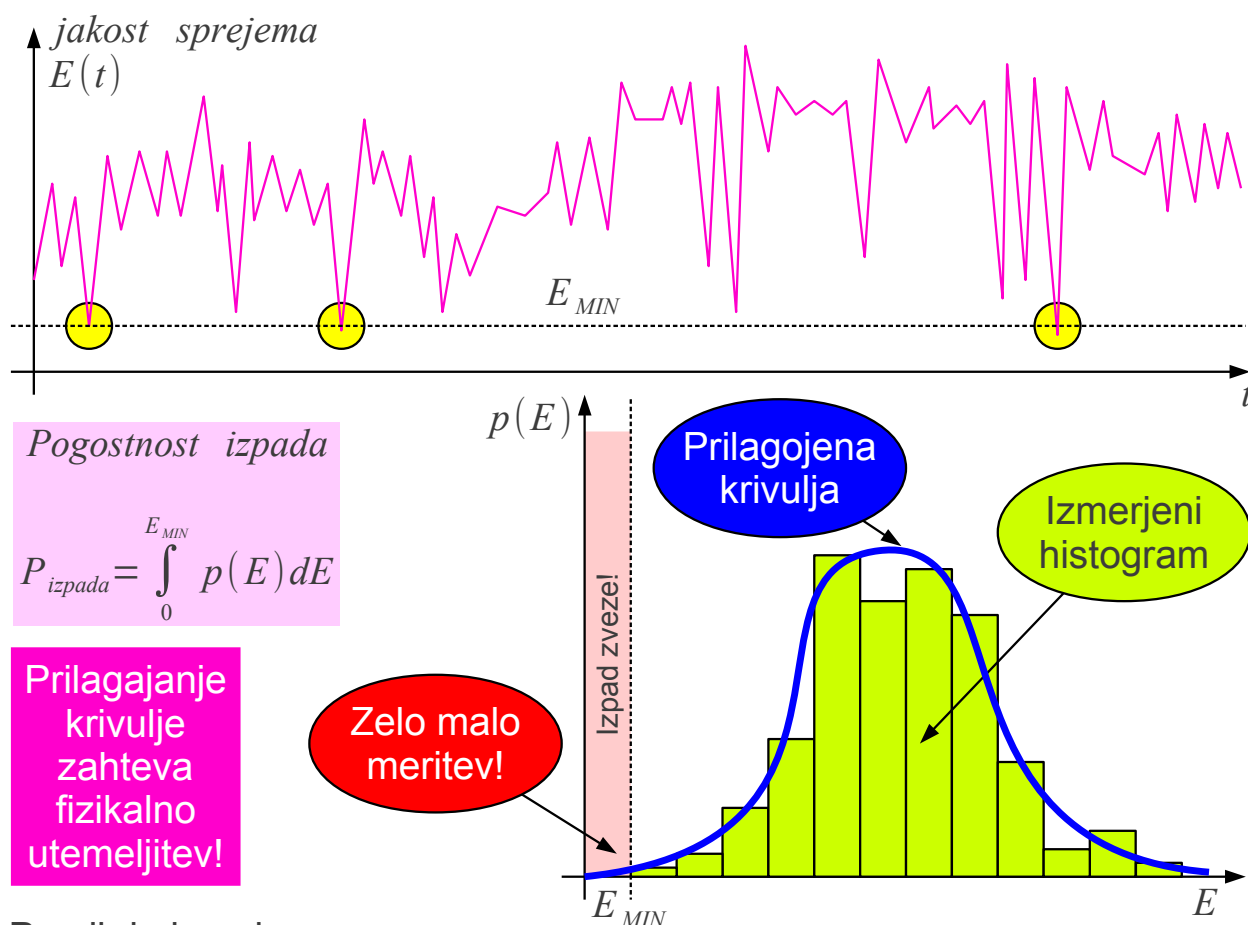


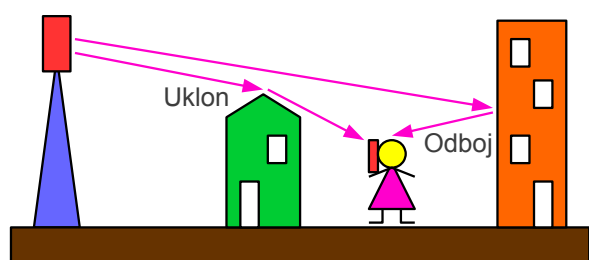
## 17. Večpotje in presih

V marsikateri radijski zvezi ne moremo preprečiti, da signal oddajnika doseže sprejemnik po več različnih poteh. Prispevki posameznih poti se na mestu sprejemne antene seštevajo kot kazalci. Uničujoča interferenca kazalčne vsote večpotja lahko povzroči presih radijske zveze oziroma popači signal. Večpotje ni edini vzrok presiha radijske zveze. Presih lahko povzročijo tudi neskladnost polarizacije, lom na plasti temperaturne inverzije oziroma dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi.

Presih jakosti sprejema  $E(t)$  je največkrat naključna funkcija časa. Pri obravnavi presiha običajno namerno zanemarimo vektorski značaj in fazo električnega polja  $E = |\vec{E}_s|$ . Radijski sprejemnik se zoperstavlja presihu s samodejnim nastavljanjem ojačanja AGC (angleško: Automatic Gain Control). Ko jakost sprejema upade pod določeno mejo  $E < E_{MIN}$ , je izpad zveze neizogiben:



Presih in izpad zveze



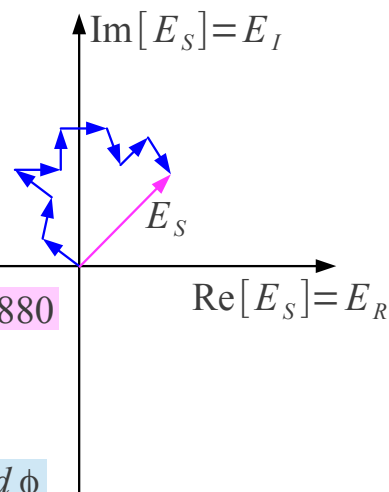
Večpotje brez vidljivosti: Rayleigh ( $\langle E^2 \rangle$ )  
vsota mnogo naključnih malih kazalcev

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_R^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$

Lord Rayleigh 1880



$$E_S = E_R + jE_I = E e^{j\phi}$$

$$E = |E_S|$$

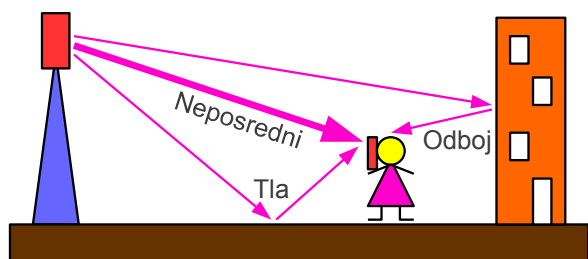
$$dE_R dE_I = E dE d\phi$$

$$p(E_R, E_I) = p(E_R) p(E_I) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E_R^2 + E_I^2}{2\sigma^2}} = p(E) p(\phi)$$

$$\langle E^2 \rangle = 2\sigma^2$$

$$p(E) = \int_0^{2\pi} p(E_R, E_I) E d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}} E d\phi = \frac{E}{\sigma^2} e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}} = \frac{2E}{\langle E^2 \rangle} e^{-\frac{E^2}{\langle E^2 \rangle}}$$

Rayleighjeva porazdelitev



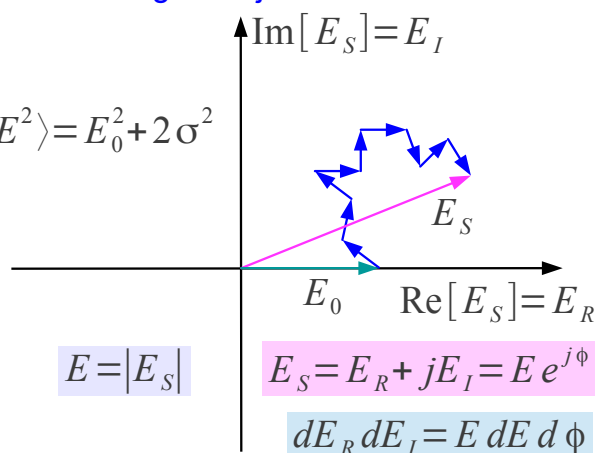
Večpotje z neposrednim žarkom: Rice ( $E_0, \sigma$ )  
en velik in mnogo naključnih malih kazalcev

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$

$$\langle E^2 \rangle = E_0^2 + 2\sigma^2$$



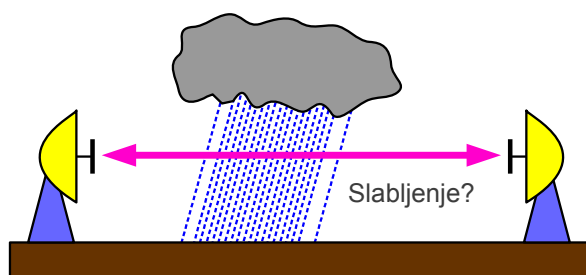
$$p(E_R, E_I) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2 + E_I^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_R E_0}{\sigma^2}\right)} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right) \cos \phi}$$

$$p(E) = \int_0^{2\pi} p(E_R, E_I) E d\phi = \frac{E}{\sigma^2} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$

Stephen O. Rice 1948

Riceova porazdelitev

$$\int_0^{2\pi} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right) \cos \phi} d\phi = 2\pi I_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$



Vremenski pojavi: log-normalna ( $\langle E_{dB} \rangle, \sigma_{dB}$ )  
 produkt mnogo naključnih prispevkov  
 brez interference večpotja

$$p(E_{dB}) = \frac{1}{\sigma_{dB} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_{dB} - \langle E_{dB} \rangle)^2}{2\sigma_{dB}^2}}$$

Fizikalno utemeljeno?

Francis Galton ~ 1880

$$E_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{|E_s|}{E_{REF}} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{E}{E_{REF}} \right) = \frac{20}{\ln 10} \ln \left( \frac{E}{E_{REF}} \right)$$

$$\sigma_{dB} = \sqrt{\langle (E_{dB} - \langle E_{dB} \rangle)^2 \rangle}$$

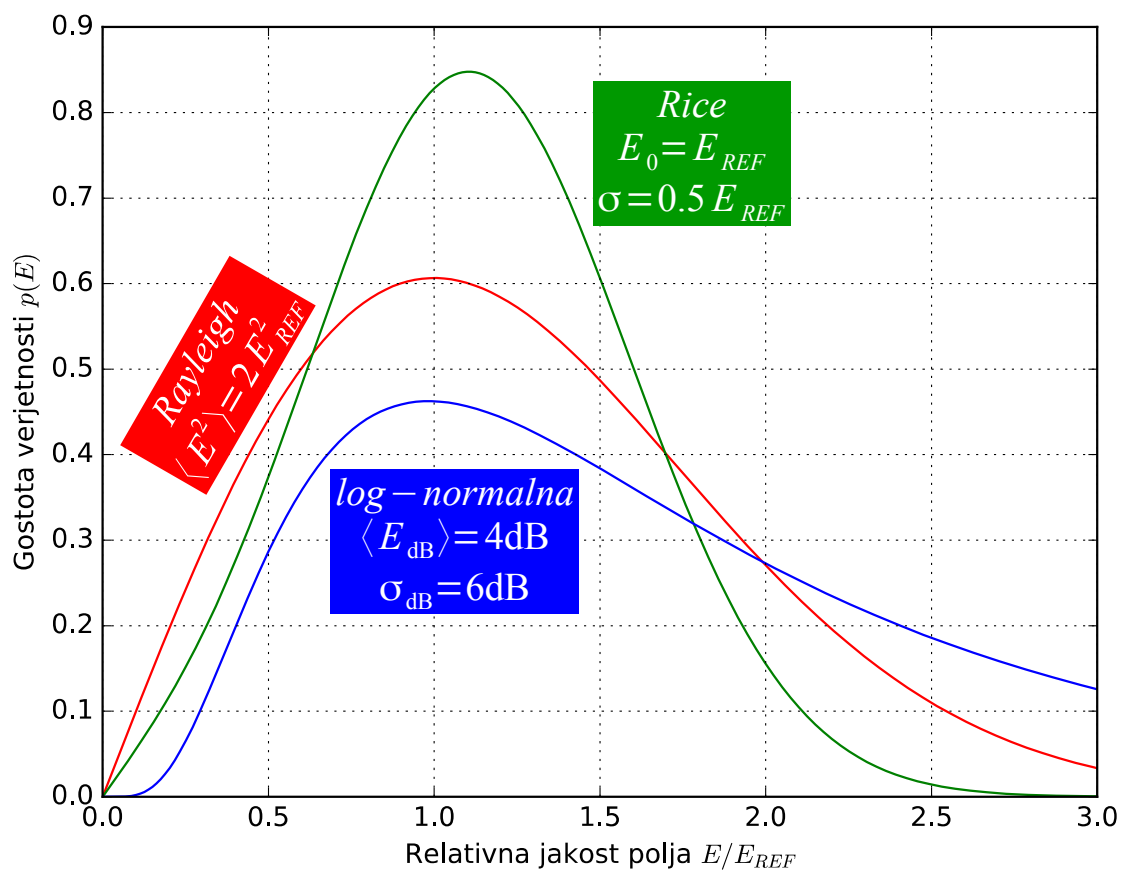
$$p(E_{dB}) dE_{dB} = p(E) dE$$

$$\frac{dE_{dB}}{dE} = \frac{20}{\ln 10} \left( \frac{E_{REF}}{E} \right) \frac{1}{E_{REF}} = \frac{20}{E \ln 10}$$

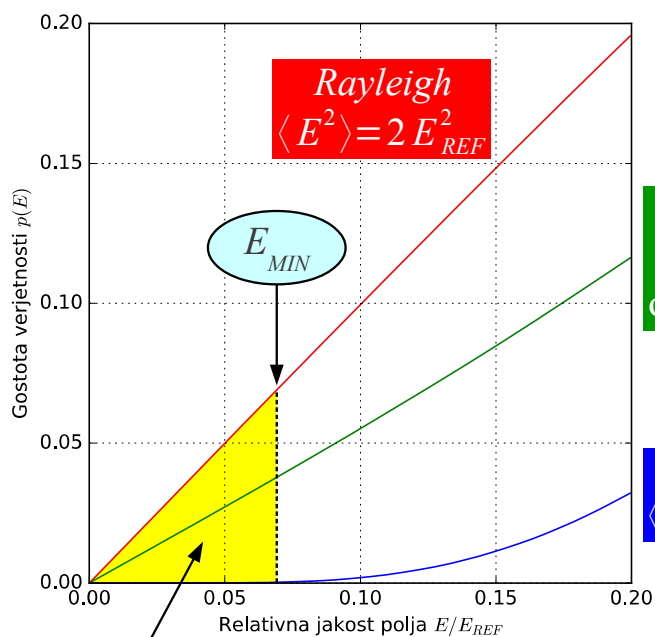
$$p(E) = p(E_{dB}) \frac{dE_{dB}}{dE} = p(E_{dB}) \frac{20}{E \ln 10} = \frac{20}{E (\ln 10) \sigma_{dB} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left[ 20 \log_{10} \left( \frac{E}{E_{REF}} \right) - \langle E_{dB} \rangle \right]^2}{2\sigma_{dB}^2}}$$

Log-normalna porazdelitev

# Rayleighjeva, Riceova in log-normalna porazdelitev



Rayleighjeva, Riceova in log-normalna porazdelitev



$$P = \alpha E^2 \rightarrow dP = \alpha 2 E dE$$

$$P_{izpada} = \int_0^{P_{MIN}} \frac{1}{\langle P \rangle} e^{-\frac{P}{\langle P \rangle}} dP = 1 - e^{-\frac{P_{MIN}}{\langle P \rangle}}$$

Izračun verjetnosti izpada zveze

Pošten račun: Rayleigh

$$P_{izpada} = \int_0^{E_{MIN}} p(E) dE$$

$$P_{izpada} = \int_0^{E_{MIN}} \frac{2 E}{\langle E^2 \rangle} e^{-\frac{E^2}{\langle E^2 \rangle}} dE$$

$$P_{izpada} = 1 - e^{-\frac{E_{MIN}^2}{\langle E^2 \rangle}}$$

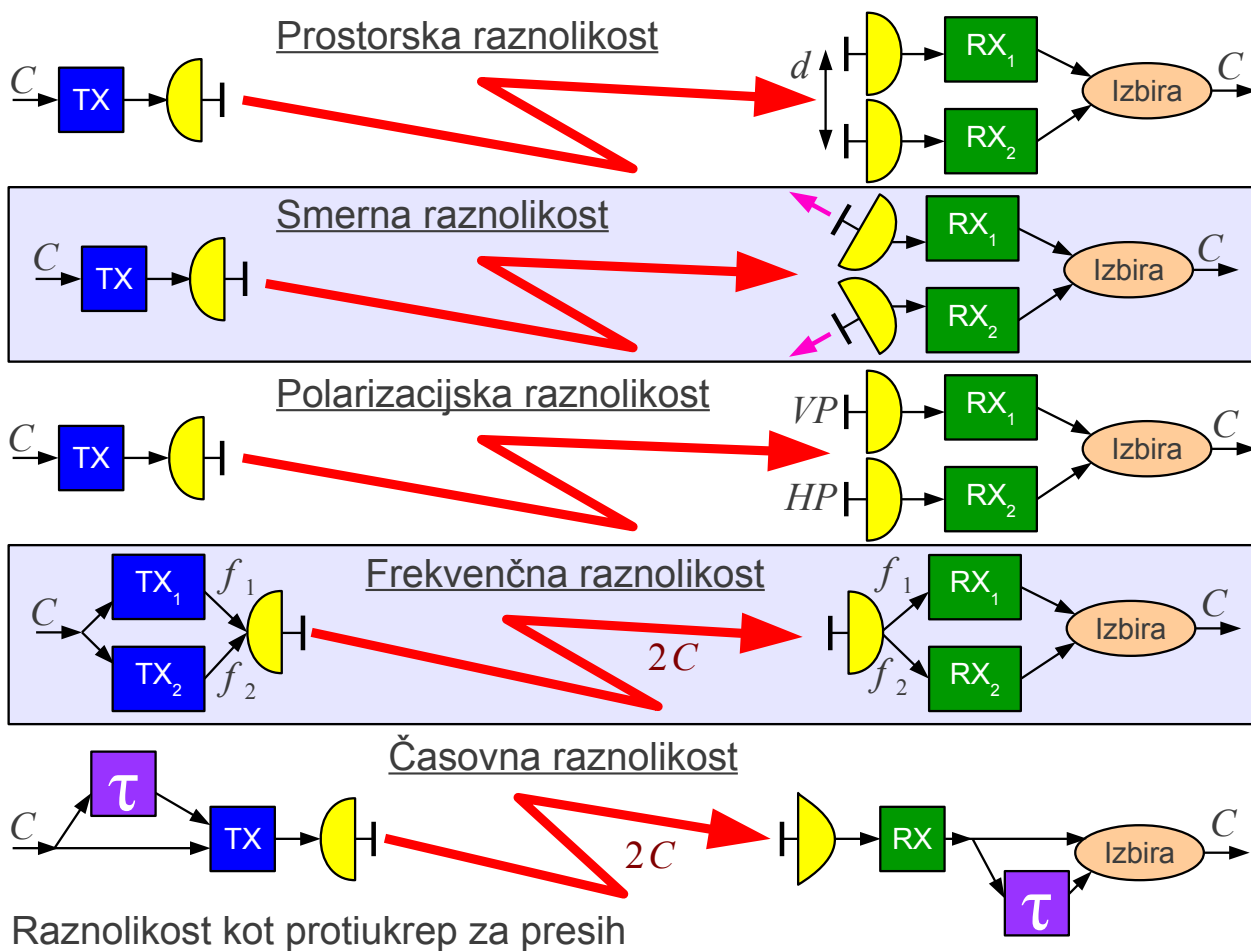
$$P_{MIN} \ll \langle P \rangle \rightarrow P_{izpada} \approx \frac{P_{MIN}}{\langle P \rangle}$$

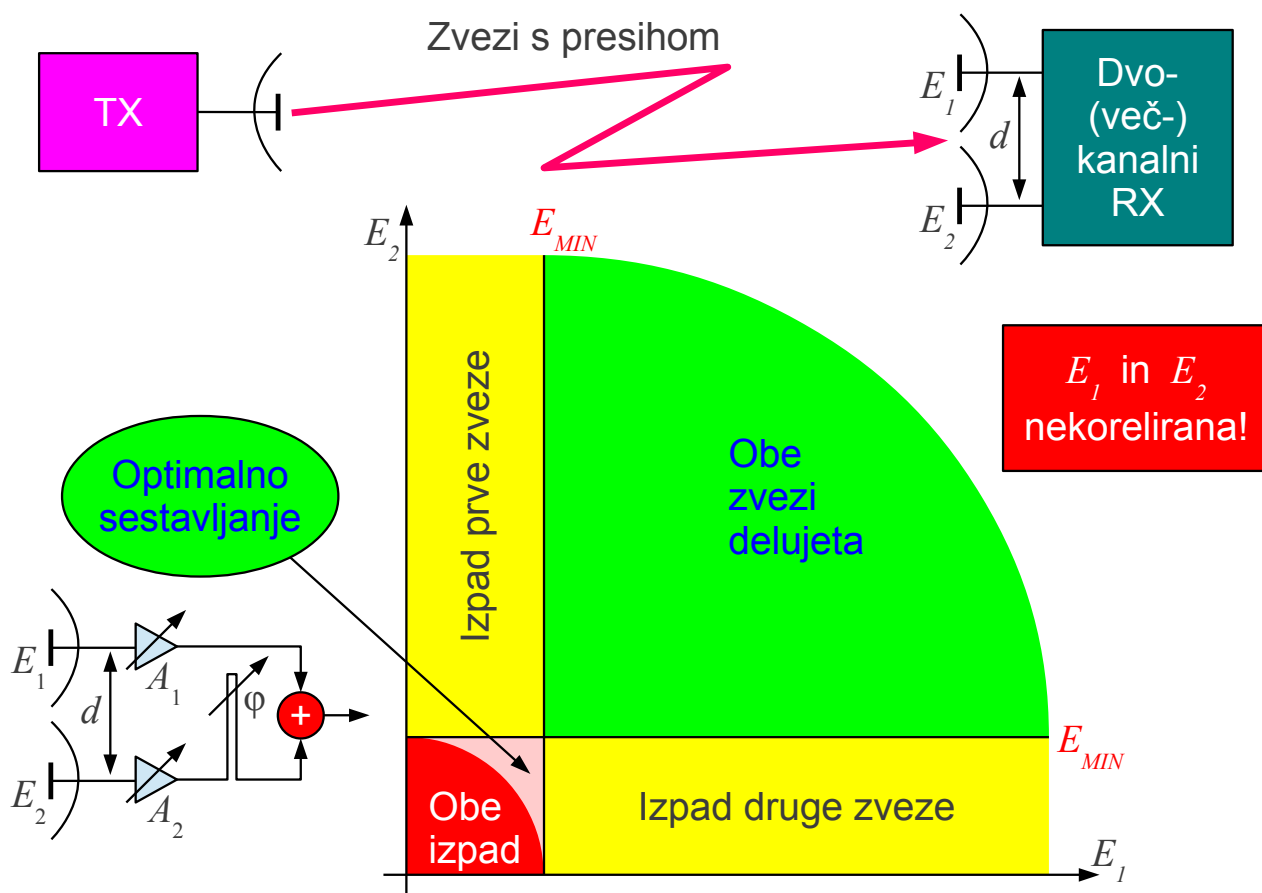
Zgled: mobilni telefon

$\langle P \rangle = -90\text{dBm} = 1\text{pW}$

$P_{MIN} = -105\text{dBm} = 0.032\text{pW}$

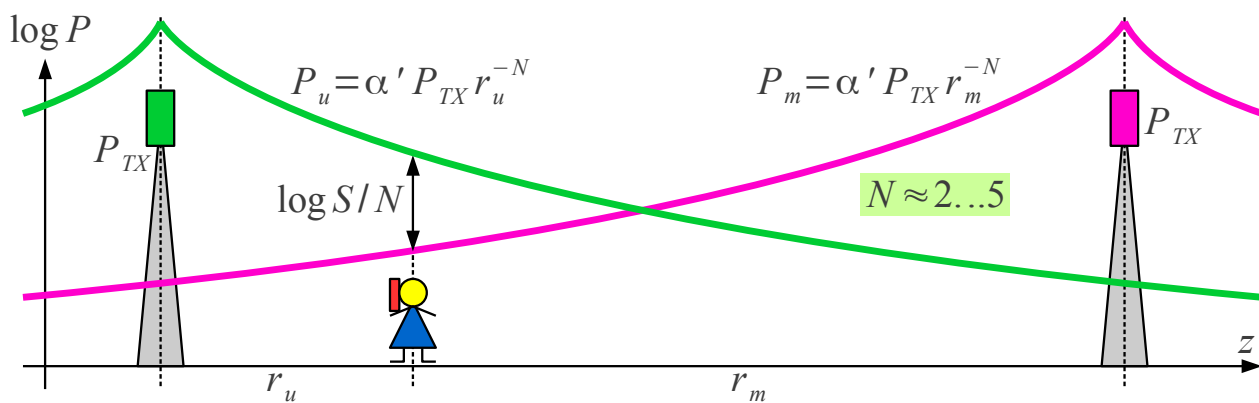
$P_{izpada} \approx 0.032 \approx 3\%$





Pogostnost izpada pri nekoreliranem sprejemu





Mestno okolje brez vidljivosti

$$3 \leq N \leq 5$$

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \alpha(\lambda) h_{TX}^2 h_{RX}^2 d^{-N}$$

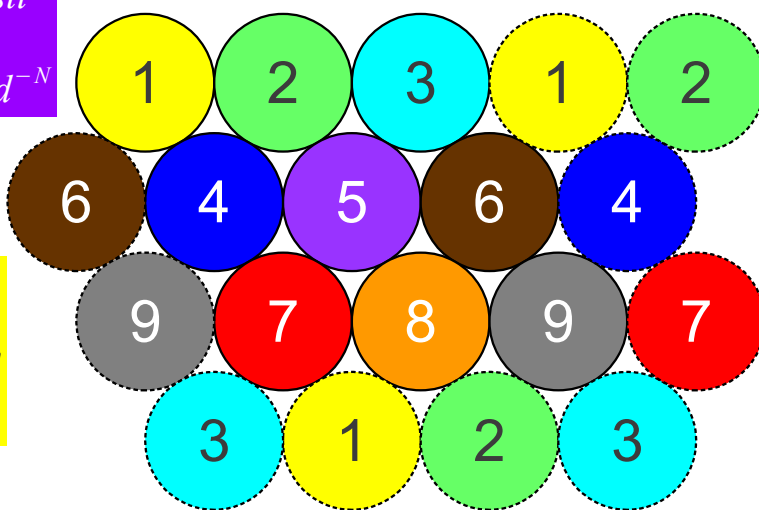
$$S/N = \frac{P_u}{P_m} = \left( \frac{r_m}{r_u} \right)^N$$

Primer:  $N=4$

$$S/N = 28\text{dB} = 625$$

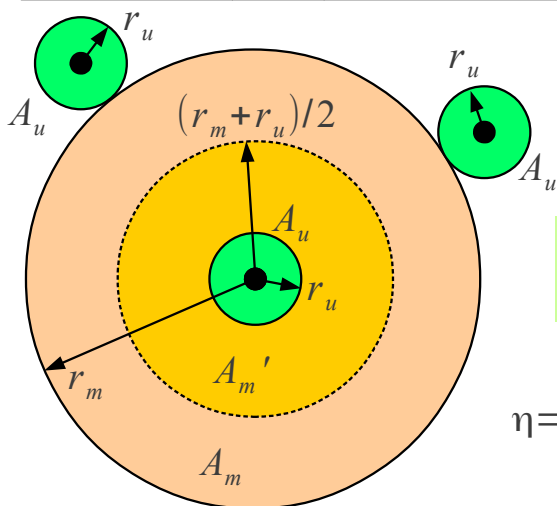
z rezervo presiha!

$$r_m = r_u \sqrt[N]{S/N} \approx 5 r_u$$



Ponovna uporaba spektra

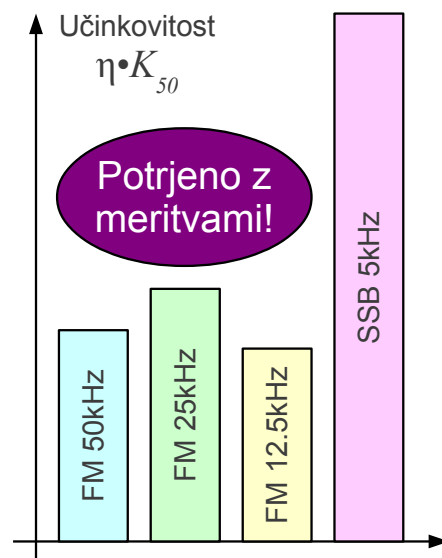
Modulacija	$K_{50}$	Koleb $\Delta f$	$m=\Delta f/B_u$	$3m^2$	$r_m/r_u$	$\eta$	$\eta \cdot K_{50}$	Ocena
FM 50kHz	1	$\pm 15\text{kHz}$	5	75	1.08	0.929	0.929	FM prag?
FM 25kHz	2	$\pm 6\text{kHz}$	2	12	1.70	0.549	1.098	Dober!
FM 12.5kHz	4	$\pm 1.5\text{kHz}$	0.5	0.75	3.40	0.207	0.827	Slab!
SSB 5kHz	10	$B_R=B_u=3\text{kHz}$		1	3.16	0.231	2.309	Presluh?



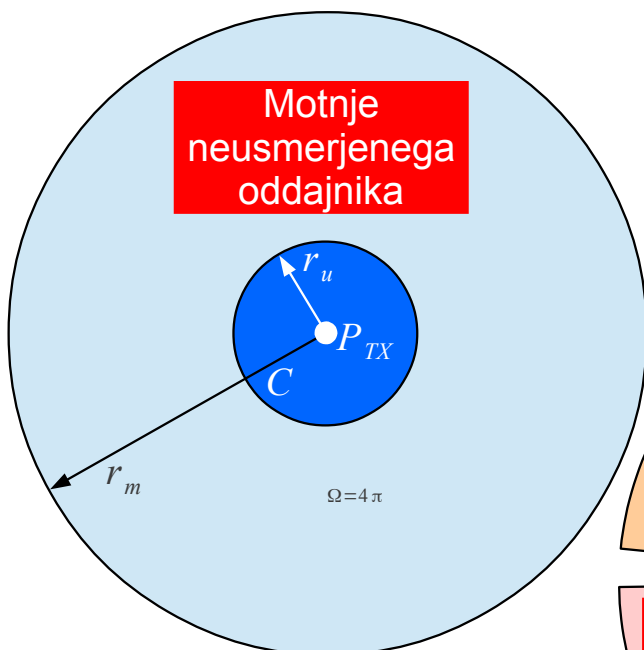
**Primer:**  
 $N=4$   
 $S/N=100$

$$\frac{r_m}{r_u} = \sqrt[4]{\frac{S/N}{3m^2}}$$

$$\eta = \frac{A_u}{A_m'} = \left( \frac{2}{1 + \frac{r_m}{r_u}} \right)^2$$



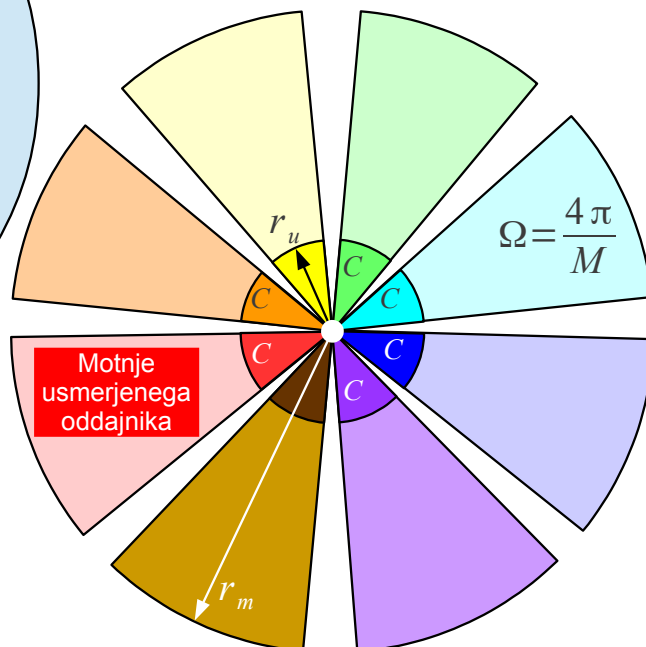
Izbira učinkovite modulacije



Uporaba usmerjenih anten:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = M$$

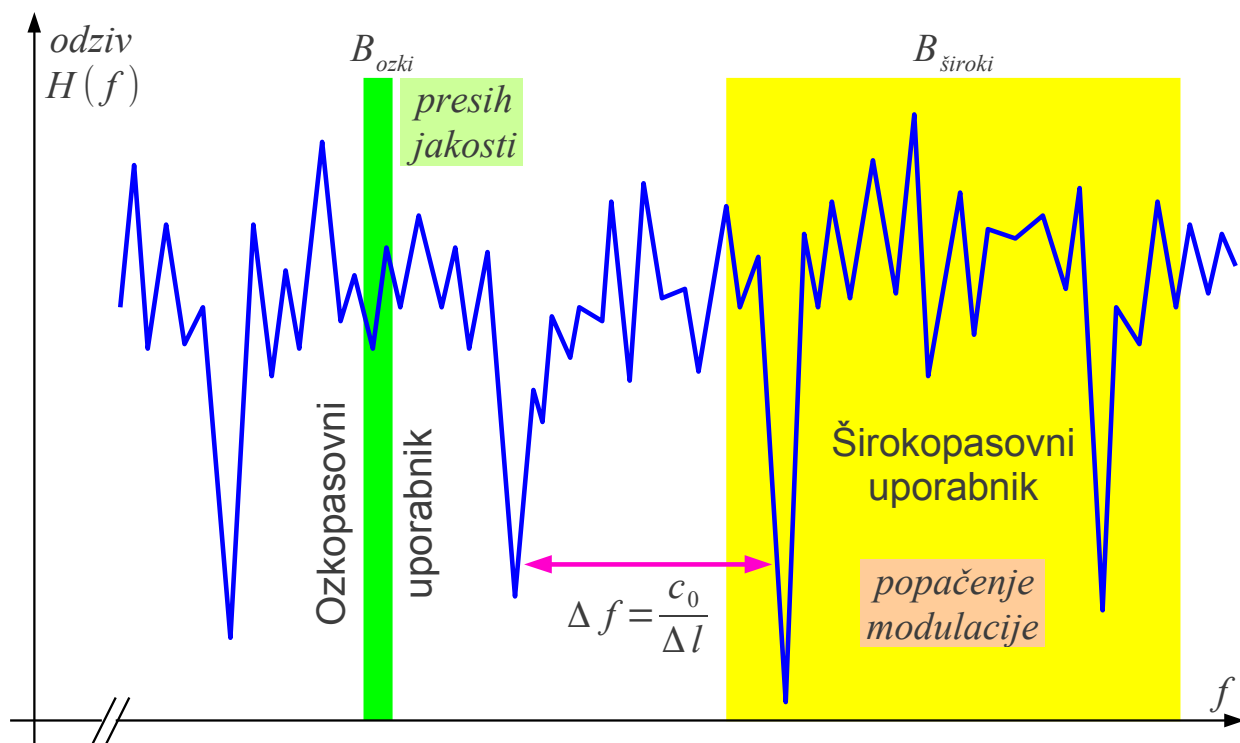
$$\sum C = MC$$



Omejitev **EIRP** je škodljiva!

Smiselna je omejitev  $\sum P_{TX}$

Povečanje zmogljivosti z usmerjenimi antenami



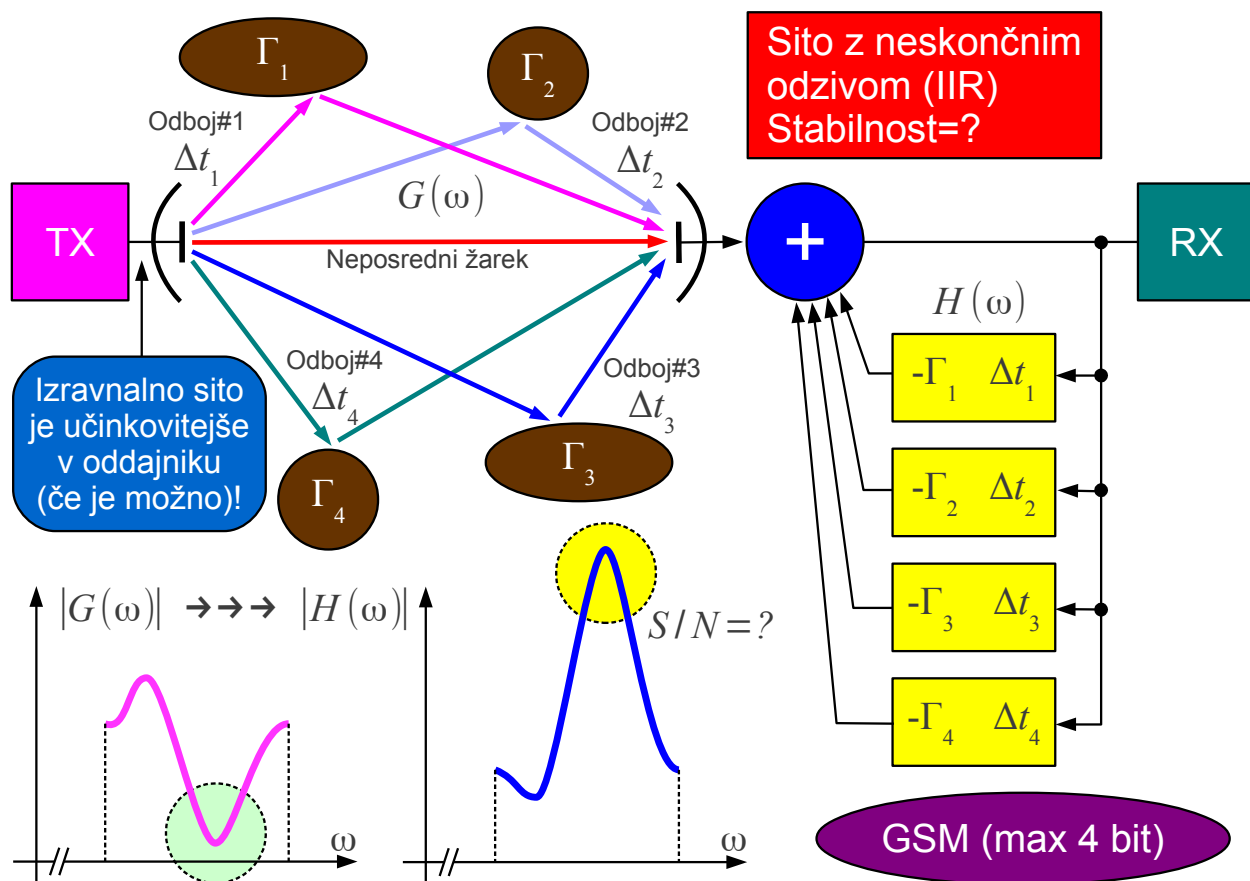
$$B_{ozki} \ll \Delta f \ll B_{široki}$$

Mestno okolje  $f_0 \approx 450 \text{ MHz}$

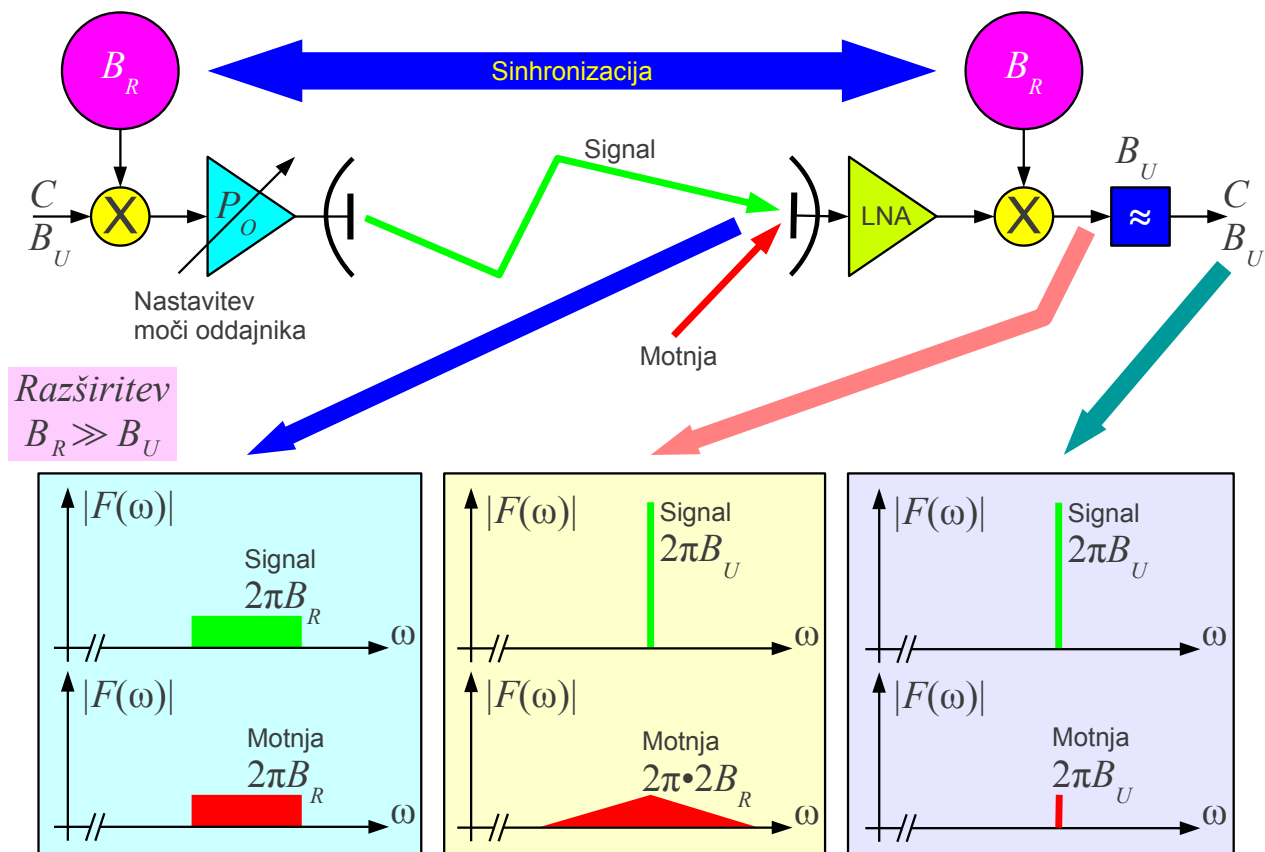
$\Delta l = 200 \text{ m} \dots 1.5 \text{ km}$

$\Delta f = 1.5 \text{ MHz} \dots 200 \text{ kHz}$

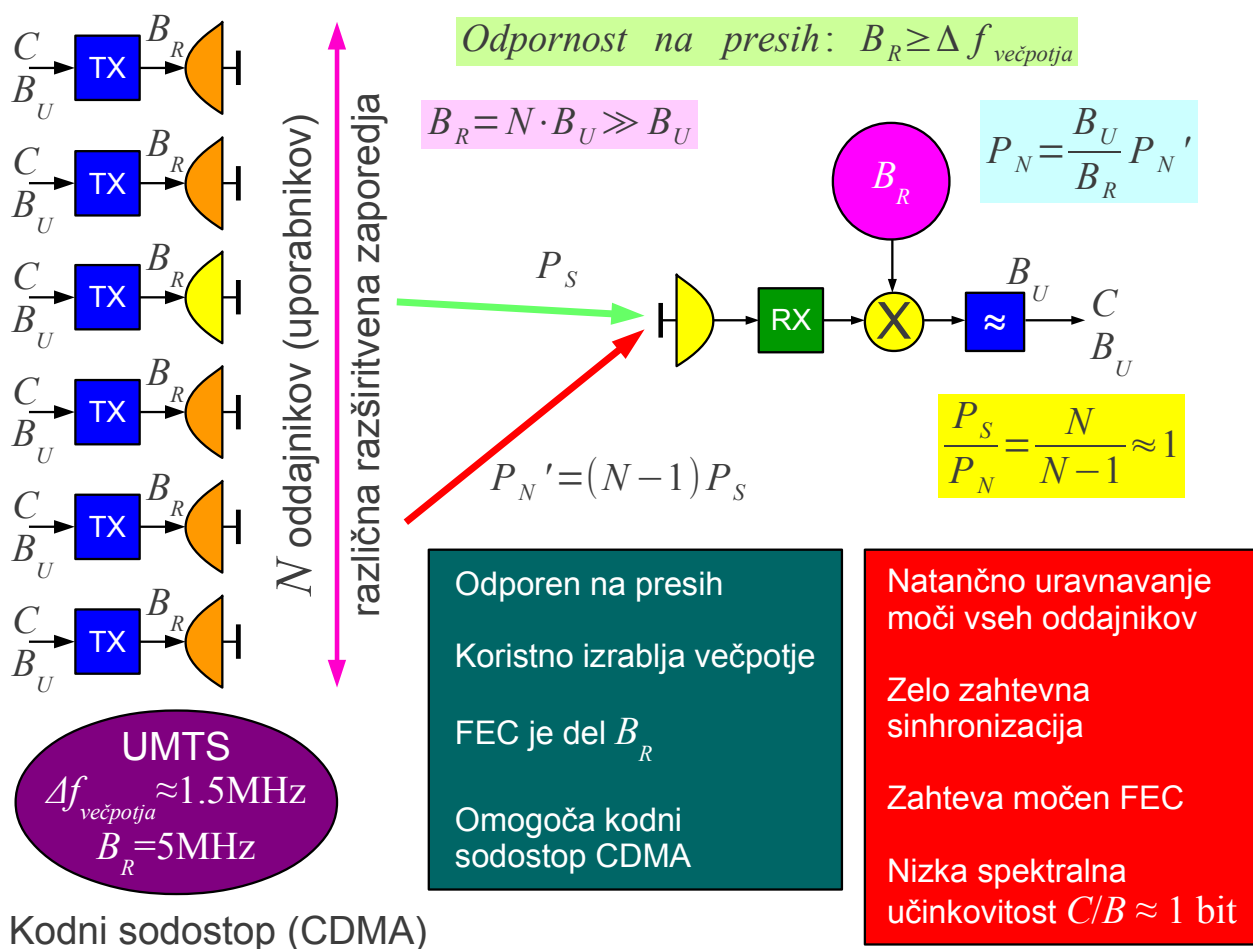
Večpotje v frekvenčnem prostoru

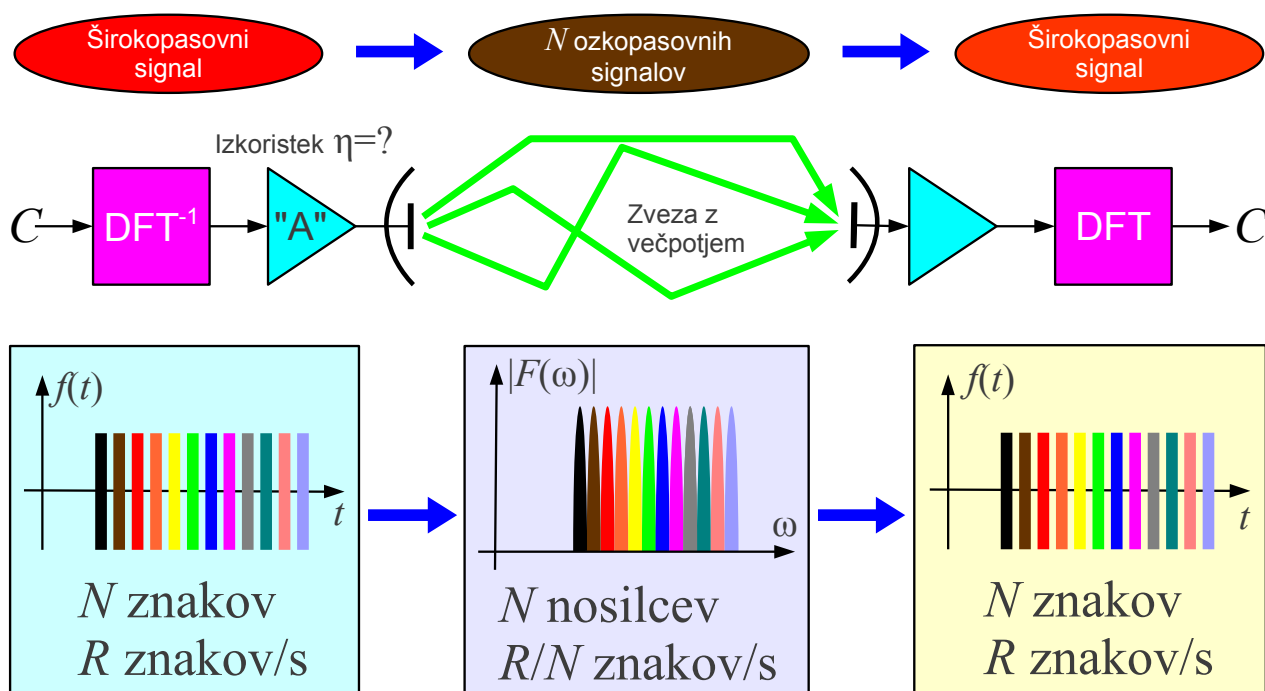


Odpravljanje popačenja večpotja z izravnalnim sitom



Razširjeni spekter (Spread spectrum)



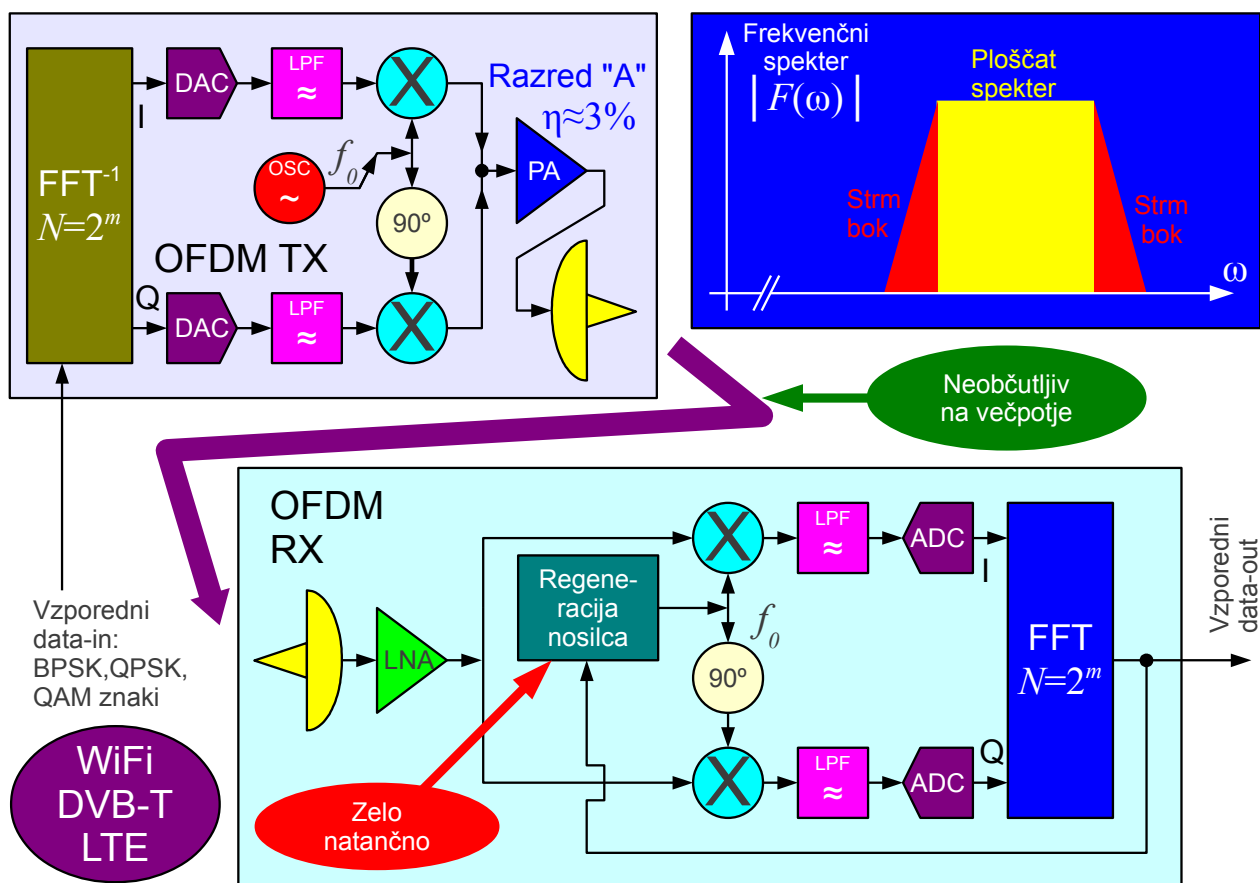


~1950 analogni večtonski modem za ionosferske zveze

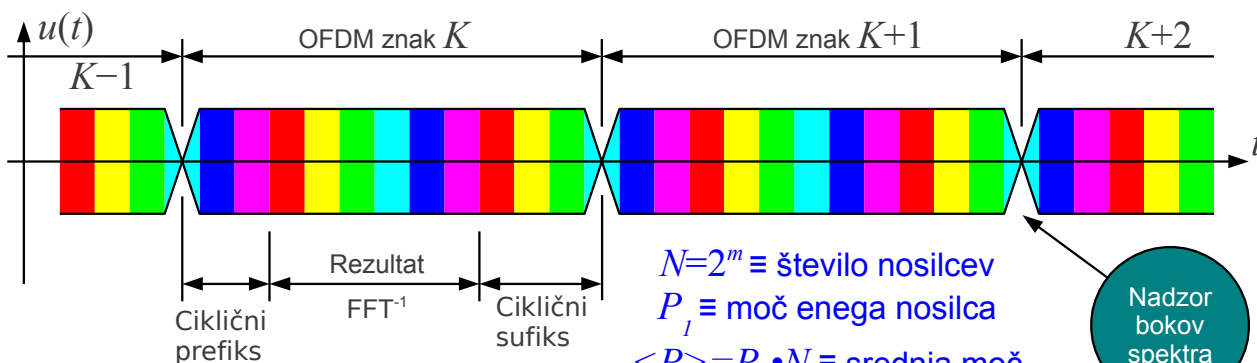
~2000 številski DFT  $\rightarrow$  OFDM WLAN (WiFi) 802.11a (FFT)

Večtonski modem kot protiukrep za popačenje večpotja





Orthogonal Frequency-Division Multiplex (OFDM)



$$t_{\text{prefiks}} + t_{\text{sufiks}} \geq \Delta t_{\text{večpotja}}$$

Nastavljiva odpornost na  $\Delta t_{\text{večpotja}}$

Skoraj pravokoten frekvenčni spekter

Zadošča šibek FEC

Spektralni izkoristek  $C/B$  dosega teoretske vrednosti BPSK, QPSK, QAM

Omogoča enofrekvenčna omrežja SFN (Single-Frequency Network)

Lastnosti OFDM

$$N = 2^m \equiv \text{število nosilcev}$$

$$P_I \equiv \text{moč enega nosilca}$$

$$\langle P \rangle = P_I \cdot N \equiv \text{srednja moč}$$

$$P_{MAX} = P_I \cdot N^2 \equiv \text{vršna moč}$$

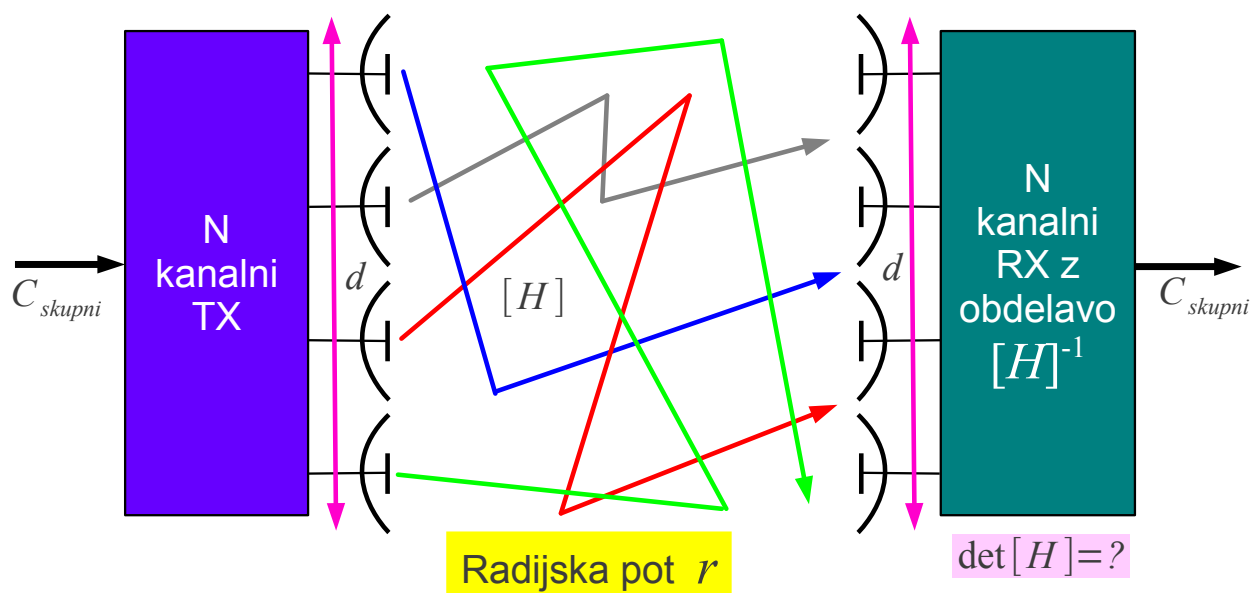
Visoko razmerje  $P_{MAX}/\langle P \rangle = N$  pogojuje slab izkoristek oddajnika  $\eta \approx 3\%$

FFT zahteva  $N \cdot \log_2 N$  računskih operacij

Ozkopasovni nosilci zahtevajo visoko frekvenčno stabilnost  $\Delta f \leq 10\% R/N$

Preveliki znaki  $\sim 12000$  bit ( $N \approx 2000$ ,  $C/B \approx 6$  bit) za nekatere protokole

Ozkopasovne motnje rušijo sinhronizacijo



Koristna uporaba večpotja!

$$C_{skupni} = N \cdot C_{kanala} = N \cdot B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{P_s}{P_n} \right)$$

(+) visoka spektralna učinkovitost:  $C/B \approx 10$  bit

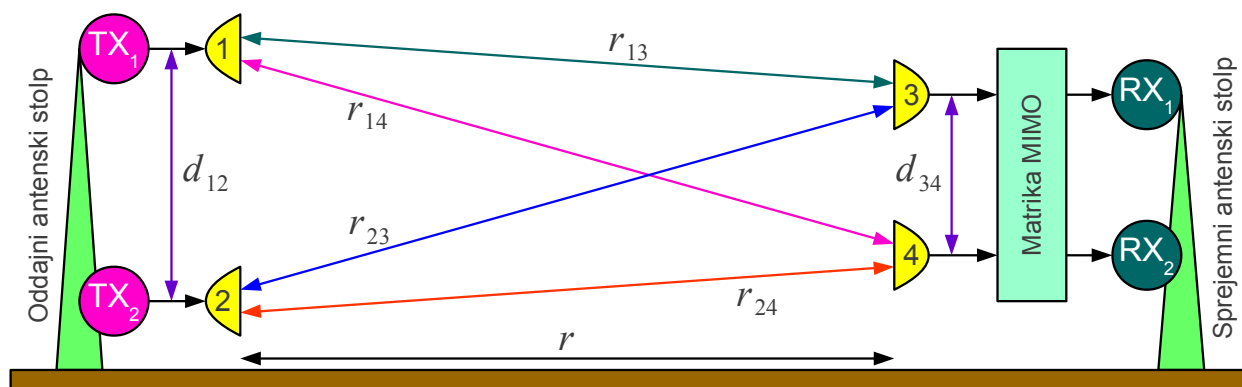
(-) zahteva  $N$  oddajnih anten in  $N$  sprejemnih anten

(+) preprosta rešitev MIMO 2x2: uporaba obeh polarizacij

(-) več kot dve polarizaciji  $\det[H] \neq 0$  le na kratkih poteh  $r \approx 2d^2/\lambda$

MIMO (Multiple-In Multiple-Out)

Podvojevanje C/B mikrovalovne zveze  $\equiv$  Line-Of-Sight MIMO



Pogoj za  $\max \det[MIMO]$ :  $r_{14} - r_{13} - r_{24} + r_{23} = \lambda/2$

$C/B > 40\text{bit}$

$$r_{13} = r_{24} = \sqrt{r^2 + ((d_{12} - d_{34})/2)^2} \approx r + \frac{d_{12}^2 - 2d_{12}d_{34} + d_{34}^2}{8r}$$

$$r_{14} = r_{23} = \sqrt{r^2 + ((d_{12} + d_{34})/2)^2} \approx r + \frac{d_{12}^2 + 2d_{12}d_{34} + d_{34}^2}{8r}$$

$$r_{14} - r_{13} - r_{24} + r_{23} \approx \frac{d_{12}d_{34}}{r} \rightarrow d_{12}d_{34} = r \cdot \lambda/2$$

MIMO brez večpotja

Zgled:

$$r = 10\text{km} \quad f = 15\text{GHz}$$

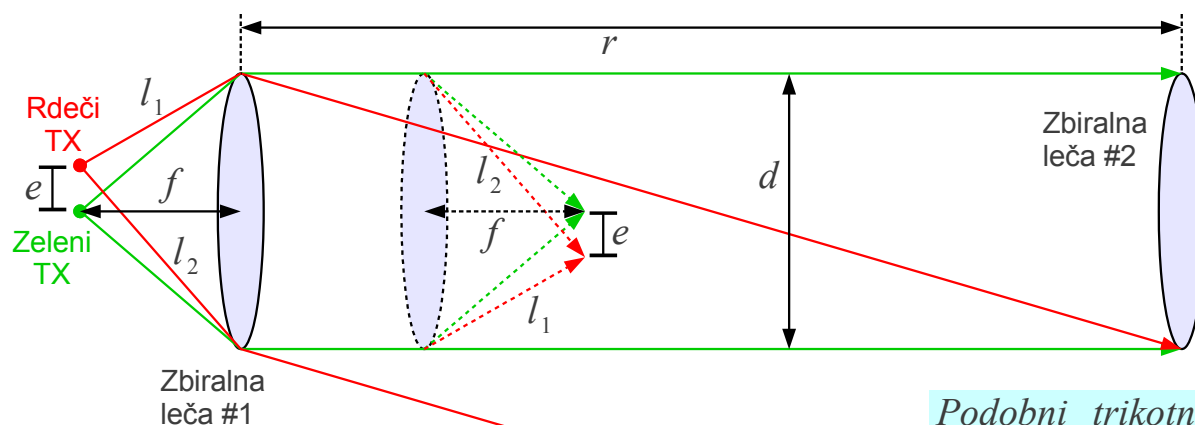
$$\lambda = c_0/f = 2\text{cm}$$

$$\langle d \rangle = \sqrt{d_{12}d_{34}}$$

$$\langle d \rangle = \sqrt{r \cdot \lambda/2} = 10\text{m}$$

Preizkus:

$$r = \frac{2\langle d \rangle^2}{\lambda} = 10\text{km}$$



Točki razločimo, ko je razlika poti večja od  $\lambda/2$ :

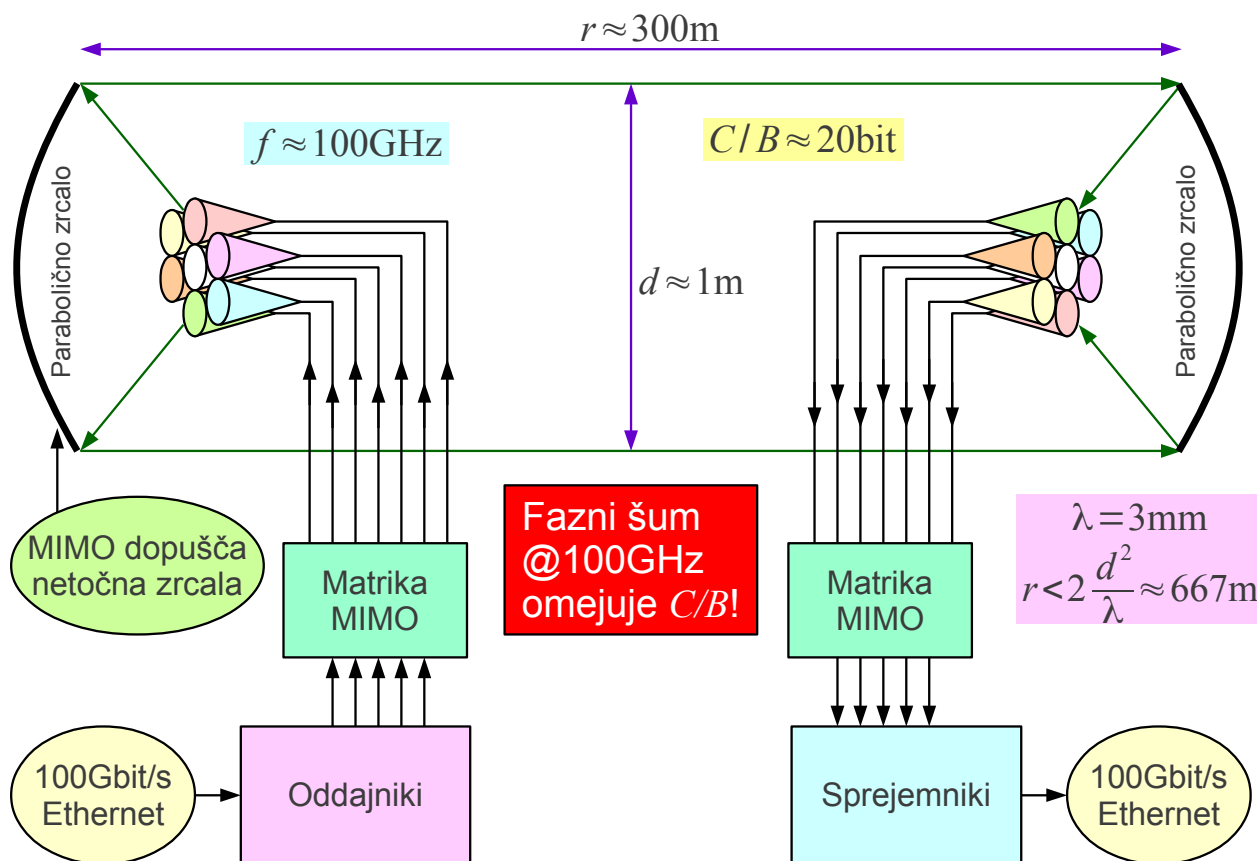
$$l_2 - l_1 = \sqrt{f^2 + (d/2 + e)^2} - \sqrt{f^2 + (d/2 - e)^2} \approx \frac{de}{f} > \frac{\lambda}{2}$$

Podobni trikotniki

$$\frac{e}{f} = \frac{d}{r}$$

Geometrijska optika

$$\text{Pogoj } r < \frac{2d^2}{\lambda}$$



Visokozmogljiva zveza na kratko razdaljo

\* \* \* \* \*