

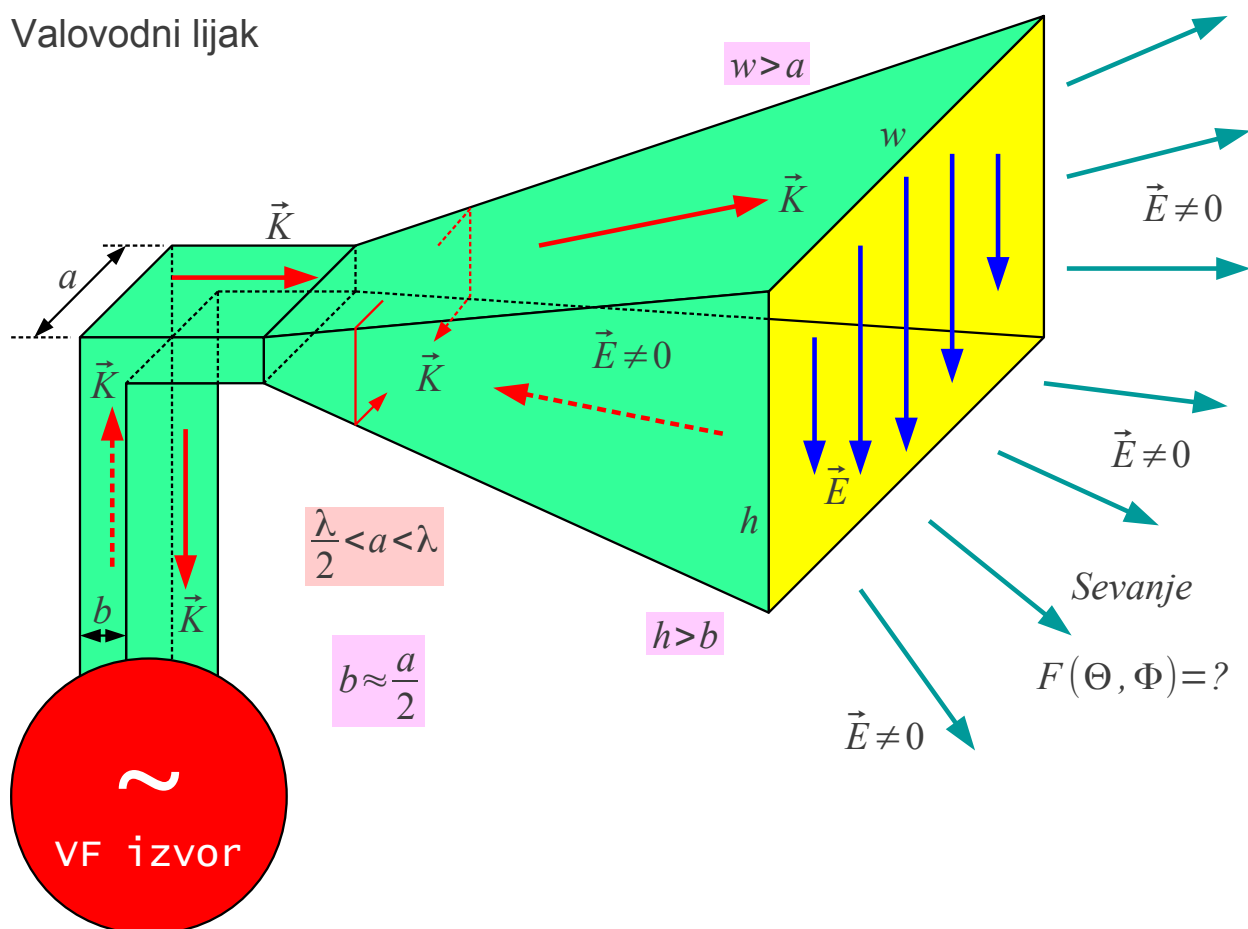
## 7. Huygensov izvor

V prejšnjih poglavjih je opisano elektromagnetno sevanje znanih virov. Sevajo pospešene elektrine, torej izmenični tokovi. Izračunati sevanje znanih tokov je razmeroma preprosta naloga. Dosti težja naloga je ugotoviti, kje in kakšni sploh so tokovi na anteni.

Antene iz tanke žice so najpreprostejši zgled. Smer žice določa smer toka, torej določa dve od treh skalarnih neznank vektorja gostote toka  $\vec{J}(\vec{r}')$ . Če amplitudo in fazo toka uganemo iz stojnega ali potujočega vala na žici, se preprosto izognemo najtežjemu delu naloge. Končno pri žičnih antenah običajno izberemo takšen napajalni vod, da smemo njegovo sevanje zanemariti.

Nobena od navedenih poenostavitev žal ne velja za številne uporabne antene, na primer niti za preprost kovinski valovodni lijak:

Valovodni lijak



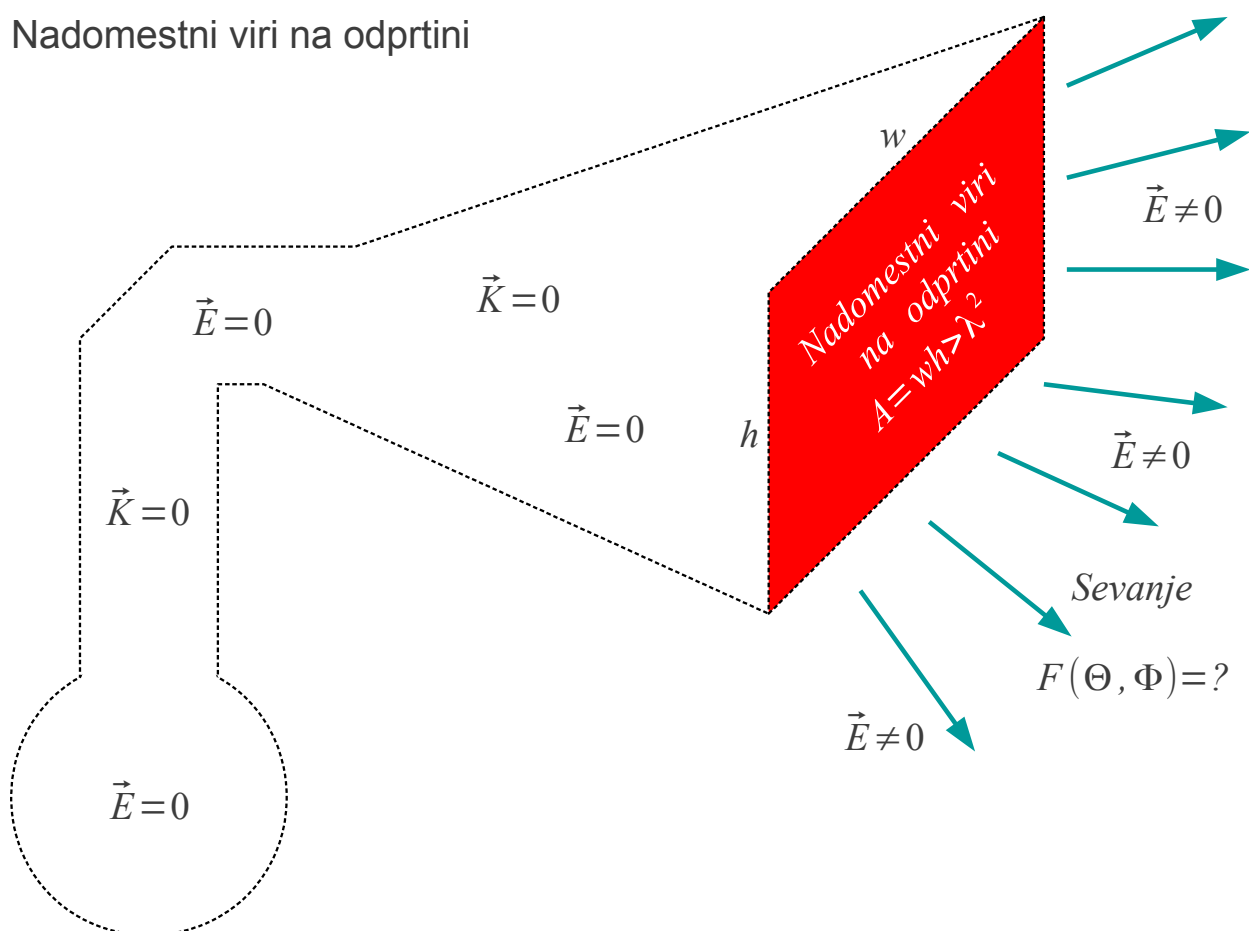
V piramidnem kovinskem lijaku seva ploskovni električni tok v stenah

lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine  $w$  in višine  $h$ . Ploskovni tok  $\vec{K}$  ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri  $a > \lambda/2$  in  $b \approx a/2$  primerljivi z valovno dolžino.

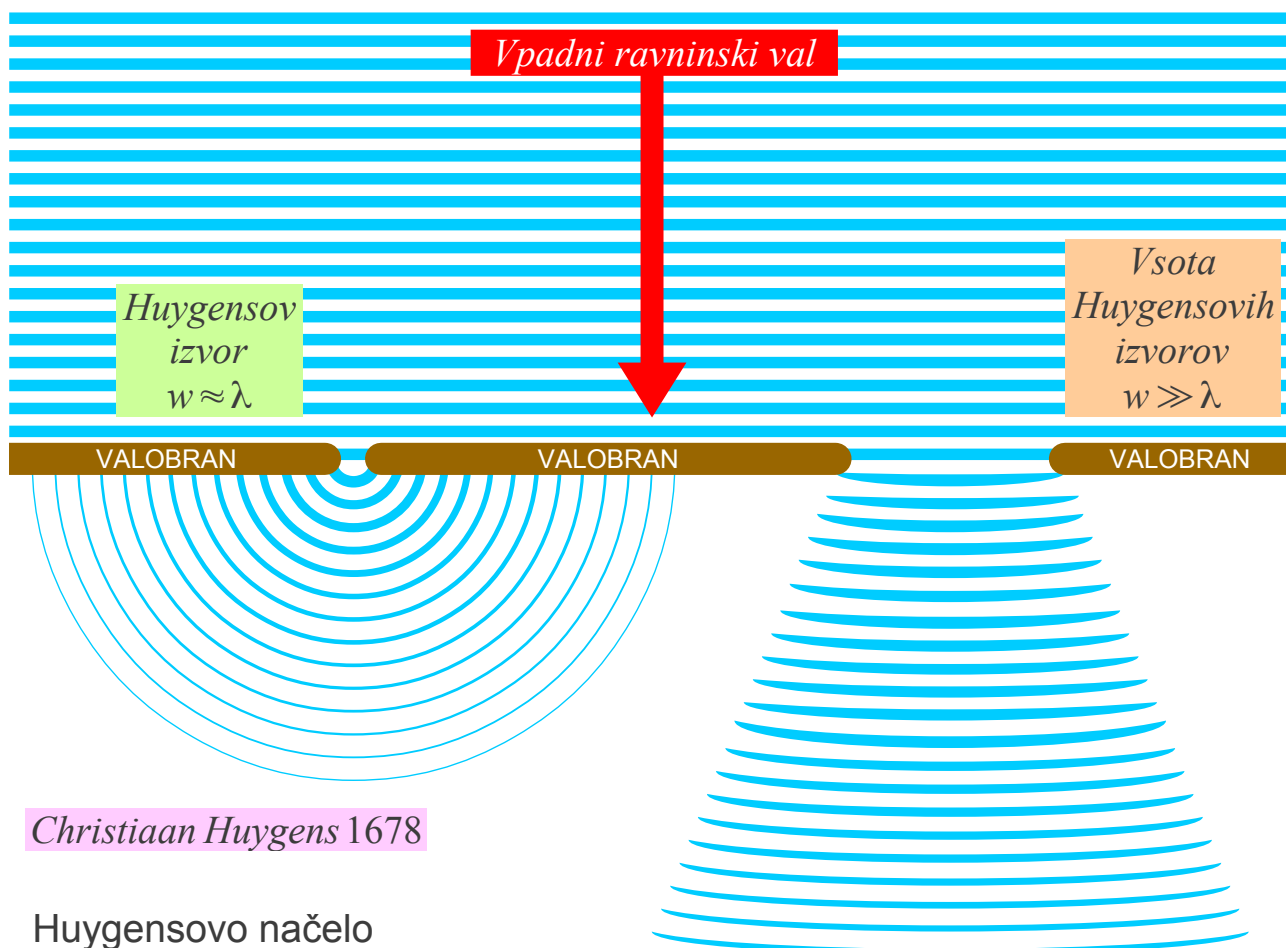
Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino  $A = wh > \lambda^2$ , ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda  $a < \lambda$  in  $b < \lambda/2$  zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nimata vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega skušamo poenostaviti tako, da na odprtino  $A = wh > \lambda^2$  namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:

Nadomestni viri na odprtini



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina  $w \approx \lambda$  v valobranu se obnaša kot točkast vir krogebnega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:

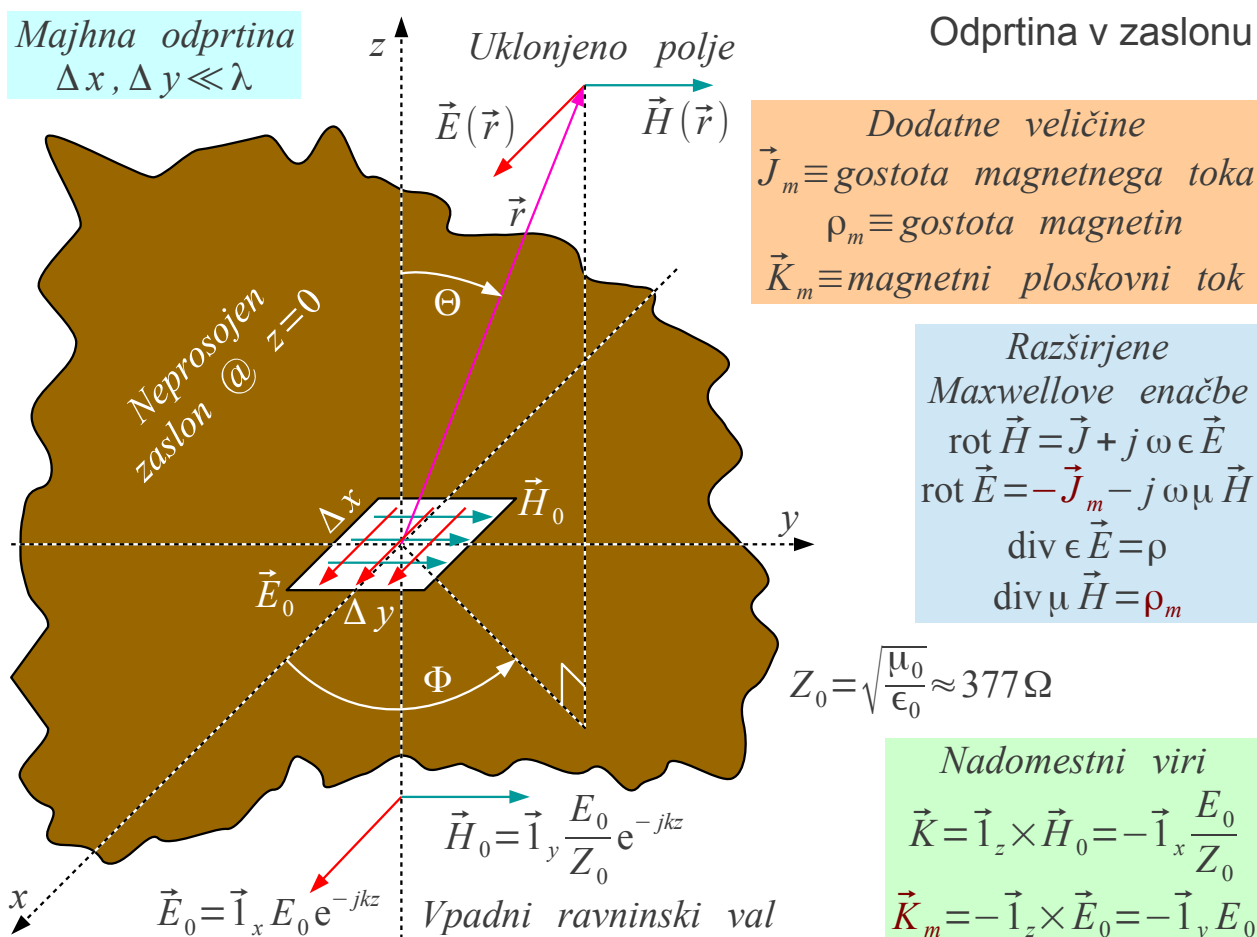


Valovanje za široko odprtino  $w \gg \lambda$  v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevavanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini  $A \gg \lambda^2$ , saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega majhnega  $\Delta A \ll \lambda^2$  elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina  $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$  v neprosojnim zaslonu v vodoravni ravnini  $z = 0$ .

Elektromagnetni ravninski val  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$  se širi navzgor v smeri osi  $z$ . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$  v smeri osi  $x$ . V gornjem polprostoru  $z > 0$  opazujemo uklonjeno polje  $\vec{E}(\vec{r})$ ,  $\vec{H}(\vec{r})$ :



Ko skušamo nadomestiti ravninski val  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$  z elektromagnetnim Huygensovim izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini  $\vec{1}_z \times \vec{H}_0 = \vec{K}$  lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini  $\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = 0$ .

Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwelllove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin  $\rho_m$  in gostoto magnetnega toka  $\vec{J}_m$ . Skok tangencialne komponente električnega polja  $-\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = \vec{K}_m$  opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje  $\vec{E}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$ , je takšno reševanje

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini  $\vec{l}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x = I_{m2}$  v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol

[illegible]

$$\vec{1}_{\phi_y} \sin \Theta_y = \vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Uklonjeno polje  $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  oziroma  $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$  je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola, zapisanega v koordinatah  $(r, \Theta_x, \Phi_x)$  s tečajem v osi  $x$  in magnetnega točkastega

dipola, zapisanega v koordinatah  $(r, \Theta_y, \Phi_y)$  s tečajem v osi  $y$ . Seštevanje polja zahteva enak koordinatni sistem, zato oba delna rezultata najprej pretvorimo v običajne krogelne koordinate  $(r, \Theta, \Phi)$  s tečajem v osi  $z$ . V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala  $E_0$  ter izmerami elektromagnetnega Huygensovega izvora  $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ . Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element  $I_{m2}h_2$  v osi  $y$  ali pa kot majhno električno tokovno zanko  $I_2A_2$  v ravnini  $xz$ :

Enakovrednost virov

$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$

$\vec{E}_1 \approx \hat{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$

$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$

*Dualnost*  $\vec{H}_2 \approx \hat{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$\vec{E}_2 \approx -\hat{1}_{\Phi_y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

*Enakovrednost*  $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j\omega\mu_0 I_2 A_2$

*Zanka*  $\vec{H}_2 = -\hat{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$\vec{E}_2 = \hat{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$   $kZ_0 = \omega\mu_0$

Električna tokovna zanka  $I_2 A_2$  je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki  $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$  je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom. Tokova sta enako velika  $|I_1| = |I_2|$ , ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda / (2\pi)$  . Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri  $\omega = 0$  oziroma  $\lambda \rightarrow \infty$  zaradi zahteve  $A_2 \rightarrow \infty$  ! V elektrodinamiki pri  $\omega \neq 0$  je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se seštevata navzgor v smeri osi  $+z$  . V vodoravni ravnini  $xy$  seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi  $y$  , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi  $x$  . Sevanje obeh točkastih dipolov se sešteje v krožno simetričen smerni diagram v vodoravni ravnini. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi  $-z$  .

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora  $F = 1 + \cos \Theta$  , ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos \Theta$$

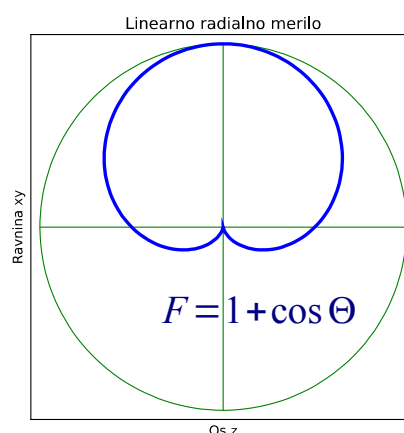
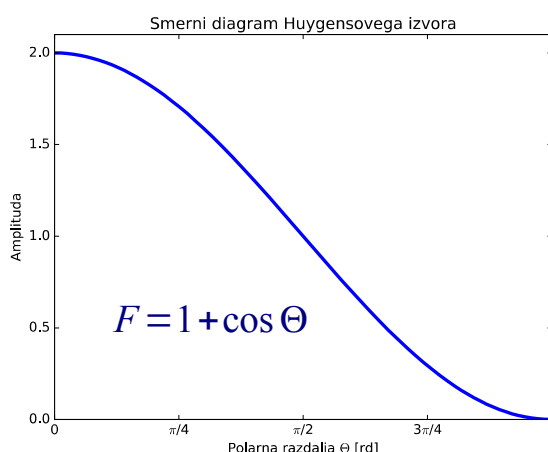
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [1 + \cos \Theta]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^1 [1 + 2u + u^2] du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{dBi} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77 \text{ dBi}$$



Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsak majhen Huygensov izvor  $A \ll \lambda^2$  dosega smernost  $D = 3$  oziroma  $D_{dBi} = 4.77 \text{ dBi}$  . Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in

magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah  $A > \lambda^2$ .

Predstavljeni zgled opisuje vzbujanje odprtine z ravninskim valom z električnim poljem v smeri  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$ , ki daje smernik uklonjenega polja  $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$ . Nalogo preprosto posplošimo za poljubno polarizacijo vpadnega ravninskega vala  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$ :

Polje na odprtini  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A = [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik  $|\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi| = 1$  Približek  $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$

$$\vec{E}_B = [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik  $|\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi| = 1$  Približek  $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$

Pravokotnost  $[\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \times [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] = \vec{1}_r$   $\vec{E}_A \perp \vec{E}_B$

Sevanje izvora  $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = [\vec{1}_\Theta (E_x \cos \Phi + E_y \sin \Phi) + \vec{1}_\Phi (E_y \cos \Phi - E_x \sin \Phi)] \frac{j}{2\lambda} \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Polarizacija Huygensovega izvora

Huygensov izvor ohranja polarizacijo vzbujanja na svoji osi. Na osi  $z$  pri  $\Theta \rightarrow 0$  se smernika poenostavi v  $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$  in  $\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$ . V vseh ostalih smereh smernika sicer ostajata skladna z vzbujanjem odprtine in med sabo pravokotna, ampak se prilagajata drugačni smeri razširjanja valovanja.

Uklon valovanja na majhni odprtini v zaslonu je torej neodvisen od polarizacije prečnega valovanja. Uklon na majhni odprtini ne spreminja polarizacije valovanja z izjemo prilagajanja slednje smeri širjenja valovanja. Podoben rezultat bi dobili tudi za uklon vzdolžnega valovanja na majhni odprtini, na primer za uklon zvoka.

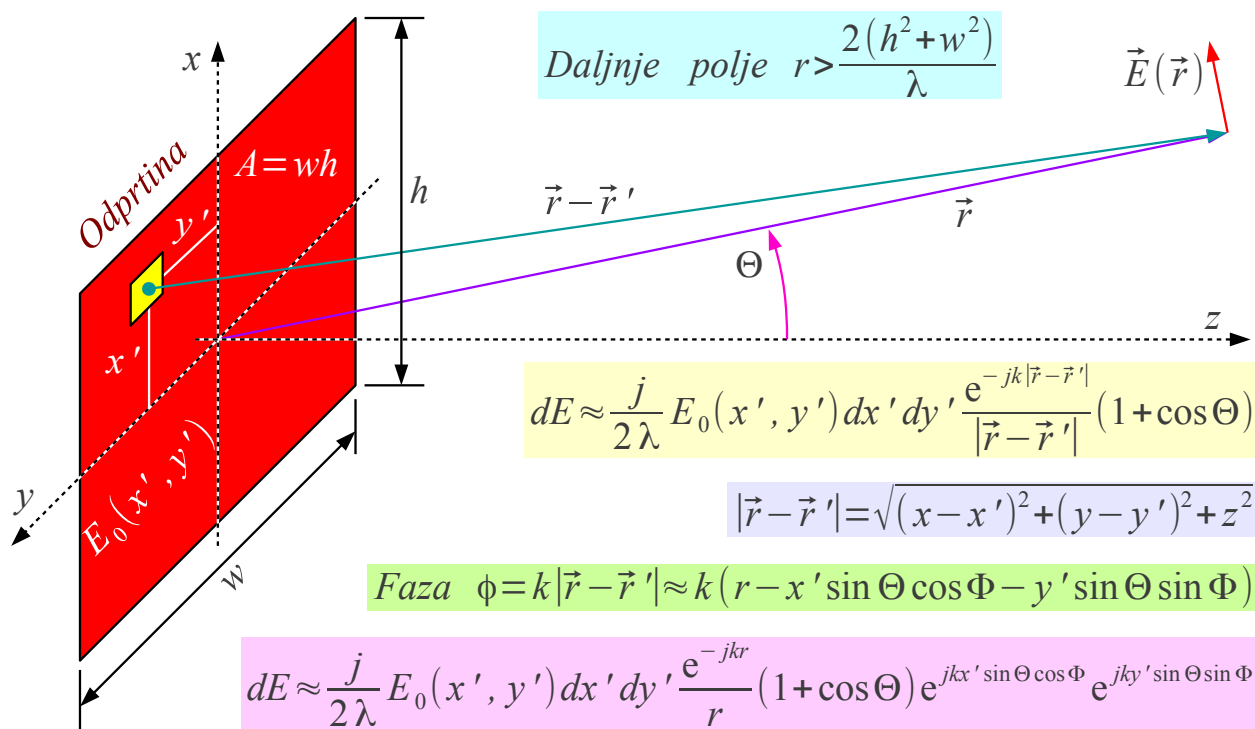
Pri nadaljnji obravnavi uklonskih pojavov na odprtini pogosto smemo zanemariti polarizacijo prečnega valovanja. Električno polje tedaj preprosto pišemo kot skalarno veličino  $E = |\vec{E}|$ . Na odprtini  $A = wh > \lambda^2$ , ki je vsaj



primerljiva oziroma večja od valovne dolžine, preprosto seštejemo sevanje diferencialno majhnih Huygensovih izvorov velikosti  $\Delta x \Delta y \rightarrow dx' dy'$ .

Koordinate izvorov polja  $E_0(x', y')$  označimo s črticami

$\vec{r}' = (x', y', 0)$  skladno z dosedanjim dogovorom, da jih na ta način ločimo od koordinat točke opazovanja polja  $\vec{r} = (x, y, z)$ :



$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dx' dy'$$

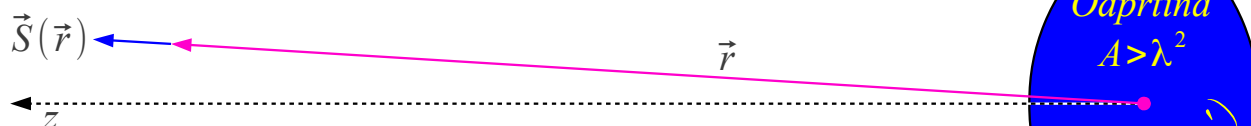
Vsota Huygensovih izvorov

V Fraunhoferjevem področju daljnega polja  $r > 2(w^2 + h^2)/\lambda$  smemo zanemariti vse spremembe amplitude zaradi majhnih odstopanj razdalje, smeri oziroma polarizacije. Interferenca posameznih diferencialno majhnih Huygensovih izvorov je posledica sprememb faze  $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}$ ! Tudi pri spremembah faze račun poenostavimo na velikih razdaljah. Kazalčno vsoto zapišemo s ploskovnim integralom diferencialno majhnih Huygensovih izvorov po celotni odprtini  $A = wh$ .

Integracija Huygensovih izvorov daje smerni diagram  $F(\Theta, \Phi)$  odprtine. Z integracijo smernega diagrama lahko določimo smernost  $D$  odprtine. Integracija kompliciranega smernega diagrama  $F(\Theta, \Phi)$  je lahko zelo zamudna!

Za izračun smernosti  $D$  potrebujemo celotno sevano moč antene  $P = \oiint \vec{S} \cdot \vec{1}_n dA$ . Sklenjeni ploskovni integral mora oklepiti anteno. Ni pa nujno, da integriramo v daljnem polju! Pri odprtinah je običajno dosti bolj preprosto izračunati integral  $\vec{S}_0(x', y')$  po sami odprtini:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|E|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{(1 + \cos \Theta)^2}{8Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dA \right|^2$$



$$\Theta_{MAX} = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad \sin \Theta = 0$$

$$\vec{S}_{MAX} = \frac{\vec{1}_r}{2Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2$$

$$\vec{S}_0 = \vec{1}_z \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0}$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{P/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$P = \iint_A \vec{S}_0 \cdot \vec{1}_z dA = \iint_A \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0} dA$$

$$A_{eff} = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$\text{Zgled } E_0(x', y') = \text{konst.} \rightarrow D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

$$\eta_0 = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{A \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

Izračun smernosti  $D$  se dodatno poenostavi pri odprtinah, ki sevajo v smeri  $\Theta_{MAX} = 0$ , kar je zelo pogost praktični primer. Prispevki posameznih Huygensovih izvorov se v tem primeru seštevajo sofazno v smeri osi  $z$ . Smernost  $D$  velike odprtine  $A = wh > \lambda^2$  je tedaj preprosto razmerje velikosti kvadrata amplitude kazalne vsote  $E_0(x', y')$  v števcu deljene s preprosto vsoto moči  $|E_0(x', y')|^2$  v imenovalcu.

V preprostem primeru konstantne osvetlitve odprtine

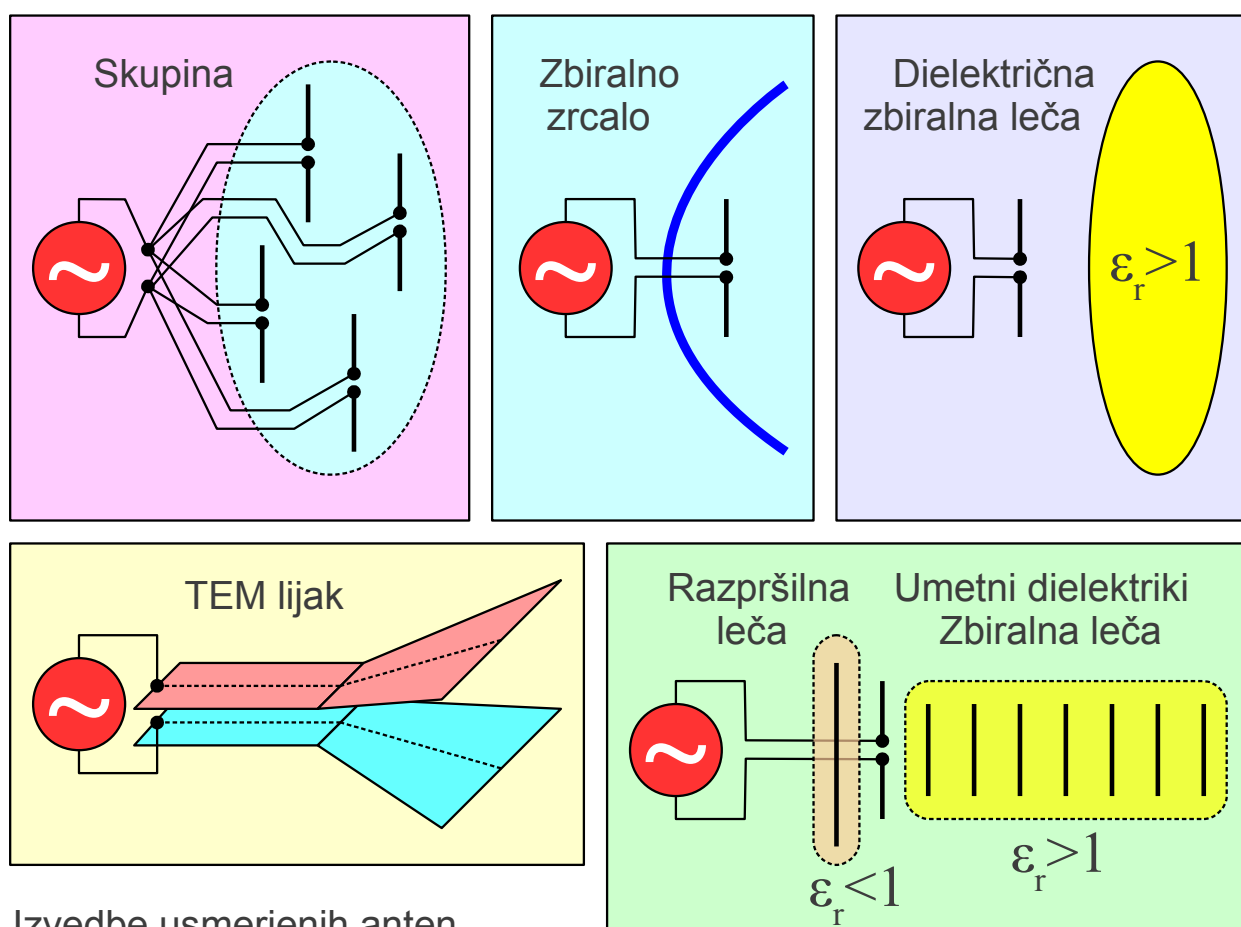
$E_0(x', y') = \text{konst.}$  dobimo pomenljiv rezultat  $D = 4\pi A / \lambda^2$ . Povezava med velikostjo odprtine  $A$  in njeno smernostjo  $D$  je tu natančno dokazana na primeru enakomerno in sofazno osvetljene odprtine.

Enakomerno in sofazno osvetljena odprtina je v praksi težko izvedljiva. Jakost osvetlitve večine odprtin običajno zvezno upada proti robu odprtine.

Faza osvetlitve ni konstantna zaradi napak oziroma omejitev izvedbe antene. Spreminjanje faze na odprtini znižuje samo kazalčno vsoto in z njo smernost  $D$ . Spreminjanje jakosti osvetlitve na odprtini znižuje kazalčno vsoto in moč, a v skupnem učinku se smernost  $D$  tudi v tem primeru znižuje.

Efektivna površina odprtine  $A_{eff} \leq A$  je zato manjša ali kvečjemu enaka dejanski površini odprtine. Učinkovitost izrabe površine oziroma izkoristek osvetlitve odprtine opisuje razmerje obeh  $\eta_0 = A_{eff} / A$ . Učinkovitost izrabe površine antene  $\eta_0 \leq 1$  je vedno manjša od enote pri velikih odprtinah  $A = wh > \lambda^2$ .

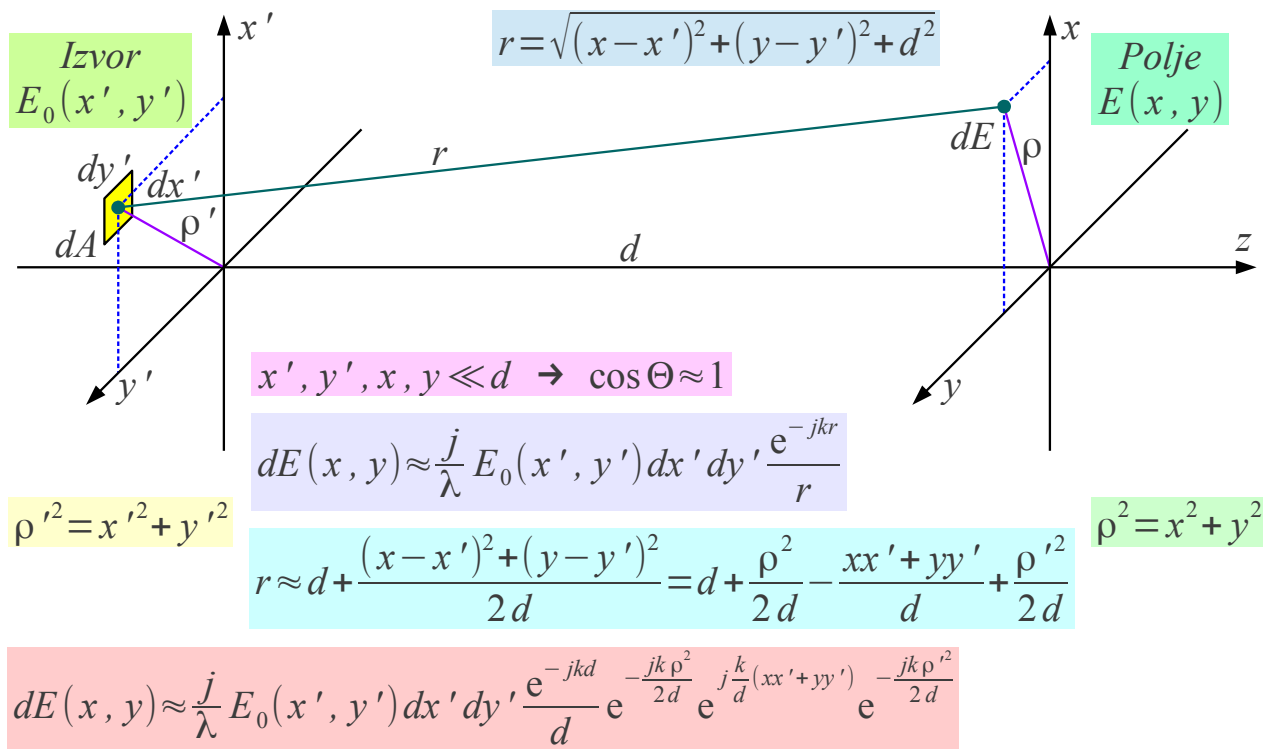
Izvedbe usmerjenih anten je največkrat smiselno obravnavati kot odprtine. Poleg zbiralnih zrcal in dielektričnih zbiralnih leč uporabljamo v radijski tehniki tudi leče iz umetnih dielektrikov, na primer kovinskih palčk, različne valovodne lijake ter skupine manjših anten, da z njimi dosežemo željeno vzbujanje odprtine  $E_0(x', y')$ :



Izvedbe usmerjenih anten

V iskanju namiga, kako načrtovati učinkovito antensko odprtino, je smiselno zapisati nalogo seštevanja Huygensovih izvorov še na drugačen način. Izvor valovanja postavimo v ravnino  $x' y'$  in pripadajoče polje

opazujemo na razdalji  $d$  v ravnini  $xy$ . Tik ob osi  $z$  je smerni diagram Huygensovega izvora približno enak konstanti  $1 + \cos \Theta \approx 2$ . Amplitudo oziroma razdaljo smemo poenostaviti v imenovalcu  $1/r \approx 1/d$ . Iskani interferenčni pojav daje spremenljiva faza  $e^{-jkr}$ , kjer moramo pri poenostavitvah upoštevati zadosti členov:



$$E(x, y) = \iint_A dE \approx \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkd}}{d} e^{-\frac{jk\rho^2}{2d}} \iint_A \left[ E_0(x', y') e^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}} \right] e^{j\frac{k}{d}(xx' + yy')} dx' dy'$$

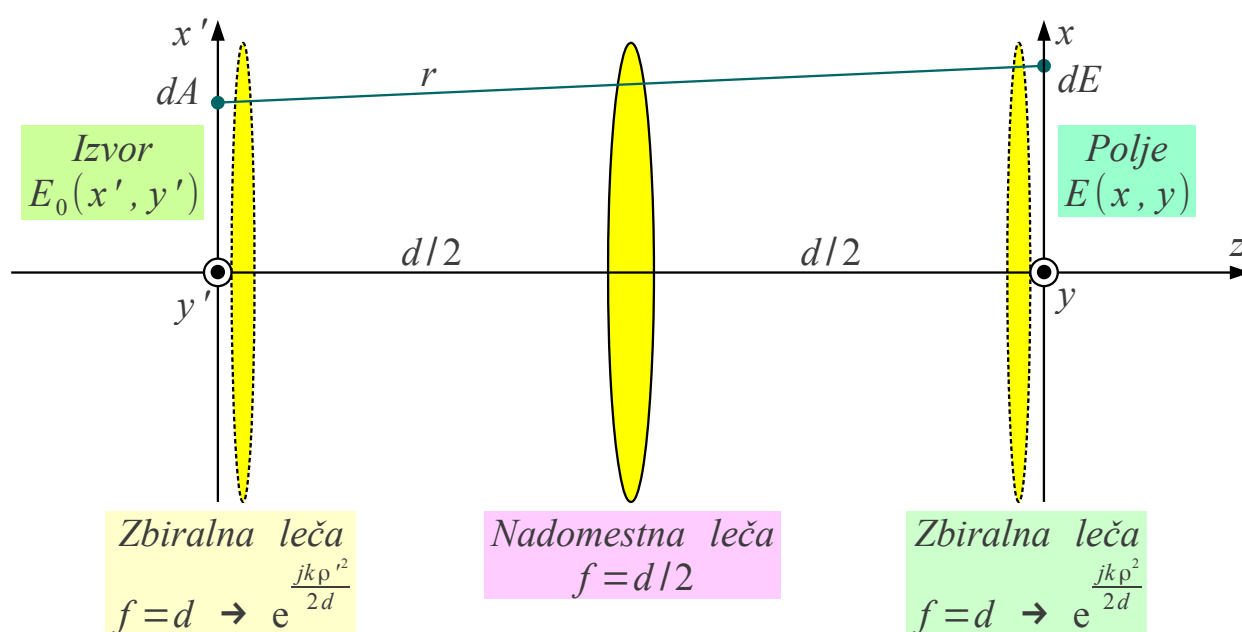
Razširjanje valovanja ob osi  $z$

Izpeljani izraz za električno polje  $E(x, y)$  je zelo podoben dvodimenzijski Fourierjevi transformaciji. Od načelne Fourierjeve transformacije se razlikuje v nekaj množilnih konstantah in dveh členih kvadratne faze:

$$e^{-j\phi'(\rho')} = e^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}} \quad \text{ter} \quad e^{-j\phi(\rho)} = e^{-\frac{jk\rho^2}{2d}}$$

Prvi člen kvadratne faze  $\phi'(\rho')$  postane zanemarljivo majhen na velikih razdaljah  $d$  v Fraunhoferjevem področju. Smerne diagrama antene  $F(\Theta, \Phi)$  običajno ne opazujemo v ravnini  $xy$ , pač pa na površini velike krogle s polmerom  $d$ , kjer izgine drugi člen kvadratne faze  $\phi(\rho)$ . Smerni diagram antene  $F(\Theta, \Phi)$  je torej dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija vzbujaanja odprtine  $E_0(x', y')$ !

Sliko predmeta lahko iz neskončnosti prestavimo na končno razdaljo  $d < \infty$  s pomočjo zbiralne leče. Zbiralna leča z goriščno razdaljo  $f = d$  tik ob izvoru natančno odstrani prvo kvadratno napako faze  $\phi'(\rho')$ . Zbiralna leča z goriščno razdaljo  $f = d$  tik ob ravnini opazovanja polja natančno odstrani drugo kvadratno napako faze  $\phi(\rho)$ . Dve enaki zbiralni leči na razdalji  $d$  lahko nadomestimo z dvakrat močnejšo lečo s polovično goriščno razdaljo  $f = d/2$  točno na sredini med izvorom in ravnino opazovanja polja:



$$dE(x, y) \approx \alpha E_0(x', y') dx' dy' e^{j \frac{k}{f} (xx' + yy')}$$

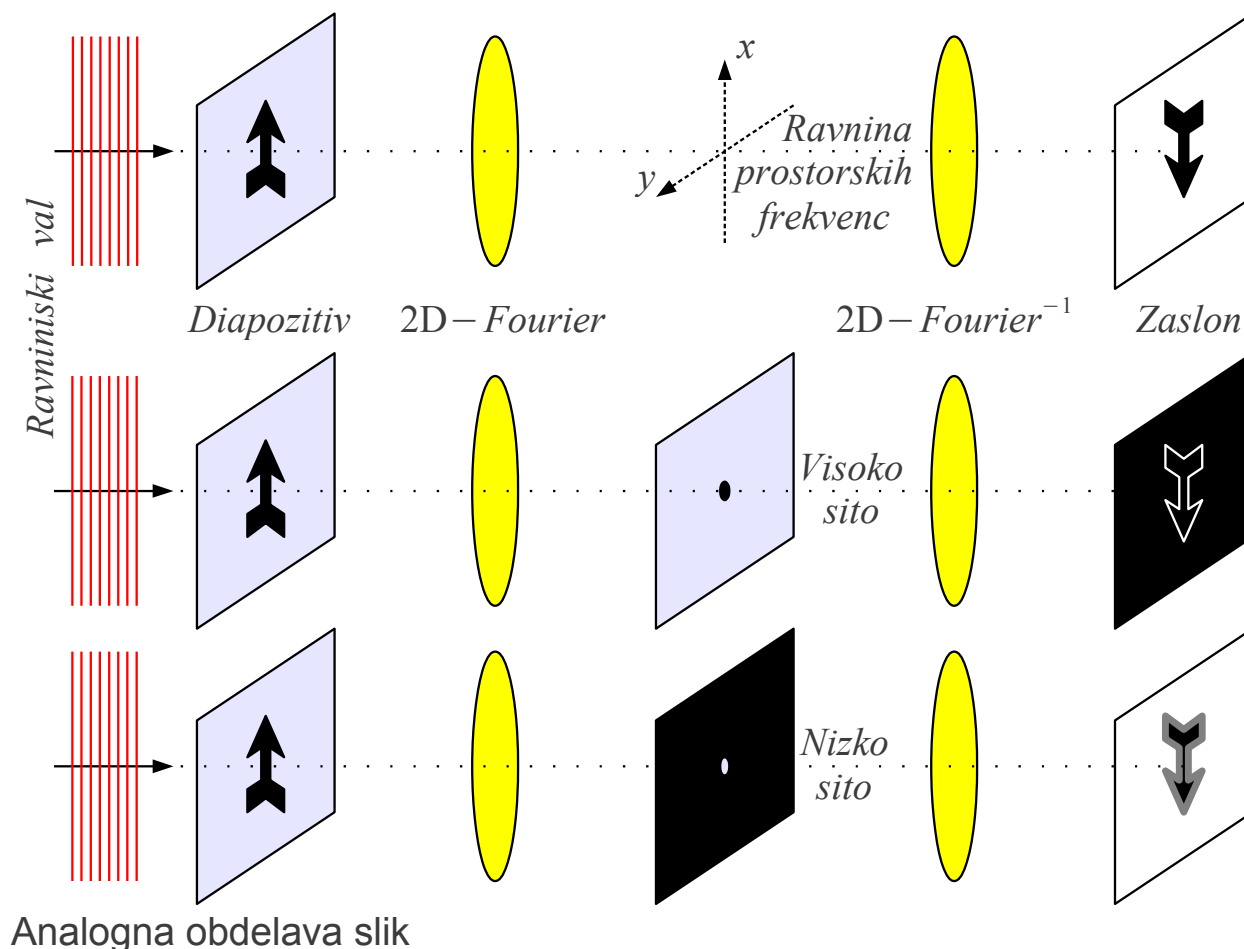
$$E(x, y) = \iint_A dE \approx \alpha \iint_A E_0(x', y') e^{j \frac{k}{f} (xx' + yy')} dx' dy'$$

## Dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija

Zbiralna leča torej omogoča analogno računanje dvo-dimenzijske Fourierjeve transformacije na končni razdalji  $d < \infty$ . Samo Fourierjevo transformacijo pri tem opravlja razširjanje valovanja v prostoru. Leča le preslika rezultat iz neskončnosti na končno razdaljo. Povedano drugače, Fourierjeva transformacija je samo matematični opis pomembnega naravnega pojava, razširjanja valovanja.

Fourierjeva transformacija ima pomembno lastnost, da jo na zelo podoben način računamo tudi v obratni smeri. Razlika je samo v predznaku eksponentne funkcije imaginarnega argumenta  $e^{\pm j \frac{k}{f} (xx' + yy')}$  pod integralom. V primeru analognega računanja obratne Fourierjeve

transformacije z razširjanjem valovanja in zbiralno lečo se obrneta predznaka obeh prečnih koordinat. Slika rezultata računanja bo obrnjena na glavo:



Z dvema lečama in razširjanjem valovanja v prostoru lahko opravimo Fourierjevo transformacijo v obe smeri. V ravnini prostorskih frekvenc  $xy$  si lahko omislamo preprosto analogno obdelavo slik. Visokoprepustno sito duši nizke prostorske frekvence, torej sliko izostri. Nizkoprepustno sito duši visoke prostorske frekvence, torej zamegli ostre robove na sliki.

Opisana obdelava slik preračunava amplitudo in fazo. Pri obdelavi amplitude moramo paziti, da ne vnašamo neželenih sprememb faze, ki bi razširile spekter prostorskih frekvenc. Predmet in sita morajo biti prozorni diapozitivi. Belo-matirana površina naključno modulira fazo! Predmet moramo osvetliti z ravninskim valom, ki razen enosmerne ne vsebuje prečnih prostorskih frekvenc. Ravninski val dobimo s točkastim izvorom in dodatno zbiralno lečo oziroma s kolimiranim žarkom laserja.