju linearnih enačb z odvodi in integrali spretno izognejo z integralskimi transformacijami. Obnašanju linearnega vezja pri krmiljenju s harmonskimi (sinusnimi) signali se dobro prilega Fourier-jeva transformacija v frekvenčni prostor s krožno (realno) frekvenco  $\omega$ . Za obravnavo prehodnih pojavov v linearnih vezjih je primernejša Laplace-jeva transformacija s kompleksno frekvenco  $s = \sigma + j\omega$ . V obeh primerih se časovni odvodi oziroma integrali preslikajo v množenje oziroma deljenje s frekvenco:

Časovni prostor

Fourier

Laplace

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega) = \int f(t) e^{-j\omega t} dt \qquad F(s) = \int f(t) e^{-st} dt$$

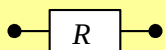
$$j = \sqrt{-1}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$\frac{d}{dt} f(t) \longleftrightarrow j\omega \cdot F(\omega) \qquad s \cdot F(s)$$

$$\int f(t) dt \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega} \cdot F(\omega) \qquad \frac{1}{s} \cdot F(s)$$

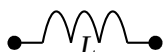
$$u(t) = R \cdot i(t)$$



$$U(\omega) = R \cdot I(\omega)$$

$$U(s) = R \cdot I(s)$$

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$



$$U(\omega) = j\omega L \cdot I(\omega)$$

$$U(s) = sL \cdot I(s)$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt$$



$$U(\omega) = \frac{1}{j\omega C} \cdot I(\omega)$$

$$U(s) = \frac{1}{sC} \cdot I(s)$$

Jasno moramo pri kateremkoli integriranju meje postaviti tako, da je na

mejah integracije energija v gradnikih, tuljavah  $L$  in kondenzatorjih  $C$  enaka nič oziroma upoštevana v dodatnih integracijskih konstantah. Na primer, začetno energijo v kondenzatorju upoštevamo kot dodatno napetost  $U_0$ , ki jo prištejemo integralu za napetost na kondenzatorju. Pri uporabi integralnih transformacij se jasno vprašamo, kaj v resnici pomenijo nove veličine, spektri  $I(\omega)$  in  $U(\omega)$  oziroma  $I(s)$  in  $U(s)$  v pripadajočem frekvenčnem prostoru ter kako jih izmerimo?

Najpreprostejši zgled je krmiljenje vezja s harmonskim virom ene same frekvence  $\omega$ . Izmenično napetost  $u(t)$  tedaj opisujeta dva realna podatka: amplituda  $U$  in pripadajoči fazni kot  $\varphi_U$ . Izraz  $\cos(\omega t + \varphi_U)$  lahko zapišemo tudi kot realni del kompleksne eksponentne funkcije. Oba realna podatka  $U$  in  $\varphi_U$ , ki imata jasno določen fizikalni pomen, združimo v eno samo kompleksno število  $\hat{U}$ , ki ga imenujemo kazalec (angleško: phasor) napetosti:

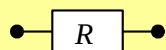
$$u(t) = U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) = \operatorname{Re}[U \cdot e^{j\varphi_U} \cdot e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[\hat{U} \cdot e^{j\omega t}]$$

$$i(t) = I \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = \operatorname{Re}[I \cdot e^{j\varphi_I} \cdot e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[\hat{I} \cdot e^{j\omega t}]$$

Kazalci

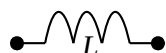
$$\hat{U} = U \cdot e^{j\varphi_U}$$

$$\hat{I} = I \cdot e^{j\varphi_I}$$



$$u(t) = R \cdot i(t) = \operatorname{Re}[R \cdot \hat{I} \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\hat{U} = R \cdot \hat{I}$$



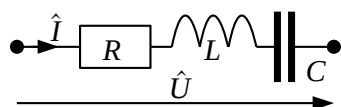
$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = \operatorname{Re}[L \cdot \hat{I} \cdot j\omega \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\hat{U} = j\omega L \cdot \hat{I}$$



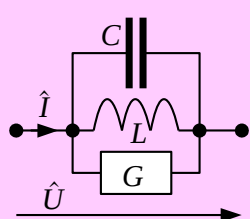
$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt = \operatorname{Re}\left[\frac{1}{C} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{j\omega} \cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$\hat{U} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \hat{I}$$



$$\hat{U} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right) \cdot \hat{I} = Z \cdot \hat{I}$$

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + jX$$



$$\hat{I} = \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + G\right) \cdot \hat{U} = Y \cdot \hat{U}$$

$$G = 1/R$$

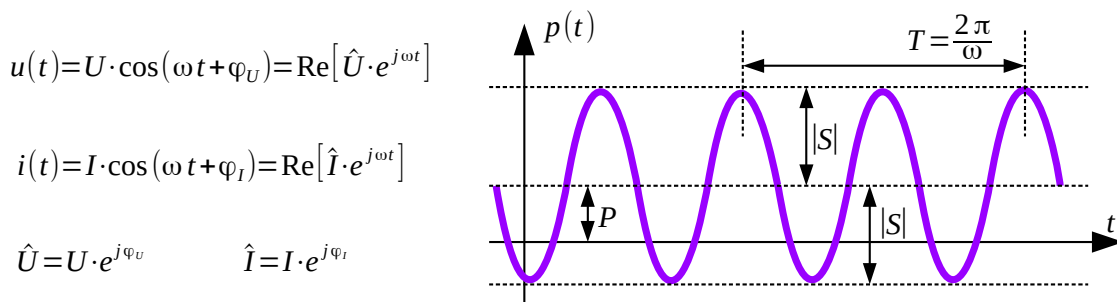
$$Y = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + G = G + jB$$

Računanje s kazalci  $\hat{U}$  in  $\hat{I}$  postane z izjemo uporabe kompleksnih števil silno enostavno. Časovne odvode oziroma integrale zamenja množenje oziroma deljenje z  $j\omega$ . Integracijske konstante, energije v tuljavah  $L$  in v kondenzatorjih  $C$ , smemo zanemariti, saj pri eni sami frekvenci  $\omega$  opazujemo ustaljeno (stacionarno) stanje vezja, ko je kakršenkoli prehodni

pojav že izzvenel.

Pri računu s kazalci je smiselno uvesti nova pojma impedance  $Z$  in admittance  $Y$ . Impedanca  $Z$  je kompleksna upornost, ki vključuje realno upornost  $R$  in imaginarno reaktanco  $jX$ . Admitanca  $Y$  je kompleksna prevodnost, ki vključuje realno prevodnost  $G$  in imaginarno susceptanco  $jB$ . Imaginarni veličini reaktanca  $jX$  oziroma susceptanca  $jB$  opisujeta gradnike, ki hranijo energijo: tuljave  $L$  in kondenzatorje  $C$ . Takšne gradnike imenujemo reaktivni gradniki.

Preprost račun s kazalci oziroma spektri integralnih transformacij odpove, ko trčimo ob nelinearno nalogo. Najpogostejša nelinearna naloga je izračun moči. V časovnem prostoru je trenutna moč  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$  zmnožek trenutne napetosti in toka. Pri harmonskem krmiljenju trenutna moč niha z dvakratno frekvenco  $2\omega$  kot posledica kvadratne naloge, množenja napetosti in toka. Moč lahko v določenih trenutkih postane tudi negativna, ko tuljave  $L$  in kondenzatorji  $C$  vračajo vskladiščeno energijo nazaj viru:



$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = \frac{U \cdot I}{2} \cdot [\cos(\varphi_U - \varphi_I) + \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)]$$

Kompleksna moč

$$S = P + jQ = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}^*}{2} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_U} \cdot I \cdot e^{-j\varphi_I}}{2} = \frac{U \cdot I}{2} \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}$$

Navidezna moč

$$|S| = \left| \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}^*}{2} \right| = \frac{U \cdot I}{2} = \frac{p(t_{MAX}) - p(t_{MIN})}{2}$$

Delovna moč

$$P = \langle p(t) \rangle = \text{Re} \left[ \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}^*}{2} \right] = \frac{U \cdot I}{2} \cdot \text{Re} [e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}] = \frac{U \cdot I}{2} \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I)$$

Jalova moč

$$Q = \text{Im} \left[ \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}^*}{2} \right] = \frac{U \cdot I}{2} \cdot \text{Im} [e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}] = \frac{U \cdot I}{2} \cdot \sin(\varphi_U - \varphi_I)$$

Pri računanju s kazalci  $\hat{U}$  in  $\hat{I}$  je smiselno uvesti nov pojem kompleksne moči  $S = P + jQ$ . Pri izračunu moči je pomembna razlika med faznim kotom napetosti in toka  $\varphi_U - \varphi_I$ . Na primer, kompleksna moč na upor  $R$  je povsem delovna in večja od nič, razlika med faznima kotoma

$\varphi_U - \varphi_I = 0$  je tedaj enaka nič. Reaktivni gradniki, tuljave  $L$  in kondenzatorji  $C$ , samo hranijo energijo, ne trošijo pa nobene moči, zato je kompleksna moč na njih povsem jalova in znaša razlika med faznima kotoma  $\varphi_U - \varphi_I = \pm \pi/2$ .

Razliko faznega kota dobimo z množenjem kazalca napetosti  $\hat{U}$  s konjugirano-kompleksno vrednostjo kazalca toka  $\hat{I}^*$ . Ker kazalca  $\hat{U}$  in  $\hat{I}^*$  vsebujeta amplitudi, torej vršni vrednosti harmonske napetosti in toka, moramo rezultat za moč deliti z dva! Deljenje z dva neposredno sledi iz izračuna povprečne moči  $\langle p(t) \rangle$ , ko razstavimo produkt kosinusov v vsoto in izločimo nihanje moči z dvojno frekvenco  $2\omega$ .

V praksi pogosto uporabljamo efektivni vrednosti toka  $I_{\text{eff}} = I/\sqrt{2}$  in napetosti  $U_{\text{eff}} = U/\sqrt{2}$ , da se izognemo deljenju z dva pri računanju moči. Podobno lahko definiramo tudi kazalca  $\hat{I}_{\text{eff}} = \hat{I}/\sqrt{2}$  in  $\hat{U}_{\text{eff}} = \hat{U}/\sqrt{2}$ . Pri navajanju oziroma uporabi podatkov v praksi moramo biti zelo previdni, kaj točno mislimo: amplitudo (vršno vrednost) z merskimi enotami  $V$  ali efektivno (koren povprečja kvadratov, angleško: root-mean-square ali RMS) vrednost z merskimi enotami  $V_{\text{eff}}$  ( $V_{\text{RMS}}$ )?

Da je zmešnjava popolna, obstajata poleg amplitude in efektivne vrednosti še dve dodatni merski enoti za napetost. Napetost vrh-vrh je za harmonski signal točno dvojna amplituda  $U_{\text{pp}} = 2U$  in jo merimo v enotah  $V_{\text{pp}}$  (angleško: volts peak-to-peak). Napetost »emf« (angleško: electromotive force) je efektivna napetost odprtih sponk vira, ki ima notranjo impedanco  $Z_g = Z_K$  enako dogovorjeni karakteristični impedanci. Ko je takšen vir priključen na breme  $Z_b = Z_K$ , velja  $U_{\text{emf}} = U_{\text{geff}} = 2U_{\text{eff}}$ . Pripadajoča merska enota  $V_{\text{emf}}$  se uporablja za opis občutljivosti radijskega sprejemnika.

Realni del kompleksne moči  $S = P + jQ$  je delovna moč  $P = \langle p(t) \rangle$  oziroma dolgotrajno časovno povprečje trenutne moči. Navidezna moč  $|S|$  opisuje amplitudo nihanja trenutne moči  $p(t)$  z dvakratno frekvenco  $2\omega$  okoli povprečja  $P = \langle p(t) \rangle$ . Imaginarni del kompleksne moči  $S = P + jQ$  je jalova moč  $Q$ , torej merilo za vskladiščeno energijo v reaktivnih gradnikih: tuljavah  $L$  in kondenzatorjih  $C$ .

V elektrodinamiki si pogosto ne moremo privoščiti zgoraj opisanega razkošja črk in oznak frekvenčnega prostora. Ko želimo izrecno poudariti

kazalce, pripadajoči veličini  $\hat{U}$  in  $\hat{I}$  zapisujemo s strešicami nad velikimi črkami, da jih razlikujemo od enosmernih veličin oziroma amplitud  $U$  in  $I$ . V večini nalog elektrodinamike si razkošja dodatnih strešic ne želimo. Ko za določene veličine natančno vemo, da so kazalci, zanje uporabljamo kar velike črke brez strešic. Na primer,  $U$  in  $I$  v takšni nalogi pomenita kazalce!

Podobno si ne moremo privoščiti uporabe treh različnih črk  $P$ ,  $Q$  in  $S$  samo za zapis kompleksne moči. V elektrodinamiki uporabljamo veliko črko  $P$  kar za kompleksno moč.  $\text{Re}[P]$  je tedaj delovna moč,  $|P|$  navidezna moč in  $\text{Im}[P]$  jalova moč. Veliko črko  $S$  v elektrodinamiki najpogosteje uporabljamo za gostoto kompleksne moči na enoto površine z merskimi enotami  $\text{W/m}^2$ . Realni del, velikost in imaginarni del pomenijo gostoto delovne moči  $\text{Re}[S]$ , gostoto navidezne moči  $|S|$  in gostoto jalove moči  $\text{Im}[S]$ .

Končno je težava še s kazalci, ki jih nemarneži v tuji literaturi imenujejo kar vektorji namesto pravilnega angleškega izraza phasor. Vektorji so nekaj povsem drugega, potrebujemo jih za opis nekaterih fizikalnih veličin v tri-dimenzijskih nalogah. V elektrodinamiki pogosto naletimo na veličine, ki so hkrati vektorji in kazalci, na primer izmenično (harmonsko) električno polje  $\vec{E}$ . Kaj takrat točno pomeni izraz  $|\vec{E}|$ , je treba razvozljati iz pripadajočega besedila oziroma smisla naloge: velikost vektorja (kompleksni skalar), velikost kazalca (realni vektor) ali oboje (realni skalar)?

Pri meritvi časovno-spremenljivih fizikalnih veličin takoj naletimo na vprašanje merjenja časa oziroma točne sinhronizacije. Osciloskop lahko pravilno prikaže trenutne veličine, na primer napetost  $u(t)$  oziroma tok  $i(t)$  samo v primeru, da natančno poznamo čas  $t$ , torej poskrbimo za pravilno proženje časovne baze osciloskopa.

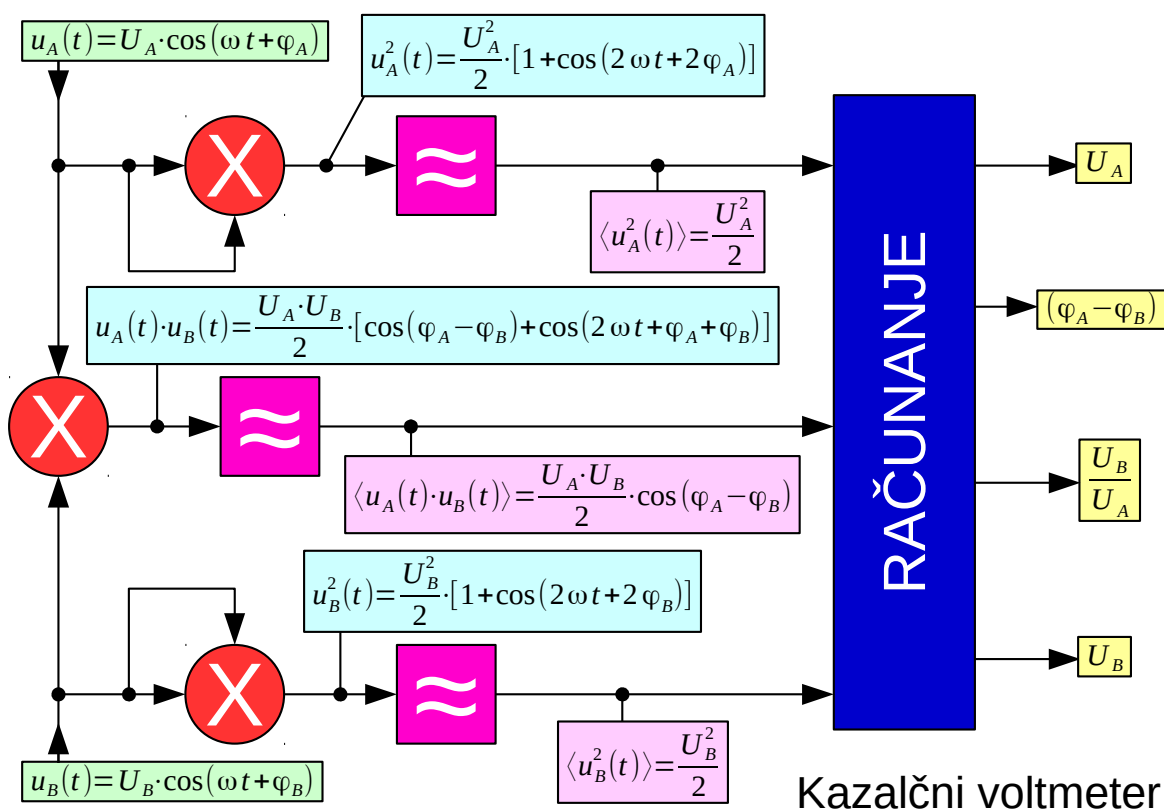
Sam osciloskop večinoma ne vsebuje neke silno natančne oziroma absolutne (atomske) ure za določanje časa  $t$ . Še slabšo natančnost določanja časa  $t$  lahko pričakujemo od kakršnegakoli merjenja. Časovno bazo osciloskopa zato največkrat prožimo kar na sam merjeni signal, na primer napetost  $u(t)$ . Časovno bazo osciloskopa lahko prožimo na nek drug signal v vezju, na primer na tok bremena  $i(t)$ , ki je v neposredni zvezi z merjeno veličino, na primer napetost na istem bremenu  $u(t)$ .

V frekvenčnem prostoru se vprašanje določanja časa preslika v vprašanje določanja faze neke merjene kazalčne veličine. Preprost izmenični

voltmeter meri samo amplitudo napetosti oziroma velikost kazalca  $|\hat{U}|$  in jo prikaže v dogovorjenih merskih enotah  $V$  ali  $V_{\text{eff}}$  ( $V_{\text{RMS}}$ ) ali  $V_{\text{pp}}$ . Izmenični voltmeter v svoji notranjosti meri povprečje kvadratov, torej povprečno izmenično moč, saj se informacija o absolutni fazi kazalca napetosti  $\hat{U}$  popolnoma izgubi pri povprečenju!

Podobno kot večinoma ne moremo meriti absolutnega časa  $t$ , večinoma ne moremo meriti niti absolutne faze  $\varphi$  neke kazalčne veličine. V frekvenčnem prostoru opazujemo hitrejšje pojave v daljših časovnih razdobjih, torej je naloga določanja absolutne faze še težja. Frekvenca najboljše atomske ure, ki jo znamo danes izdelati, relativno odstopa  $\Delta f/f \approx \pm 10^{-14}$ . Če dve taki enaki, ampak popolnoma neodvisni atomski uri vgradimo v merjenec in v merilnik, lahko pri nazivni frekvenci  $f = 1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$  odstopanje faze preseže  $\Delta \varphi = \Delta \omega \cdot t > 10 \text{ rd}$  že po enem dnevu!

Relativno odstopanje frekvence telekomunikacijskih naprav je v velikostnem razredu  $\Delta f/f \approx \pm 10^{-6}$ , merilniki so kvečjemu za en velikostni razred boljši. Meritev absolutne faze je tem primeru popolnoma nesmiselna. Vse, kar lahko praktično izmerimo, je relativna faza oziroma fazna razlika med dvema izmeničnima signaloma iste frekvence  $\omega$  s kazalčnim voltmetrom:



Preprost kazalčni voltmeter na sliki uporablja množilnike in nizkoprepustna frekvenčna sita. Če oba vhoda množilnika krmilimo z istim signalom  $u(t)$ , dobimo na njegovem izhodu  $u^2(t)$  in po povprečenju v nizkoprepustnem situ srednjo vrednost kvadratov  $\langle u^2(t) \rangle$ , torej kvadrat efektivne vrednosti. Če na vhoda množilnika pripeljemo različna signala  $u_A(t)$  in  $u_B(t)$ , dobimo na izhodu nizkoprepustnega sita poleg amplitud obeh signalov še kosinus fazne razlike  $\cos(\varphi_A - \varphi_B)$ .

Kazalčni voltmeter je dosti bolj komplicirana naprava od običajnega izmeničnega voltmetra tako za izdelavo kot pri praktični uporabi. Kazalčni voltmeter ima vsaj dva neodvisna vhoda (dva para priključnih sponk) in lahko meri edino fazno razliko med njima, ne more pa meriti absolutne faze. Glede na notranjo obdelavo signalov (analogno oziroma številsko računanje) lahko kazalčni voltmeter prikaže samo eno amplitudo, obe amplitudi oziroma njen kvocient v linearnih ali logaritemskih merskih enotah.

Kazalčni voltmeter izdelovalci merilne opreme pogosto imenujejo »vektorski voltmeter«. Strogo gledano je takšno ime neupravičeno, ker je električna napetost v vsakem primeru skalarna veličina, kvečjemu merimo kazalec napetosti. S pojmom »skalarni merilnik« označujejo izdelovalci merilnik amplitude, ki ne zna meriti faze. Skalarni analizator vezij (Scalar Network Analyzer ali SNA) torej meri samo amplitudo prevajalne funkcije  $|H(\omega)|$ . Vektorski analizator vezij (Vector Network Analyzer ali VNA) meri amplitudo in fazo prevajalne funkcije, torej celoten  $H(\omega)$ .

Pri meritvi celotnega frekvenčnega spektra  $F(\omega)$  je določanje faze še veliko bolj zahtevno kot pri meritvi na eni sami frekvenci  $\omega$ . Večina merilnikov spektra, napravo imenujemo spektralni analizator (Spectrum Analyzer ali SA), meri samo amplitudo frekvenčnega spektra  $|F(\omega)|$  oziroma valovno-dolžinskega spektra  $|F(\lambda)|$ . Spektralni analizatorji večinoma sploh niso opremljeni s kakršnimkoli vhodom, ki bi omogočal proženje oziroma sinhronizacijo meritve faze na zunanjo referenco.

Pri zelo visokih frekvencah, na primer v optičnih komunikacijah  $f \approx 200 \text{ THz} = 2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ( $\lambda_0 = c_0/f \approx 1.5 \mu\text{m}$ ), je amplituda frekvenčnega  $|F(\omega)|$  oziroma valovno-dolžinskega  $|F(\lambda)|$  spektra celo edina veličina, ki jo sploh lahko merimo. Na tako visokih frekvencah ne moremo meriti niti faze spektra  $F(\omega)$  niti električnega polja  $E(t)$  oziroma kakršnihkoli drugih veličin v časovnem prostoru. Omejitve naše merilne tehnike torej dajejo dodaten pomen frekvenčnemu prostoru, kjer lahko merimo vsaj amplitudo spektra, za razliko od časovnega prostora, kjer

na visokih frekvencah ne znamo izmeriti ničesar.

V frekvenčnem prostoru so slabljenja in ojačanja lahko zelo visoka razmerja z razponom amplitud tudi več kot  $1:10^6$  oziroma razponom moči več kot  $1:10^{12}$ . Povrhu rešitev telegrafske enačbe in številnih drugih nalog navajajo slabljenje v logaritemskih enotah. Logaritemske merske enote Nepri za razmerje amplitud in decibeli za razmerje moči so zato zelo priljubljene in praktično uporabne:

Neper

$$a_{Np} = \ln \frac{|\hat{U}_1|}{|\hat{U}_2|}$$

$$P = \frac{|\hat{U}|^2}{2Z_K} \quad |\hat{U}| = \sqrt{2Z_K P}$$

$$a_{Np} = \ln \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Decibel

$$a_{dB} = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_2}$$

$$a_{dB} = 10 \cdot \log \left| \frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2} \right|^2 = 20 \cdot \log \left| \frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2} \right|$$

$$a_{dB} = \frac{20}{\ln 10} \cdot \ln \left| \frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2} \right| = \frac{20}{2.3026} \cdot a_{Np}$$

Logaritemske enote za moč

$$P_{dBm} = 10 \cdot \log \frac{P}{1 \text{ mW}} \quad P_{dBW} = 10 \cdot \log \frac{P}{1 \text{ W}}$$

$$1 \text{ kW} = 60 \text{ dBm} = 30 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ W} = 30 \text{ dBm} = 0 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ mW} = 0 \text{ dBm} = -30 \text{ dBW}$$

$$1 \mu\text{W} = -30 \text{ dBm} = -60 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ nW} = -60 \text{ dBm} = -90 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ pW} = -90 \text{ dBm} = -120 \text{ dBW}$$

$$1 \text{ fW} = -120 \text{ dBm} = -150 \text{ dBW}$$

Logaritemske merske enote

Nepri [Np] navajajo slabljenje  $a_{Np}$  oziroma ojačanje kot naravni logaritem razmerja amplitud napetosti (toka, polja, pritiska, hitrosti). Ker so pri izbrani (karakteristični) impedanci  $Z_K$  moči sorazmerne kvadratom pripadajočih amplitud, moramo razmerje moči koreniti oziroma razpoloviti rezultat naravnega logaritma. Rešitve telegrafske enačbe in drugih nalog dajejo rezultat kot naravni logaritem razmerja amplitud, torej so Nepri tu naravna merska enota. Nepri postanejo nerodni za uporabo, ko imamo več različnih vrst vodov z različnimi karakterističnimi impedancami  $Z_K$ , saj so vezani na razmerja napetosti oziroma polja.

Decibeli [dB] navajajo slabljenje  $a_{dB}$  oziroma ojačanje kot desetkratnik desetiškega logaritma (delovne) moči. Pri izbrani (karakteristični)

impedanci  $Z_K$  moramo za izračun decibelov razmerje amplitud najprej kvadrirati oziroma pomnožiti desetiški logaritem razmerja amplitud z 20 . Decibeli uporabljajo vsem preprosto razumljiv desetiški logaritem, razmerje moči pri tem ni vezano na neko karakteristično impedanco  $Z_K$  niti na vrsto prenosnega voda oziroma valovanja.

Pri pretvorbi iz Neprov v decibele upoštevamo drugačno osnovo logaritma, pretvorbo razmerja amplitud v razmerje moči in dogovorjeni desetkratnik za decibele. Decibel je mišljen kot desetina (deci) merske enote Bell. Skupaj dobimo faktor  $20/\ln 10$  . Obratno vrednost istega faktorja uporabljamo pri pretvorbi iz decibelov v Nepre.

Logaritemske merske enote pogosto uporabljamo tudi za moči, napetosti, tlake (zvoka) in druge fizikalne veličine. Ker logaritem deluje na razmerje, si moramo izbrati neko referenčno moč, napetost itd, glede na katero zapišemo razmerje v decibelih. Pri tem je najpogosteje uporabljana merska enota [dBm] za električno moč v primerjavi z referenčno močjo  $P_{REF}=1\text{ mW}$  .

Manj znana, a bolj smiselna enota za električno moč je [dBW] , to je moč glede na referenco  $P_{REF}=1\text{ W}$  . Merska enota [dBμV] lahko pomeni napetost oziroma moč. Moč je mišljena v razmerju z referenčno močjo, ki jo predstavlja napetost  $U_{eff}=1\mu\text{ V}_{eff}$  na karakteristični impedanci  $Z_K=75\Omega$  .

Logaritemske merske enote niso uporabne za fazo! Fazo, bolj točno razliko faze vedno navajamo v radianih v neposrednih rešitvah enačb oziroma v stopinjah v rezultatih meritev. Kazalčno veličino merilniki najpogosteje prikazujejo kot amplitudo v decibelih in hkrati pripadajočo fazo v stopinjah.

\* \* \* \* \*

## 5. Smith-ov diagram

Podobno kot ostale elektrotehnične naloge lahko prenosne vode obravnavamo v časovnem prostoru oziroma v frekvenčnem prostoru. Obravnava voda v frekvenčnem prostoru je povsem smiselna, ko z vodom prenašamo razmeroma ozkopasovne signale s pasovno širino  $\Delta f \ll f_0$  dosti manjšo od osrednje frekvence, kar je pogost primer v radijskih oddajnikih in sprejemnikih. Obravnava izgub prenosnega voda je bolj preprosta v frekvenčnem prostoru. Končno nam obravnava v frekvenčnem prostoru prinese nov vpogled v delovanje prenosnega voda, tako v teoriji kot pri praktičnih meritvah.

V frekvenčnem prostoru, bolj točno pri krmiljenju s harmonskim virom ene same frekvence  $\omega$ , trenutni veličini napetost  $u(z, t)$  in tok  $i(z, t)$  zamenjata kazalca napetosti  $U(z)$  in toka, ki ju tu pišemo brez strešic. Časovne oziroma frekvenčne odvisnosti posebej ne zapisujemo, saj k vsakemu kazalcu sodi zraven člen  $e^{j\omega t}$ . Slednjega po dogovoru ne zapisujemo, saj se v linearnih enačbah vedno natančno krajša.

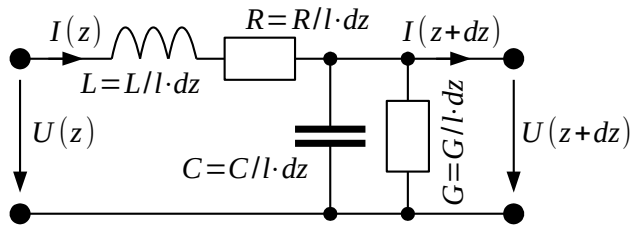
Telegrafsko enačbo prevedemo v frekvenčni prostor tako, da vse odvode po času zapišemo kot  $\partial/\partial t = j\omega$ . Ostanejo nam seveda odvodi po dolžini  $\partial/\partial z$ . Kazalca napetosti  $U(z)$  in toka  $I(z)$  sta funkciji ene same spremenljivke  $z$ , torej lahko delne odvode  $\partial/\partial z = d/dz$  pišemo kot navadne odvode.

Pri reševanju sklopljenih diferencialnih enačb za kazalca napetosti  $U(z)$  in toka  $I(z)$  uporabimo namig iz časovnega prostora, kjer je prostorska odvisnost zelo podobna funkcija časovni odvisnosti. Enačbi poskusimo rešiti v frekvenčnem prostoru tako, da predpostavimo odvisnost od spremenljivke  $z$  v obliki  $e^{\mp jkz}$ . Pri tem je  $k$  lahko poljubna konstanta, tudi kompleksna. Konstanta  $k$  ima sicer globlji fizikalni pomen, da si zasluži svoje lastno ime: valovno število.

Z uvedbo valovnega števila  $k$  pišemo odvode po dolžini  $z$  v obliki  $d/dz = \mp jk$ . Predznak  $-$  ali  $+$  izbiramo v frekvenčnem prostoru na povsem enak način kot v časovnem prostoru, torej rešitev za napredujoči ali odbiti val. Drugi odvod po spremenljivki  $z$  ima vedno enak predznak  $d^2/dz^2 = -k^2$  ne glede na to, ali gre za napredujoči oziroma odbiti val.

Z uvedbo valovnega števila  $k$  in poenostavitvijo odvodov po dolžini  $z$  postane rešitev telegrafске enačbe v frekvenčnem prostoru silno preprosta, ne glede na to, ali upoštevamo izgube ali ne:

### Vod z izgubami



$$\frac{dU(z)}{dz} = -j\omega L/l \cdot I(z) - R/l \cdot I(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -j\omega C/l \cdot U(z) - G/l \cdot U(z)$$

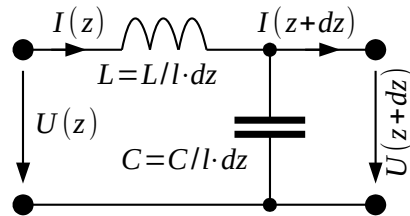
$$\frac{d^2 U(z)}{dz^2} = (j\omega L/l + R/l)(j\omega C/l + G/l) \cdot U(z) = -k^2 U(z)$$

$$k = \beta - j\alpha = \sqrt{-(j\omega L/l + R/l) \cdot (j\omega C/l + G/l)}$$

$$U(z) = U_N(0) \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z} + U_O(0) \cdot e^{+\alpha z} \cdot e^{+j\beta z}$$

$$u(z, t) = \text{Re} \left[ U_N(0) \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{j(\omega t - \beta z)} + U_O(0) \cdot e^{+\alpha z} \cdot e^{j(\omega t + \beta z)} \right]$$

### Brezizgubni vod

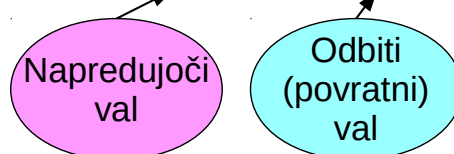


$$\frac{d^2 U(z)}{dz^2} = -\omega^2 L/l \cdot C/l \cdot U(z) = -k^2 U(z)$$

$$k = \beta = \omega \sqrt{L/l \cdot C/l} = \frac{\omega}{v}$$

$$U(z) = U_N(0) \cdot e^{-j\beta z} + U_O(0) \cdot e^{+j\beta z}$$

$$u(z, t) = \text{Re} \left[ U_N(0) \cdot e^{j(\omega t - \beta z)} + U_O(0) \cdot e^{j(\omega t + \beta z)} \right]$$



Brezizgubni vod ima povsem realno valovno število  $k$ . Valovno število  $k$  brezizgubnega voda opisuje samo spreminjanje faze kot funkcija dolžine  $z$ . Valovno število je tedaj kar enako fazni konstanti  $k = \beta$ , ki ima merske enote  $\text{rd/m}$  (radiani na meter). Povsem jasno faza napredujočega vala zaostaja z dolžino  $e^{-j\beta z}$ , faza odbitega vala pa napreduje z dolžino  $e^{+j\beta z}$ .

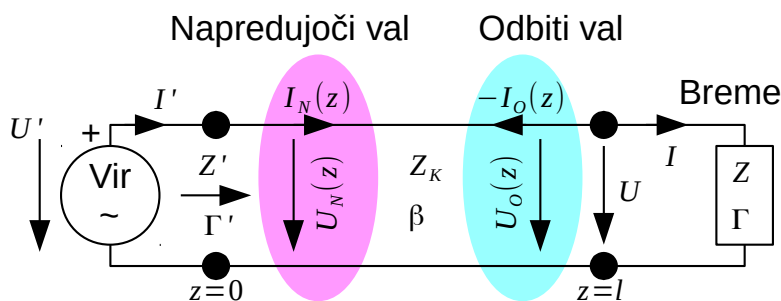
Pri krmiljenju s harmonskim virom ene frekvenca  $\omega$  lahko na prenosnem vodu uvedemo pojem valovne dolžine  $\lambda$ . Valovna dolžina je tista razdalja, ko se faza kazalcev napetosti  $U(z)$  in toka  $I(z)$  ponovi oziroma naredi polni krog  $\beta \cdot \lambda = 2\pi$ . Valovno dolžino lahko izračunamo iz fazne konstante oziroma iz hitrosti valovanja:  $\lambda = 2\pi/\beta = 2\pi v/\omega = v/f$ .

Vod z izgubami ima kompleksno valovno število  $k = \beta - j\alpha$ . Realni del valovnega števila je tudi v tem primeru fazna konstanta  $\beta = \text{Re}[k]$ , ki ima povsem enak fizikalni pomen kot pri brezizgubnem vodu. Imaginarni del  $\alpha = -\text{Im}[k]$  opisuje slabljenje voda na enoto dolžine v logaritemskih merskih enotah  $\text{Np/m}$  (Nepri na meter). Slabljenje napredujočega vala v

smeri  $+z$  zapišemo kot  $e^{-\alpha z}$ , slabljenje odbitega vala v smeri  $-z$  pa kot  $e^{+\alpha z}$ .

Na povsem enak način kot v časovnem prostoru tudi v frekvenčnem prostoru poimenujemo razmerje med odbitim in napredujočim valom odbojnost  $\Gamma = U_o(z)/U_N(z)$ . Razmerje dveh kazalcev je seveda kompleksno število, ki je funkcija položaja  $\Gamma = \Gamma(z)$ . Na brezizgubnem vodu se spreminjata samo fazi napredujočega vala  $U_N(z)$  in odbitega vala  $U_o(z)$ . Absolutna vrednosti kompleksne odbojnosti  $|\Gamma(z)|$  oziroma velikost odbojnosti se vzdolž brezizgubnega voda ne spreminja!

Kompleksno odbojnost  $\Gamma$  na priključnih sponkah bremena izračunamo na podoben način kot v časovnem prostoru, le da upornost bremena  $R$  v frekvenčnem prostoru nadomesti impedanca bremena  $Z$ . Karakteristično impedanco  $Z_K$  brezizgubnega voda izračunamo v frekvenčnem prostoru na povsem enak način kot v časovnem prostoru. Povsem jasno se predznak odbojnosti zamenja pri računanju z dualnimi veličinami, admitanco bremena  $Y$  in karakteristično admitanco prenosnega voda  $Y_K$ :



Brezizgubni vod

$$U_N(z) = U_N(0) \cdot e^{-j\beta z}$$

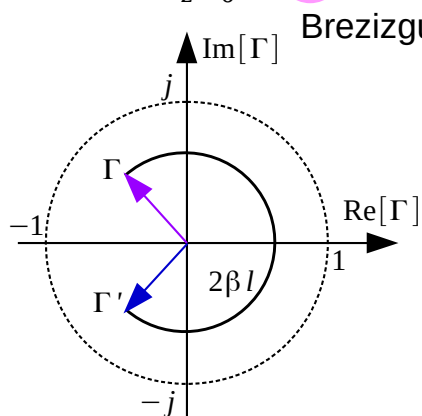
$$U_o(z) = U_o(0) \cdot e^{+j\beta z}$$

$$\frac{U_N}{I_N} = \frac{-U_o}{I_o} = Z_K = \sqrt{\frac{L/l}{C/l}}$$

$$\Gamma = \frac{Z - Z_K}{Z + Z_K} = \frac{Y_K - Y}{Y_K + Y} = \frac{U_o(l)}{U_N(l)}$$

$$\Gamma' = \frac{U_o(0)}{U_N(0)} = \Gamma \cdot e^{-j2\beta l}$$

$$Z' = Z_K \cdot \frac{1 + \Gamma'}{1 - \Gamma'}$$



Smith-ov diagram

Pasivno breme

$$\text{Re}[Z] = R \geq 0$$

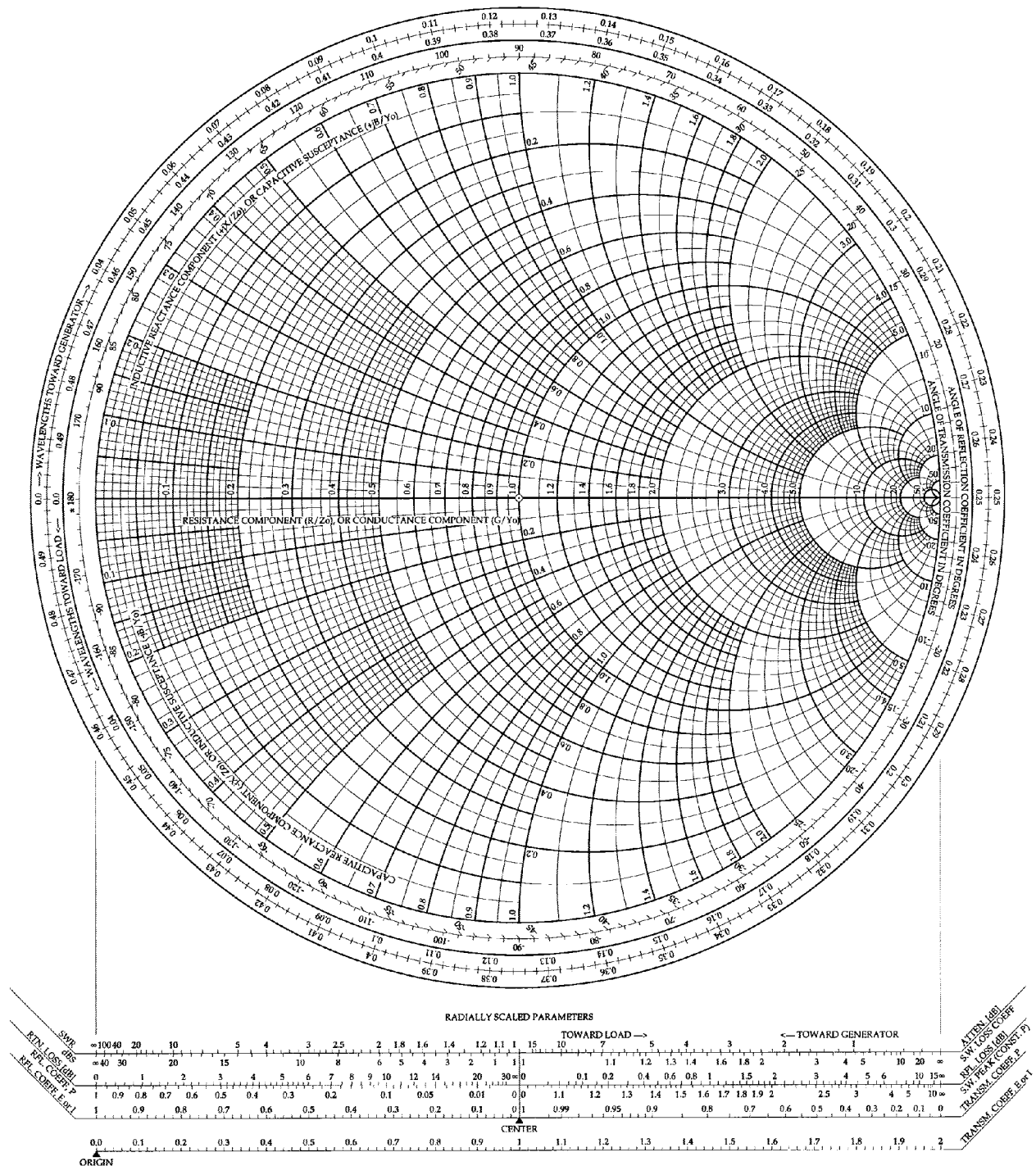
$$|\Gamma| \leq 1$$

$$Z' = Z_K \cdot \frac{1 + \frac{Z - Z_K}{Z + Z_K} \cdot e^{-j2\beta l}}{1 - \frac{Z - Z_K}{Z + Z_K} \cdot e^{-j2\beta l}} = Z_K \cdot \frac{Z \cos(\beta l) + jZ_K \sin(\beta l)}{Z_K \cos(\beta l) + jZ \sin(\beta l)}$$

Kakršnokoli pasivno breme  $\text{Re}[Z] = R \geq 0$  ima velikost odbojnosti

$|\Gamma| \leq 1$  vedno manjšo ali enako enoti. Odbojnost kakršnegakoli pasivnega bremena lahko torej prikažemo v kompleksnem diagramu znotraj enotnega kroga! Takšen prikaz odbojnosti imenujemo Smith-ov diagram. Na Smith-ovem diagramu imamo pogosto vrisane tudi krivulje za delovni in reaktivni del impedance  $Z = R + jX$  oziroma admittance  $Y = G + jB$  :

smith-ov diagram:  
impedanca/admitanca v merilu odbojnosti



Velikost odbojnosti  $|\Gamma|$  pogosto izražamo v logaritemskih enotah. Veličino  $\Gamma_{dB} = 20 \cdot \log(|U_O|/|U_N|) = 20 \cdot \log|\Gamma|$  imenujemo tudi prilagoditev ali povratno slabljenje (angleško: Return Loss ali RL).

Komplicirani računi izmeničnih vezij postanejo v Smith-ovem diagramu silno preprosti. Če med breme in vir vstavimo prenosni vod dolžine  $l$  z znano karakteristično impedanco  $Z_K$ , se vzdolž voda spreminja samo faza odbojnosti. Bolj točno, odbojnost se zavrti nazaj za dvojni kot  $2\beta l$  faze napredujočega oziroma odbitega vala.

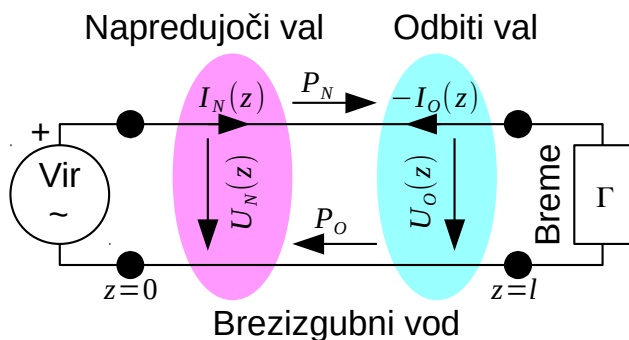
Postopek računanja na brezizgubnem vodu je naslednji. Najprej iz impedance bremena  $Z$  določimo odbojnost bremena  $\Gamma$ . Vir vidi preslikano odbojnost  $\Gamma' = \Gamma \cdot e^{-j2\beta l}$ , kar predstavlja vrtenje odbojnosti v Smith-ovem diagramu. Končno iz preslikane odbojnosti  $\Gamma'$  izračunamo nazaj preslikano impedanco  $Z'$ , ki jo občuti vir.

Celotno preslikavo impedance bremena  $Z$  v impedanco  $Z'$ , ki jo občuti generator, lahko na brezizgubnem vodu zapišemo s preprosto enačbo. Ko je dolžina voda  $l = m \cdot \lambda / 2$  celoštevilski mnogokratnik polovice valovne dolžine, se impedanca preslika v povsem enako vrednost  $Z' = Z$ . Odbojnost  $\Gamma(z)$  naredi takrat celo število polnih krogov v Smith-ovem diagramu.

Ko je dolžina voda lihi mnogokratnik četrtnine valovne dolžine  $l = (2m+1) \cdot \lambda / 4$ , se impedanca invertira v  $Z' = Z_K^2 / Z$ . Invertiranje pomeni zasuk za pol kroga v Smith-ovem diagramu. Pri invertiranju se kratki stik  $Z=0$  preslika v odprte sponke  $Z'=\infty$ . Velja tudi obratno, odprte sponke se pri invertiranju z vodom dolžine  $\lambda/4$  preslikajo v kratek stik.

Vod dolžine  $\lambda/4$ , ki ima na enem koncu odprte sponke in je na drugem koncu kratko sklenjen, se obnaša kot vzporedni  $LC$  nihajni krog ugašen na frekvenco  $\omega$ . Električni nihajni krog s porazdeljenimi gradniki  $L/l$  in  $C/l$  imenujemo tudi četrt-valovni rezonator.

Iz napetosti  $U(z)$  in toka  $I(z)$  na prenosnem vodu izračunamo kompleksno moč  $P$ . Kompleksna moč vsebuje delovno moč  $\text{Re}[P]$  in jalovo moč  $\text{Im}[P]$ . Delovna moč natančno ustreza razliki moči napredujočega in odbitega vala  $\text{Re}[P] = P_N - P_O$ :



$$U(z) = U_N(z) + U_O(z)$$

$$I(z) = I_N(z) + I_O(z)$$

$$\frac{U_N(z)}{I_N(z)} = -\frac{U_O(z)}{I_O(z)} = Z_K = \sqrt{\frac{L/l}{C/l}}$$

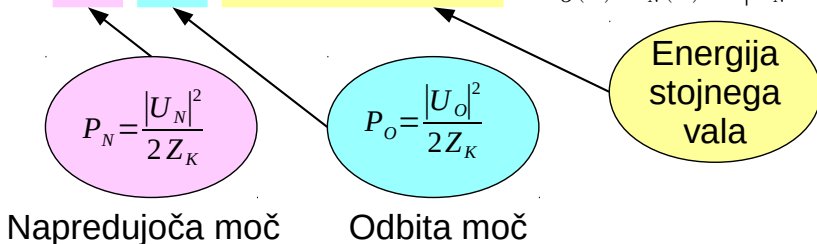
$$P = \frac{U(z) \cdot I(z)^*}{2} = \frac{1}{2} \cdot [U_N(0) \cdot e^{-j\beta z} + U_O(0) \cdot e^{+j\beta z}] \cdot \left[ \frac{U_N(0)^*}{Z_K} \cdot e^{+j\beta z} - \frac{U_O(0)^*}{Z_K} \cdot e^{-j\beta z} \right]$$

$$P = \frac{|U_N|^2}{2Z_K} - \frac{|U_O|^2}{2Z_K} + j \frac{|U_N \cdot U_O|}{Z_K} \cdot \sin(2\beta z + \varphi)$$

$$U_N(0) \cdot U_O(0)^* = |U_N \cdot U_O| \cdot e^{-j\varphi}$$

$$U_O(0) \cdot U_N(0)^* = |U_N \cdot U_O| \cdot e^{+j\varphi}$$

**Moči valov**



$$\text{Re}[P] = P_N - P_O$$

$$P_O = |\Gamma|^2 \cdot P_N$$

$$\text{Re}[P] = P_N \cdot (1 - |\Gamma|^2)$$

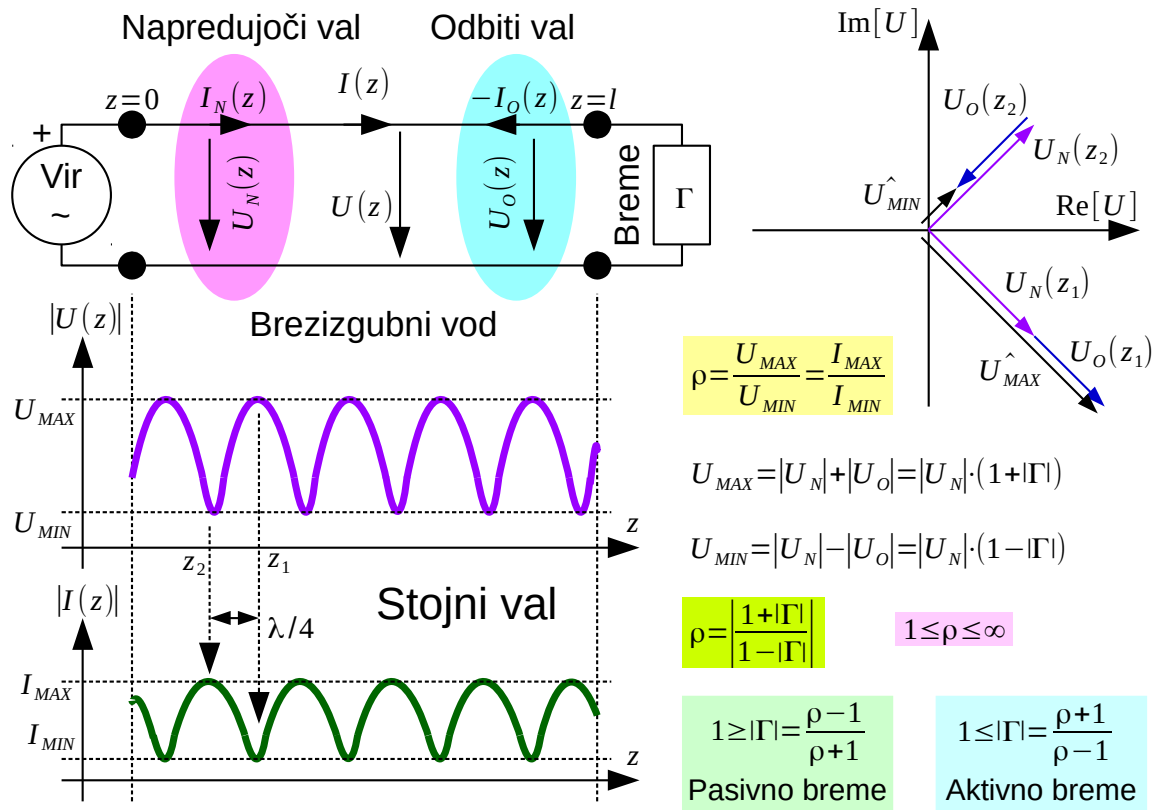
Skupna energija  $W = W_N + W_O$  na prenosnem vodu je enaka vsoti energije napredujočega vala in energije odbitega vala. Napetost in tok na prenosnem vodu sta kazalčni vsoti napetosti in tokov posameznih valov. Pripadajoči interferenčni pojav imenujemo stojni val. V stojnem valu višek energije niha naprej-nazaj po prenosnem vodu. Magnetna energija v porazdeljeni induktivnosti  $L/l$  se pretvarja v električno energijo v porazdeljeni kapacitivnosti  $C/l$  in obratno. Nihajočo energijo opisuje jalova moč  $\text{Im}[P]$  na prenosnem vodu.

Stojni val najenostavneje opišemo na brezizgubnem vodu. Kazalca napetosti napredujočega  $U_N(z)$  in odbitega  $U_O(z)$  vala se na določenih mestih ( $z_1$ ) sofazno seštevata v  $U_{MAX}$ , na nekaterih drugih mestih ( $z_2$ ) pa protifazno odštevata v  $U_{MIN}$ . Razdalja med sosednjima maksimumom in minimumom napetosti  $z_1 - z_2 = \lambda/4$  je enaka četrtini valovne dolžine.

Stojni val amplitude napetosti  $|U(z)|$  predstavlja ovojnico, pod katero se plazi sinusno valovanje s hitrostjo  $v$  od izvora k pasivnemu bremenu. Med plazenjem se amplituda valovanja stalno prilagaja tako, da se valovanje natančno dotika, a nikjer ne seka ovojnice stojnega vala. Ovojnica  $|U(z)|$  nima sinusne oblike, minimumi oziroma globeli so ožje, maksimumi

oziroma hrbti pa širši v linearnem merilu za amplitudo.

Če se frekvenca vira  $\omega$  niti gradniki vezja s časom ne spreminjajo, ostaja ovojnica  $|U(z)|$  popolnoma nespremenjena vedno na istem mestu. Od tod ime stojni val:



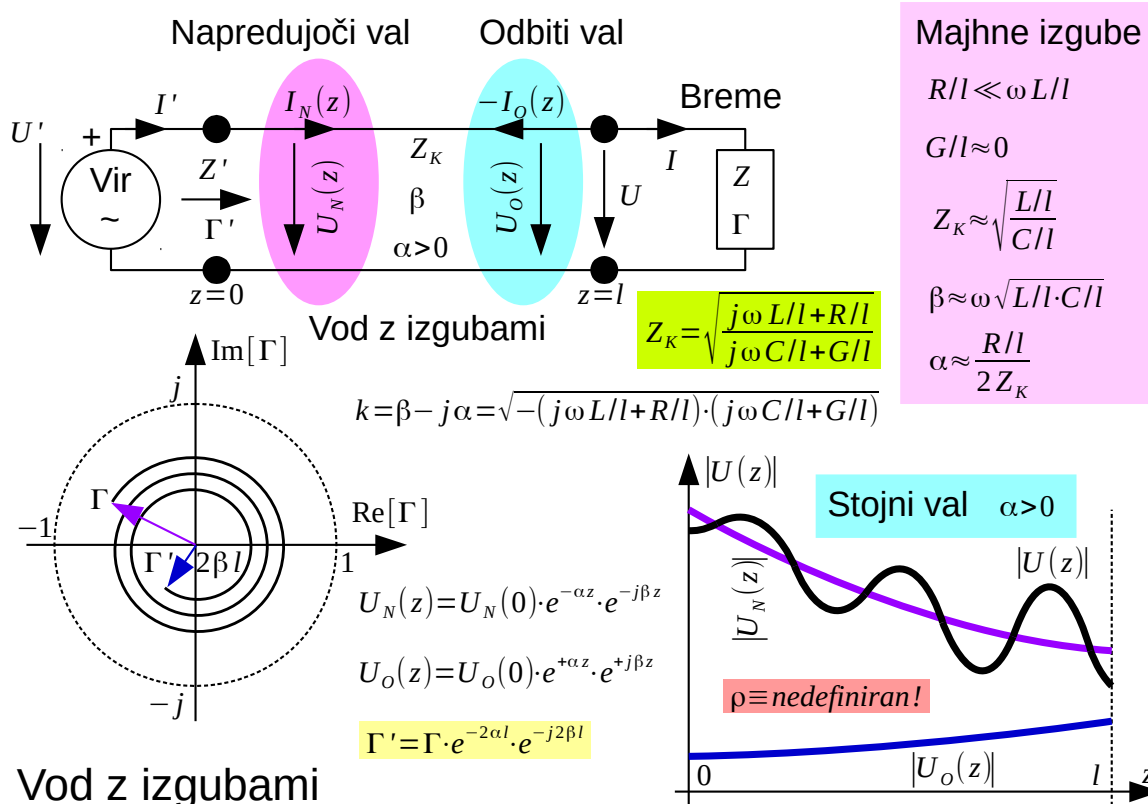
Podoben stojni val kot amplituda napetosti  $|U(z)|$  ima tudi amplituda toka  $|I(z)|$ . Položaji maksimumov toka ( $z_2$ ) pri tem sovpadajo s položaji minimumov napetosti. Obratno položaji maksimumov napetosti ( $z_1$ ) sovpadajo s položaji minimumov toka. Energija niha z dvakratno frekvenco  $2\omega$  med hrbti toka in hrbti napetosti. Energija se kopiči v obliki magnetne energije v porazdeljeni induktivnosti  $L/l$  v okolici hrbtov toka oziroma v obliki električne energije v porazdeljeni kapacitivnosti  $C/l$  v okolici hrbtov napetosti.

Na brezizgubnem vodu lahko določimo razmerje stojnega vala (angleško: standing-wave ratio ali SWR) oziroma valovitost  $\rho = U_{MAX}/U_{MIN}$  kot razmerje med maksimumom in minimumom iste veličine, amplitude napetosti  $|U(z)|$  ali amplitude toka  $|I(z)|$ . Dodatno se v slovenski literaturi za razmerje stojnega vala  $\rho$  uporablja tudi dokaj ponesrečen izraz »neubranost«. Valovitost  $\rho$  lahko neposredno izračunamo iz velikosti

odbojnosti  $|\Gamma|$ . V obratni smeri dobimo iz  $\rho$  dve različni (recipročni) vrednosti za  $|\Gamma|$  za pasivno oziroma aktivno breme.

Valovitost  $\rho$  je sicer neimenovano razmerje, ki se lahko giblje v mejah  $1 \leq \rho \leq \infty$ . Uporaba veličine  $\rho$  je vezana na starodavne merilne pripomočke, ki so neposredno opazovali stojni val na merilnem vodu. Danes je bolj smiselno uporabljati velikost odbojnosti  $|\Gamma|$  oziroma vsaj preračunati vanjo rezultat meritve  $\rho$ , če že ne znamo izmeriti celotne kompleksne odbojnosti  $\Gamma$ . Pozor, fizikalna veličina valovitost  $\rho$  sploh ne obstaja na prenosnih vodih z izgubami!

V resničnem prenosnem vodu moramo upoštevati tudi izgube. Kovinski vodniki dodajajo od nič različno zaporedno upornost  $R(\omega)$ , ki je funkcija frekvence. Nebrezhibna izolacija dodaja vzporedno prevodnost  $G(\omega)$ , ki je prav tako funkcija frekvence. Pri eni sami frekvenci  $\omega$  smemo privzeti, da sta upornost vodnikov na enoto dolžine  $R/l$  in prevodnost izolacije na enoto dolžine  $G/l$  konstanti:



Resnične vode skušamo graditi tako, da bi bile izgube čim manjše. Dielektrike znamo izdelati zelo dobre, kondenzatorji v sodobnem pomnilniku FLASH zadržijo informacijo tudi 100let! Žal nimamo dobrih prevodnikov, tok v kratko-sklenjeni tuljavi iz bakrene žice se razpolovi že v milisekundi. Celo tok

v zanki iz supra-prevodnika se razpolovi v enem tednu.

V dobro izdelanem prenosnem vodu smemo zanemariti prevodnost izolacije  $G/l \approx 0$ . Upornost vodnikov  $R/l$  je v zanimivem frekvenčnem področju za telekomunikacije  $f \geq 1 \text{ MHz}$  za več velikostnih razredov manjša od induktivne reaktance  $\omega L/l$ . V večini primerov smemo za karakteristično impedanco  $Z_K$  in fazno konstanto  $\beta$  uporabiti kar enostavne izraze za brezizgubni vod. Za slabljenje smemo uporabiti približen izraz  $\alpha = R/l / (2 Z_K)$ .

Na izgubnem prenosnem vodu se spreminjata faza in amplituda odbojnosti  $\Gamma(z)$ . Napredujoči val  $U_N(z)$  je slabljen v smeri  $+z$  proti bremenu, odbiti val  $U_O(z)$  pa je slabljen v nasprotni smeri  $-z$  proti viru. Velikost odbojnosti  $|\Gamma(z)|$  je največja na (pasivnem) bremenu in upada proti viru. Kompleksna odbojnost  $\Gamma(z)$  tedaj opiše logaritemsko spiralo v Smith-ovem diagramu. Na resničnem vodu z majhnimi izgubami naredi logaritemska spirala dosti več ovojev in sama spirala je gostejša, kot je to prikazano na sliki!

Preslikavo impedance bremena  $Z$  na tisto, kar vidi vir  $Z'$ , določimo podobno kot na brezizgubnem vodu. Najprej iz impedance  $Z$  izračunamo odbojnost bremena  $\Gamma$ . Nato odbojnost bremena zavrtimo in oslabimo po spirali v Smith-ovem diagramu do priključka vira

$\Gamma' = \Gamma \cdot e^{-2\alpha l} \cdot e^{-j2\beta l}$ . Končno iz preslikane odbojnosti  $\Gamma'$  izračunamo preslikano impedanco  $Z'$ , kar vidi vir.

Tudi na vodu z izgubami se v primeru neprilagojenega bremena  $\Gamma \neq 0$  vzpostavi stojni val kot interferenca napredujočega vala  $U_N(z)$  in odbitega vala  $U_O(z)$ . Stojni val ima minimume in maksimume. Tudi na izgubnem vodu velja, da globeli napetosti sovpadajo s hrbti toka in obratno, globeli toka sovpadajo s hrbti napetosti.

Zaradi različnih smeri slabljenja napredujočega vala  $e^{-\alpha z}$  v smeri  $+z$  oziroma odbitega vala  $e^{+\alpha z}$  v smeri  $-z$  so hrbti stojnega vala napetosti (toka) načeloma različno visoki. Prav tako so globeli stojnega vala napetosti (toka) različno globoke. Na vodu z izgubami zato razmerje stojnega vala  $\rho$  sploh ni določeno!

Stojni val pomeni tudi v primeru voda z izgubami dodatno energijo, ki niha naprej-nazaj po prenosnem vodu. Višek energije pomeni še dodatne

izgube na vodu z izgubami. Neprilagojeno breme  $\Gamma \neq 0$  torej pomeni še dodatno slabljenje voda v primerjavi s slabljenjem voda do prilagojenega bremena  $\Gamma = 0$ . Poleg popačenja signalov zaradi zvonjenja je povečano slabljenje neprilagojenih bremen dodaten razlog za skrbno prilagoditev bremen in virov na karakteristično impedanco voda  $Z_K$ .

Rešitev telegrafske enačbe za vod z izgubami v frekvenčnem prostoru nam neposredno daje slabljenje valovanja na enoto dolžine  $\alpha = a_{Np}/l$ . V primeru dobro prilagojenega vira in bremena je odbiti val zanemarljiv, slabljenje  $\alpha = a_{Np}/l$  tedaj kar prestavlja celotno slabljenje voda med virom in bremenom. V praksi nas zanima slabljenje v decibelih na enoto dolžine, torej  $a_{dB}/l = \alpha \cdot 20/\ln 10$ .

Odbojnost  $\Gamma$  lahko merimo v frekvenčnem prostoru s povsem enakim mostičem kot v časovnem prostoru. Seveda moramo imeti primeren vir in primeren voltmeter. Prav od vrste voltmetra je odvisno, kaj lahko z mostičem merimo. Navaden izmenični voltmeter meri samo amplitudo napetosti, torej z njim lahko izmerimo samo velikost odbojnosti  $|\Gamma|$ . Kazalčni voltmeter meri amplitudo napetosti in razliko v fazi do neke reference (vira), z njim lahko v celoti izmerimo kompleksno odbojnost  $\Gamma$ .

V ožjem frekvenčnem pasu si lahko privoščimo še drugačna vezja oziroma naprave, ki znajo ločiti med napredujočim in odbitim valom ter vnašajo manjše slabljenje signalov od merilnega mostiča. Zelo pogosta naprava za merjenje odbojnosti v radijski tehniki je smerni sklopnik, bolj natančno protismerni sklopnik.

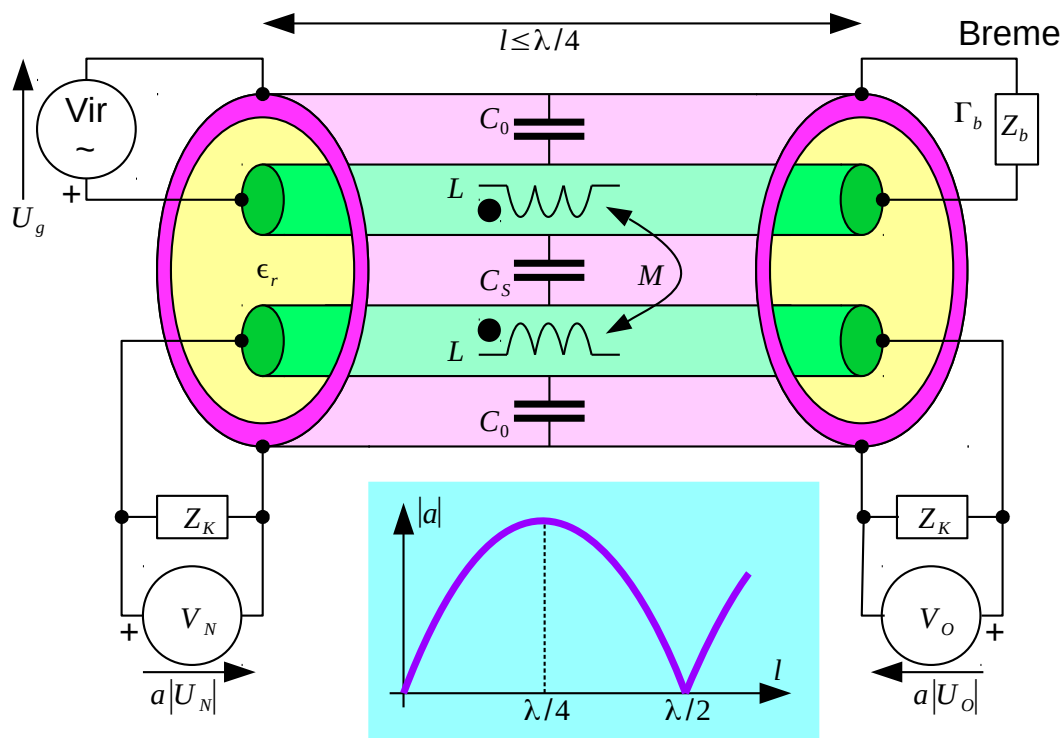
Protismerni sklopnik vsebuje oklop za dva vodnika. Vsak vodnik ima lastno porazdeljeno kapacitivnost  $C_0$  in induktivnost  $L$ . Med vodnikoma obstaja magnetni sklop preko porazdeljene medsebojne induktivnosti  $M$  in električni sklop preko porazdeljene kapacitivnosti  $C_s$ . Dolžina sklopnika je običajno krajša od četrtnine valovne dolžine  $l \leq \lambda/4$ .

Medsebojna kapacitivnost  $C_s$  in lastna kapacitivnost sklopljenega (spodnjega) voda  $C_0$  delujeta kot kapacitivni merilni delilnik za napetost  $U$  na glavnem (gornjem) vodu. Medsebojna induktivnost  $M$  deluje kot tokovni merilni transformator za tok  $I$  na glavnem (gornjem) vodu.

Kapacitivni merilni delilnik in tokovni merilni transformator sta v protismernem sklopniku vezana tako, da dobimo vsoto oziroma razliko vzorcev napetosti in toka. Primerno utežena vsota  $U + Z_K \cdot I$  je sorazmerna

napredujočemu valu. Primerno utežena razlika  $U - Z_K \cdot I$  je sorazmerna odbitemu valu.

Medsebojna faza med opisanima magnetnim in električnim sklopom (glej pike pri tuljavah!) je takšna, da se valovanje iz enega (gornjega) vodnika sklaplja v drugi (spodnji) vodnik v obratni smeri potovanja istega valovanja, kar imenujemo protismerni sklop:



### Protismerni sklopnik

V smernem sklopniku želimo sklop valovanja samo v eni, znani smeri. V protismernem sklopniku torej želimo samo protismerni sklop in ne želimo sosmernega sklopa. Razmerje med željenim protismernim sklopom in neželjenim sosmernim sklopom imenujemo smernost sklopnika.

Spodnji (sklopljeni) vodnik zaključimo na obeh koncih na njegovo karakteristično impedanco  $Z_K$ . Na voltmetrih dobimo napetosti ki so sorazmerne napredujočemu valu  $a|U_N|$  in odbitemu valu  $a|U_O|$ , kjer je  $a$  konstanta sklopnika. Slednja je frekvenčno odvisna in doseže največjo vrednost pri dolžini sklopnika  $l = \lambda/4$ . Homogen dielektrik  $\epsilon_r$  omogoča preprosto doseganje visoke smernosti, to je popolno izničenje sosmernega sklopa v protismernem sklopniku v širokem frekvenčnem pasu.

Povsem enako kot pri mostiču je tudi pri smernem sklopniku rezultat

meritve odvisen od vrste uporabljenih voltmetrov. Navadna izmenična voltmetra merita samo amplitudi napetosti, torej z njima lahko izmerimo samo velikost odbojnosti  $|\Gamma|$ . Kazalčni voltmeter meri amplitudi obeh napetosti ter medsebojno fazo, z njim lahko v celoti izmerimo kompleksno odbojnost  $\Gamma$ .

\* \* \* \* \*