

16. Zemeljsko ozračje

Zrak pogosto obravnavamo povsem enako kot prazen prostor (vakuum), ki za radijsko valovanje nima dielektričnih $\epsilon \approx \epsilon_0$ lastnosti niti feromagnetnih $\mu \approx \mu_0$ lastnosti niti izgub $\gamma \approx 0$. Pri tlaku $p \approx 1 \text{ bar}$ so plini sicer za tri velikostne razrede redkejši od tekočin in trdnih snovi, vendar še vedno učinkujejo na elektromagnetno valovanje. Radijske valove ločijo od svetlobe rezonance molekul zraka, kjer v vmesnem področju slabljenje preseže -1000 dB/km .

Učinki na elektromagnetno valovanje se razlikujejo glede na gostoto in sestavo ozračja. Gostota ozračja zvezno upada z višino vse do "praznine" vesolja, ki sploh ni dober vakuum! Mejo ozračja Zemlje preprosto postavimo tja, kjer prevladajo delci Sončevega vetra. Temperatura ozračja z nadmorsko višino h upada (troposfera, mezosfera) oziroma z nadmorsko višino h narašča (stratosfera, termosfera) zaradi različnih fizikalnih pojavov:

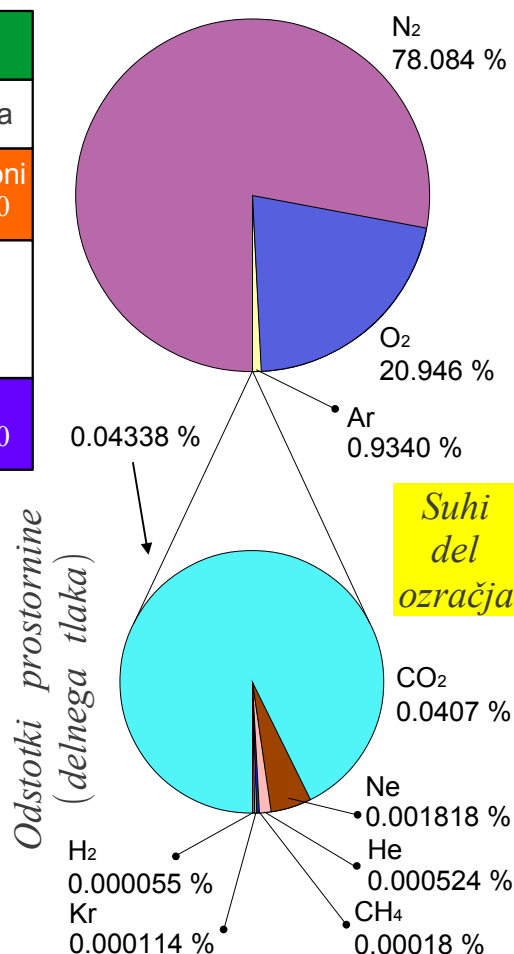
Plast ozračja	Višina h	Temperatura	EM učinek
Eksosfera	>700km	$dT/dh \approx 0$	Praznina vesolja
Termosfera	80km–700km	$dT/dh > 0$	Ionosfera elektroni $\epsilon_r(\omega) < 1$ $\gamma(\omega) > 0$
Mezosfera	50km–80km	$dT/dh < 0$	Brez večjega učinka (O_3)
Stratosfera	12km–50km	$dT/dh > 0$	
Troposfera	0–12km	$dT/dh < 0$	Nevtralni plini $\epsilon_r(\omega) > 1$ $\gamma(\omega) > 0$

Mokri del ozračja

0.4% vodne pare v povprečju
1% vodne pare ob gladini morja
5% vodne pare v vročih tropskih krajih

vsebnost vodne pare hitro upada s temperaturo/višino

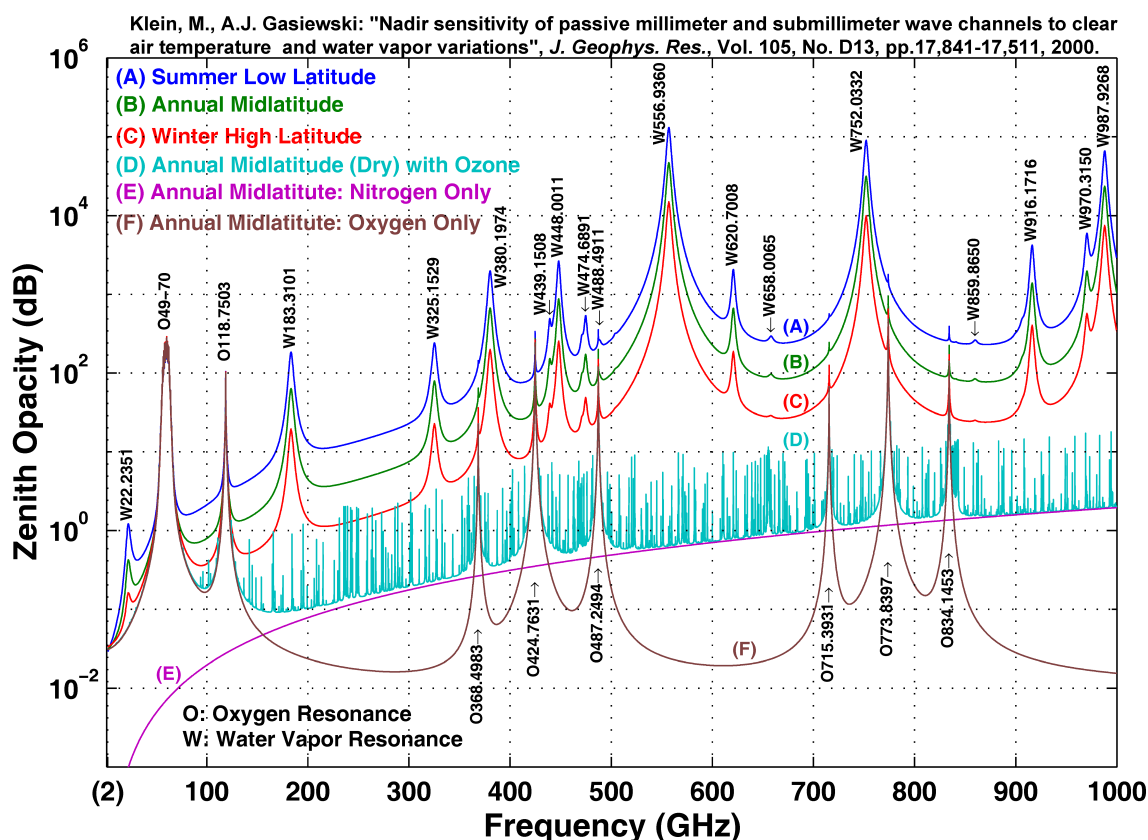
Sestava zemeljskega ozračja



Odstotke sestavin ozračja običajno pišemo kot prostorninske deleže

oziroma delne tlake plinastih sestavin. Molekula kisika O_2 je le malenkost težja od molekule dušika N_2 oziroma atomov argona Ar . Pač pa so molekule vodne pare H_2O skoraj pol lažje od molekule kisika, zato je masni delež vodne pare skoraj pol manjši od njenega prostorninskega deleža. Vodna para je prozoren plin, ki ga ne vidimo za razliko od oblakov iz kapljic tekoče vode oziroma iz kristalčkov ledu.

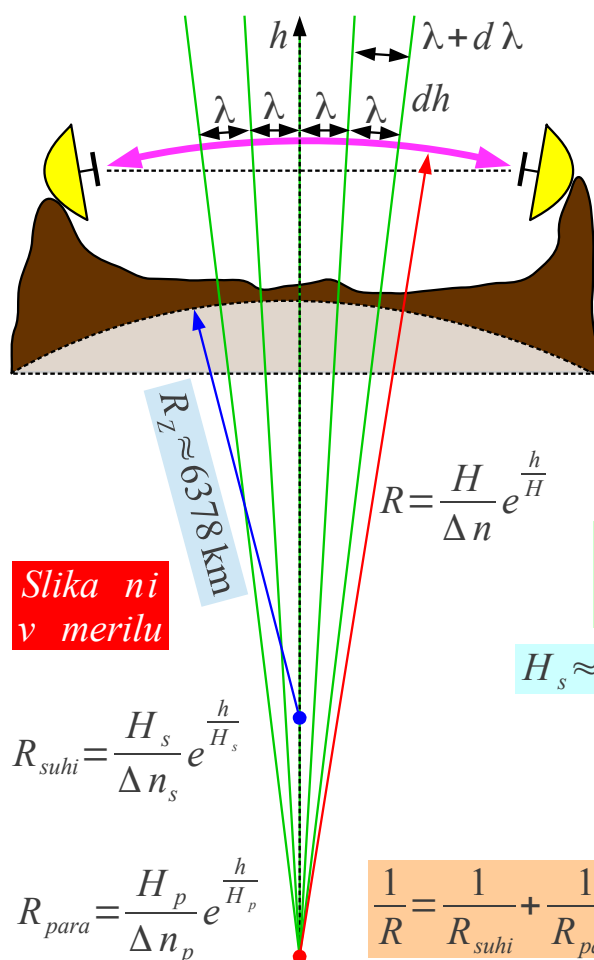
Od vseh sestavin ozračja brez oblakov imata na radijske valove največji učinek vodna para H_2O in molekularni kisik O_2 . Vodna para ima najnižjo rezonančno frekvenco $f \approx 22\text{GHz}$, molekularni kisik O_2 pa več rezonanc v frekvenčnem pasu okoli $f \approx 60\text{GHz}$. Ozon O_3 v stratosferi šibko vpija številne ozke črte:



Zenitno slabljenje zemeljskega ozračja

Slabljenje vodne pare pri frekvenci $f \approx 22\text{GHz}$ zelo niha okoli povprečne vrednosti -0.2dB/km tik nad morsko gladino glede na vsebnost vodne pare, ki s temperaturo narašča. Slabljenje kisika v pasu $f \approx 60\text{GHz}$ dosega -14dB/km tik nad morsko gladino. Izredno močna rezonanca vodne pare pri $f \approx 557\text{GHz}$ dodaja širokopasovno slabljenje tudi na dosti nižjih frekvencah v pasu $20\text{GHz} < f < 200\text{GHz}$.

Lomni količnik ozračja se za radijske valove in vidno svetlobo le malenkost razlikuje od enote. Odstopanje lomnega količnika od enote $\Delta n e^{-h/H}$ v troposferi eksponentno upada z višino po barometerski enačbi. Kljub močnim rezonancam kisika okoli $f \approx 60\text{GHz}$ odstopanje lomnega količnika Δn upade za manj kot odstotek pod $f < 100\text{GHz}$ in se razpolovi za vidno svetlobo:



Lom radijskih valov v troposferi

Dobro premešano ozračje

$$n(h) = \sqrt{\epsilon_r(h)} \approx 1 + \Delta n e^{-h/H}$$

Suhi del

$$H_s \approx \begin{cases} 9\text{km} & \text{poleti} \\ 8\text{km} & \text{pozimi} \end{cases}$$

$$\Delta n_s \approx \begin{cases} 0.0003 & \text{radio} \\ 0.00015 & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Podobni trikotniki $\frac{\lambda}{R} = \frac{\lambda + d\lambda}{R + dh} = \frac{d\lambda}{dh}$

$$\lambda(h) = \frac{\lambda_0}{n(h)} \rightarrow \frac{d\lambda}{dh} = -\frac{\lambda_0}{n^2} \frac{dn}{dh} \approx \lambda \frac{\Delta n}{H} e^{-h/H}$$

$$H_s \approx 8.5\text{km} \rightarrow R_{\text{suhi}}(h=0) \approx 28300\text{km} \text{ (radio)}$$

Upoštevanje vodne pare $H_p \approx 1.5\text{km}$

$$n(h) \approx 1 + \Delta n_s e^{-h/H_s} + \Delta n_p e^{-h/H_p}$$

$$R(h=0) \approx \begin{cases} 25000\text{km} & \text{radio} \\ 50000\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Majhne spremembe lomnega količnika z višino imajo velik učinek na vodoravno radijsko zvezo ali svetlobno opazovanje. Ker lomni količnik upada z višino, se valovne fronte pahljačasto odpirajo. Iz podobnih trikotnikov lahko izračunamo krivinski polmer loka R , po katerem potuje valovanje. V zemeljskem ozračju niti svetloba ne potuje premočrtno!

V dobro premešanem ozračju je razmeroma preprosto določiti lom radijskih valov oziroma svetlobe v suhih sestavinah: dušik, kisik, argon. Poleti se ozračje ogreje in napihne, da konstanta v eksponentu naraste na

$H_s \approx 9\text{km}$. Pozimi se ozračje ohladi in skrči, da konstanta v eksponentu upade na $H_s \approx 8\text{km}$.

Pri konstantnem tlaku je odstopanje lomnega količnika Δn_s obratno sorazmerno absolutni temperaturi. Povprečni vrednosti $H_s \approx 8.5\text{km}$ in $\Delta n_s \approx 0.0003$ dajeta krivinski polmer radijskih valov $R_{suhi} \approx 28300\text{km}$ v popolnoma suhem ozračju brez vodne pare tik nad morsko gladino.

Težje je določiti učinek vodne pare, ker se njen delež v ozračju zelo spreminja. Tlak nasičenja vodne pare hitro upada s temperaturo, zato delež vodne pare hitro upada z nadmorsko višino. Razmeroma majhna konstanta $H_p \approx 1.5\text{km}$ zelo povečuje lom valovanja v prisotnosti vodne pare.

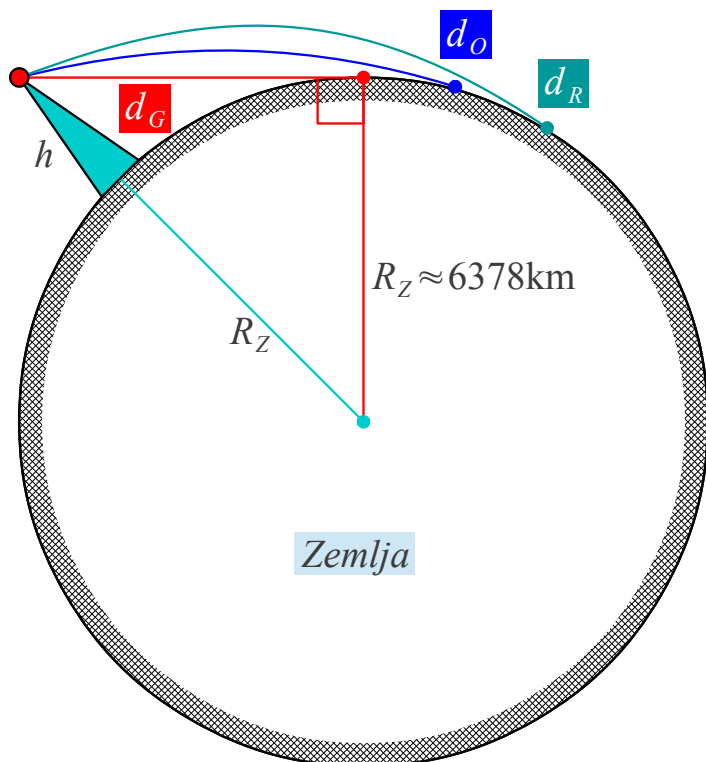
Obratno vrednost krivinskega polmera imenujemo ukrivljenost $1/R$. Skupna ukrivljenost $1/R = 1/R_{suhi} + 1/R_{para}$ je vsota ukrivljenosti suhega dela in vodne pare. Skupni krivinski polmer znaša približno $R \approx 25000\text{km}$ tik nad gladino morja za radijske valove in dvakrat več za svetlobo. Skupni krivinski polmer narašča z nadmorsko višino in postane neskončno velik v praznini vesolja.

Geometrijsko vidljivost d_G iz stolpa ali vzpetine določene višine h do obzorja določa Pitagorov izrek. Optična vidljivost $d_o > d_G$ je večja od geometrijske, ker se svetloba širi po loku. Radijska vidljivost $d_R > d_o$ je še večja od optične, ker radijski valovi še bolj ukrivljajo proti površju Zemlje od svetlobnih žarkov.

Računanje z ukrivljenostmi zelo poenostavi določanje vidljivosti. Od ukrivljenosti Zemlje preprosto odštejemo ukrivljenost žarka valovanja $1/R_Z - 1/R = 1/R_{eff}$. Namesto resničnega polmera Zemlje R_Z vstavimo v Pitagorov izrek efektivni polmer Zemlje R_{eff} .

Efektivni polmer Zemlje v dobro premešanem ozračju znaša tik nad gladino morja približno $R_{eff} \approx 8650\text{km} \approx 4/3 R_Z$ štiri tretjine resničnega polmera Zemlje. Razmerje $R_{eff}/R_Z = K$ označimo z veliko črko K . Ko bi na našem planetu imeli štirikrat gostejše ozračje enake sestave z zračnim tlakom $p \approx 4\text{bar}$, bi šel efektivni polmer v neskončnost $R_{eff} \rightarrow \infty$.

Radijski valovi bi pri dovolj visokem zračnem tlaku $p \geq 4\text{bar}$ lahko preprosto sledili ukrivljenosti Zemlje. Svetloba se manj lomi, zato je efektivni polmer Zemlje za svetlobo komaj $R_{eff} \approx 7310\text{km}$ tik nad gladino morja. Kljub temu na površini planeta Venera pri $p \approx 93\text{bar}$ večinoma CO_2 obzorja ni...

Slika ni
v meriluOzračje $n(h)$ 

Geometrijska, optična in radijska vidljivost

$$R \approx \left\{ \begin{array}{l} 25000\text{km} \text{ radio} \\ 50000\text{km} \text{ vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

Odštevanje ukrivljenosti

$$\frac{1}{R_{\text{eff}}} = \frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}$$

$$R_{\text{eff}} \approx \left\{ \begin{array}{l} 8560\text{km} \text{ radio} \\ 7310\text{km} \text{ vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

$$K = \frac{R_{\text{eff}}}{R_Z} \approx \frac{4}{3} \quad (\text{radio})$$

Geometrijska vidljivost

$$d_G = \sqrt{(R_Z + h)^2 - R_Z^2} \approx \sqrt{2 R_Z h}$$

$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow d_G \approx 35.7\text{km}$$

Optična/radijska vidljivost

$$d = \sqrt{(R_{\text{eff}} + h)^2 - R_{\text{eff}}^2} \approx \sqrt{2 R_{\text{eff}} h}$$

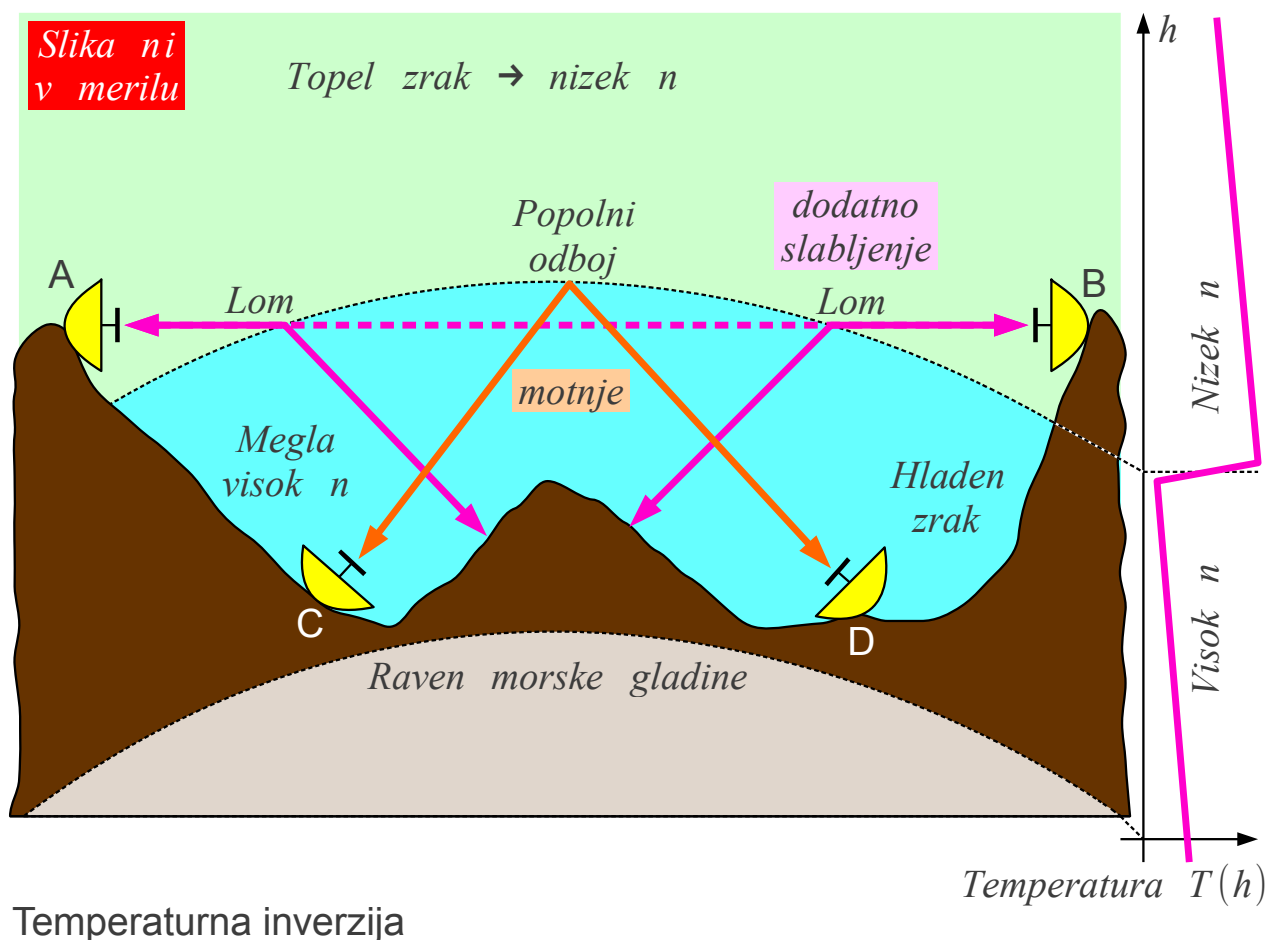
$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow$$

$$d \approx \left\{ \begin{array}{l} 41.4\text{km} \text{ radio} \\ 38.2\text{km} \text{ vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

Efektivni polmer upada z nadmorsko višino proti resničnemu polmeru Zemlje $R_{\text{eff}} \rightarrow R_Z$. Pri višini stolpa oziroma vzpetine $h=100\text{m} \ll H_s, H_p$ smemo spremembe krivinskega polmera žarkov in efektivnega polmera Zemlje z nadmorsko višino zanemariti. Gledano iz višine $h=100\text{m}$ se nahaja geometrijsko obzorje na oddaljenosti $d_G=35.7\text{km}$, vidno obzorje na razdalji $d_O=38.2\text{km}$ in radijsko obzorje na razdalji $d_R=41.4\text{km}$.

Pojavi v zemeljskem ozračju niso preprosti. Poleg velikih sprememb vsebnosti vodne pare sploh ni nujno, da je ozračje dobro premešano. V primeru temperaturne inverzije hladen zrak v dolinah prekriva toplejši zrak v višinah. Potek lomnega količnika z nadmorsko višino tedaj ne sledi barometerski enačbi. Običajni $K \approx 4/3$ lahko postane v določenih vremenskih razmerah tudi manjši od enote $K < 1$.

Lom valovanja na meji temperaturne inverzije lahko dodatno poveča slabljenje radijske zveze med točkama A in B na sliki. Popolni odboj na meji toplotne inverzije lahko vzpostavi radijsko vidljivost med točkama C in D na sliki, kar lahko pomeni nepredvidene motnje:



Temperaturna inverzija ni omejena na meglo v ozkih gorskih dolinah, pač pa se lahko razteza v vodoravni smeri na stotine ali celo tisoče kilometrov čez morje. Temperaturna inverzija lahko prekine skrbno načrtovano mikrovalovno zvezo z visoko zalogo dometa ali pa silno poveča domet radarja na krovu vojaške ladje. Kljub skrbnemu načrtovanju radijske zveze izpada ne moremo povsem preprečiti. Presih sprejema je snov naslednjega poglavja.

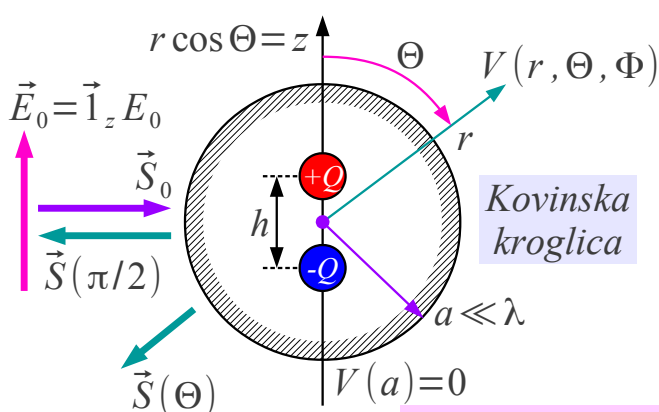
Poleg plinov so v ozračju prisotne tudi tekočine, večinoma kot dežne kapljice in trdne snovi, večinoma kot snežinke. Vodne pare ne vidimo. Vidni oblaki so sestavljeni iz dežnih kapljic oziroma snežink. Ker so dežne kapljice in snežinke dosti večje $a \gg \lambda$ od valovne dolžine vidne svetlobe, njihova odmevna površina ni odvisna od barve niti od polarizacije svetlobe. Za odmevno površino velja približek za veliko prevodno kroglo $\sigma \approx \pi a^2$. Oblake iz dežnih kapljic oziroma snežink zato vidimo bele barve.

Dežne kapljice oziroma snežinke so običajno dosti manjše $a \ll \lambda$ od valovne dolžine radijskih valov. Odboj elektromagnetnega valovanja na delcih, ki so dosti manjši od valovne dolžine, imenujemo Rayleighjevo sipanje (angleško: Rayleigh scattering). Rayleighjevo sipanje je obratno sorazmerno četrti potenci valovne dolžine. Odboj od delca v prečni smeri na širjenje

vpadnega valovanja je vedno premo polariziran.

Rayleighjevo sipanje izpeljemo iz odmevne površine majhne kovinske ali dielektrične kroglice. Ker je kroglica $a \ll \lambda$ dosti manjša od valovne dolžine, smemo računati električno polje \vec{E} v njeni neposredni bližini preko enačb elektrostatike. V elektrostatiki $k = \omega/c_0 \rightarrow 0$ se valovna enačba za skalarni potencial poenostavi v $\Delta V \approx 0$.

Na površini kovinske kroglice mora biti potencial konstanten oziroma enak nič $V(r=a)=0$. Daleč proč od kroglice mora biti potencial nemoten $V(r \rightarrow \infty) = -E_0 z$. Elektrostatično nalogo reši točkasti električni dipol Qh v središču kroglice. Zveznost toka in elektrine zahteva, da isti točkasti električni dipol seva kot tokovni element Ih v dinamiki:



Prazen prostor $\Delta V + k^2 V = 0$

$a \ll \lambda \rightarrow$ Statika $\Delta V \approx 0$

Pogoja $V(a)=0$ in $V(\infty) = -E_0 z$

$$V(r, \Theta, \Phi) = E_0 \left(-r + \frac{a^3}{r^2} \right) \cos \Theta$$

$$\text{Statika } V_{\text{dipol}}(r, \Theta, \Phi) = \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \Theta}{r^2}$$

Zveznost $I = j\omega Q$

$$\text{Sevanje točkastega dipola } \vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} Ih \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

$$Qh = 4\pi\epsilon_0 a^3 E_0 \rightarrow Ih = 4\pi\epsilon_0 j\omega a^3 E_0 \rightarrow \vec{E} \approx -\vec{1}_\Theta k^2 a^3 E_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

$$\text{Gostota sevane moči } \vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r k^4 a^6 \frac{|E_0|^2}{2Z_0} \frac{\sin^2 \Theta}{r^2} = \vec{1}_r k^4 a^6 |\vec{S}_0| \frac{\sin^2 \Theta}{r^2}$$

$$\vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{S}_0| \sigma}{4\pi r^2} \quad \& \quad \sin \Theta = 1 \rightarrow \sigma = 4\pi r^2 \frac{|\vec{S}(\pi/2)|}{|\vec{S}_0|} = 4\pi k^4 a^6 = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4}$$

Odmevna površina majhne krogle

$$\text{Dielektrična kroglica} \quad \sigma = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

Iz gostote sevane moči tokovnega elementa izračunamo odmevno površino σ majhne kovinske kroglice. Odmev v smeri nazaj proti izvoru valovanja (monostatični radar) vedno ustreza maksimumu sevanja tokovnega elementa $\sin \Theta = 1$ ne glede na polarizacijo vpadnega vala. Odmev je sorazmeren kvadratu prostornine kroglice oziroma šesti potenci njenega polmera a^6 ter obratno sorazmeren četrti potenci valovne dolžine λ^{-4} .

Odmev od dielektrične kroglice prav tako opiše točkasti električni dipol. Rešitev elektrostatične naloge zahteva dva ločena nastavka za potencial V_Z zunaj in V_N znotraj kroglice. Štiri konstante rešitev dveh diferencialnih enačb drugega reda določajo nemoten potencial daleč proč od kroglice $V(r \rightarrow \infty) = -E_0 z$, dva prestopna pogoja za tangencialno komponento električnega polja $\vec{E}_t(r=a)$ in normalno komponento električnega pretoka $D_n(r=a)$ ter odsotnost singularnosti v središču dielektrične kroglice $r=0$.

Jakost tokovnega elementa Ih pridobi faktor $K = (\epsilon_r - 1)/(\epsilon_r + 2)$, kar v končnem rezultatu za odmevno površino majhne kroglice pomeni:

$$\sigma_{\text{dielektrik}} = \sigma_{\text{kovina}} |K|^2 = \sigma_{\text{kovina}} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

Odmev majhne $a \ll \lambda$ kovinske ali dielektrične kroglice v poljubni smeri je sorazmeren kvadratu $\sin^2 \Theta$ smernega diagrama tokovnega elementa. Tokovni element je vedno zasukan v smer vpadnega električnega polja. Smerni diagram tokovnega elementa moramo upoštevati v primeru bistatičnega radarja oziroma opazovanja odmeva od majhne kroglice v poljubno smer. Ker je tokovni element vedno obrnjen v smeri vpadnega električnega polja, smerni diagram tokovnega elementa spreminja polarizacijo odmeva v poljubno smer.

Rayleighjevo sipanje je odmev od številnih majhnih $a \ll \lambda$ delcev. Ker odmevi od posameznih delcev med sabo niso sinhronizirani, pač pa imajo naključno fazo, se v povprečju seštevajo moči odmevov oziroma odmevne površine.

Molekule zraka so dosti manjši delci od valovne dolžine vidne svetlobe. Vijolično svetlobo ozračje vpija. Od ostalih barv se na molekulah zraka najbolj siplje modra svetloba. Popolnoma jasno nebo brez oblakov je zato modre barve.

Sipanje nepolarizirane sončne svetlobe proti bočnemu opazovalcu je popolnoma polarizirano zaradi smernih diagramov posameznih tokovnih elementov v molekulah ozračja. Fotografii znajo opisani naravni pojav spretno izkoristiti. Pred objektivom fotoaparata skrbno nastavijo polarizator, da oblaki in drugi predmeti izstopajo na temnem ozadju modrine neba.

Kapljice dežja so skoraj okrogle oblike premera v velikostnem razredu

$2a \approx 1\text{mm}$. Rayleighjevo sipanje mikrovalov $\lambda \approx 3\text{cm}$ na dežnih kapljicah omogoča premagovanje ukrivljenosti Zemlje in naravnih ovir v radijskih zvezah. Žal polarizacije Rayleighjevega sipanja na kapljicah dežja ne razumejo radioamaterji.

V frekvenčnem pasu $f \approx 10\text{GHz}$ radioamaterji večinoma uporabljajo vodoravno premo polarizacijo. Slednja se na kapljicah dežja siplje naprej in nazaj ter navzdol in navzgor od smeri vpadnega valovanja. Bočno sipanje levo in desno je v vodoravni ravnini zelo majhno, saj ustreza ničli $\sin \Theta \approx 0$ smernega diagrama vodoravnega tokovnega elementa!

Dosti let pred radioamaterji so Rayleighjevo sipanje radijskih valov na dežnih kapljicah izkoristili vremenoslovci. J. S. Marshall in W. M. Palmer sta leta 1948 našla povezavo med jakostjo padavin in radarskim odmevom od deževnega oblaka. Z naraščanjem jakosti padavin se povečuje velikost kapljic dežja. Z velikostjo kapljic narašča hitrost padanja kapljic. V skupnem računu je odmevna površina $\sigma = \alpha R^{8/5}$ sorazmerna potenci $8/5$ jakosti padavin:

Dežna kapljica $\sigma = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 (2a)^6$

$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 = |K|^2 \equiv \text{delektrični faktor}$

$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \approx \begin{cases} 0.93 & (\text{voda } \epsilon_r \approx 80) \\ 0.21 & (\text{led } \epsilon_r \approx 3.5) \\ 1 & (\text{kovina } \epsilon_r \rightarrow \infty) \end{cases}$

Naključna faza $\rightarrow \sigma = \sum_i \sigma_i$

$Z = \frac{1}{\Delta V} \sum_i (2a_i)^6 \equiv \text{faktor odboja}$

$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z \leftarrow Z [\text{m}^3]$

Dež $\sigma = V \eta = V \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z$

Odmevna površina padavin

J. S. Marshall & W. M. Palmer 1948

$R \left[\frac{\text{mm}}{\text{h}} \right] \equiv \text{jakost padavin}$

$Z \left[\frac{\text{mm}^6}{\text{m}^3} \right] = 200 R^{1.6} \quad R = \left(\frac{Z}{200} \right)^{0.625}$

$Z_{\text{dBZ}} = 10 \log_{10} \frac{Z}{Z_0} \quad Z_0 = \frac{1\text{mm}^6}{1\text{m}^3} = 10^{-18} \text{m}^3$

Padavine	R[mm/h]	Z[dBZ]	Z[m ³]	Barva
Toča	205mm/h	60dBZ	10 ⁻¹² m ³	
	100mm/h	55dBZ	3·10 ⁻¹³ m ³	
Naliv	49mm/h	50dBZ	10 ⁻¹³ m ³	
	24mm/h	45dBZ	3·10 ⁻¹⁴ m ³	
Dež	12mm/h	40dBZ	10 ⁻¹⁴ m ³	
	5.6mm/h	35dBZ	3·10 ⁻¹⁵ m ³	
	2.7mm/h	30dBZ	10 ⁻¹⁵ m ³	
Rosenje	1.3mm/h	25dBZ	3·10 ⁻¹⁶ m ³	
	0.6mm/h	20dBZ	10 ⁻¹⁶ m ³	

Zaradi visoke relativne dielektričnosti tekoče vode $\epsilon_r \approx 80$ se odboj od kapljice dežja kaj dosti ne razlikuje od odboja od enako velike kovinske

kroglice $|K|^2 \approx 0.93$. Relativna dielektričnost ledu je okoli $\epsilon_r \approx 3.5$, kar daje nižji dielektrični faktor $|K|^2 \approx 0.21$. Snežinke so precej večje od kapljice dežja iste mase. Odmev od snežink je zato podoben odmevu od dežja. Največji radarski odmev dajejo snežinke, ki se ravno začenjajo taliti.

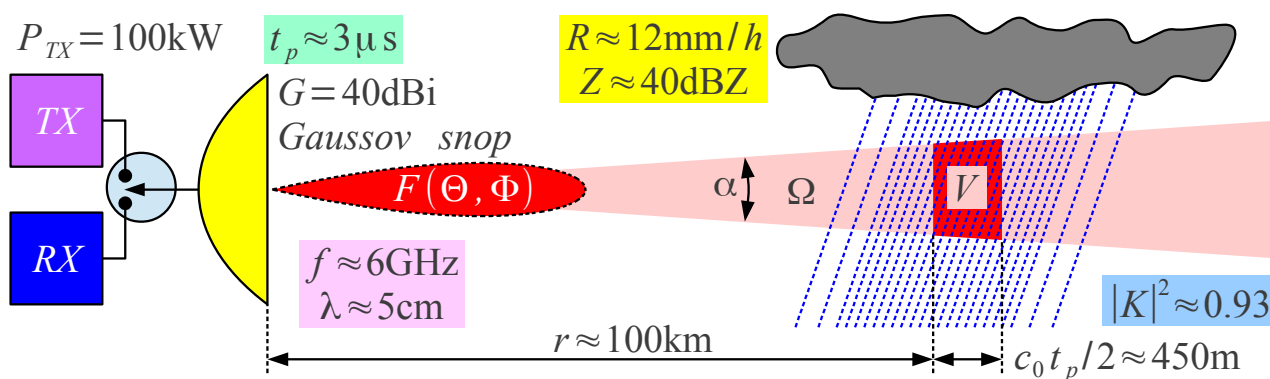
Odmev od padavin opisuje faktor odboja Z . Faktor odboja $Z = 1 \text{ mm}^6 / 1 \text{ m}^3$ pomeni eno kapljico dežja premera $2a = 1 \text{ mm}$ v enem kubičnem metru zraka. Pozor, konstanta 200 v enačbi Marshall-Palmer ima merske enote $[\text{mm}^6 / (\text{mm}/\text{h})^{1.6}]$! Faktor odboja Z vremenoslovci pogosto navajajo v logaritemskih merskih enotah $[\text{dBZ}]$ glede na na dogovorjeno referenco milimetrске kapljice v kubičnem metru $Z_0 = 1 \text{ mm}^6 / 1 \text{ m}^3 = 10^{-18} \text{ m}^3$.

Zaradi naključne faze prispevkov je odmevna površina deževnega oblaka preprosto vsota odmevnih površin posameznih kapljic. Gostoto odmevne površine v enoti prostornine oblaka $\eta = d\sigma / dV$ izračunamo za izbrano valovno dolžino iz faktorja odboja Z , ki ga moramo vnesti v enačbo za odmevno površino v merskih enotah MKSA $[\text{m}^3]$.

Jakost padavin R lahko izračunamo iz faktorja odboja Z , ki ga izmerimo z vremenskim radarjem. Velikostni razred faktorja odboja Z se giblje v mejah od 20 dBZ (šibko rosenje) vse do 60 dBZ (hud naliv s točo). Na radarskih slikah padavin je faktor odboja Z pogosto prikazan z barvno lestvico. Pozor, v uporabi so različne barvne lestvice!

Vremenski radar je monostatični pulzni radar, ki običajno dela v pasu valovnih dolžin okoli $\lambda \approx 5 \text{ cm}$. Rayleighjevo sipanje hitro upada pri večjih valovnih dolžinah. Pri krajših valovnih dolžinah je domet radarja omejen s slabljenjem znotraj oblaka padavin, več o tem kasneje.

Opazovana prostornina $V \approx \Omega r^2 c_o t_p / 2$ deževnega oblaka je sorazmerna prostorskemu kotu sevanja radarske antene Ω , kvadratu oddaljenosti r^2 in trajanju radarskega impulza t_p . Ker odmevna površina cilja $\sigma = V \eta = \alpha r^2$ narašča s kvadratom razdalje, moč sprejetega odmeva v skupnem računu upada samo s kvadratom razdalje $P_{RX} = \alpha' r^{-2}$. Enačba vremenskega radarja se tu bistveno razlikuje od enačbe letalskega radarja $P_{RX} = \alpha'' r^{-4}$:



$$\vec{S}_0 = \vec{1}_r \frac{P_{TX} G}{4\pi r^2} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}$$

$$dV = \frac{c_0 t_p}{2} r^2 d\Omega$$

$$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 Z$$

$$40\text{dBZ} = 10^{-14} \text{ m}^3$$

$$dP_{RX} = \frac{G\lambda^2}{4\pi} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} |d\vec{S}|$$

$$d\vec{S} = \frac{-\vec{S}_0}{4\pi r^2} \eta dV$$

Stožčast snop

$$F(\Theta) = \begin{cases} 1 & (\Theta < \alpha/2) \\ 0 & (\Theta > \alpha/2) \end{cases}$$

$$I = \Omega \approx \frac{4\pi}{G}$$

$$P_{RX} = \frac{P_{TX} G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 r^2} \eta \frac{c_0 t_p}{2} I \quad I = \iint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega$$

$$P_{RX} \approx \frac{P_{TX} G \lambda^2}{64 \pi^2 r^2} \eta c_0 t_p = \frac{P_{TX} G \pi^3 c_0 t_p |K|^2}{64 r^2 \lambda^2} Z \approx 1.62 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

Gaussov snop

$$|F(\Theta)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3\text{dB}})^2 \ln 2}$$

$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3\text{dB}}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

Vremenski radar

$$P_{RX} \approx 162 \text{ pW} \approx -67.9 \text{ dBm}$$

Snop antene vremenskega radarja ni brezhiben stožec s ploskim temenom in neskončno strmimi boki. Smerni diagram resnične antene

$F(\Theta, \Phi)$ zvezno upada od osi največjega sevanja pri $\Theta_{MAX}=0$. Slednje ima dve posledici: prostornina V ni enakomerno osvetljena niti sprejem odmevov iz različnih delov prostornine ni enako močen.

Enačbe vremenskega radarja zato ne moremo zapisati samo s smernostjo D oziroma dobitkom G uporabljene antene, pač pa moramo o njenem smernem diagramu $F(\Theta, \Phi)$ vedeti še kaj več! Kot zgled izračunamo sprejeto moč odmeva za anteno monostatičnega radarja z rotacijsko-simetričnim glavnim snopom sevanja Gaussove oblike

$|F(\Theta, \Phi)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3\text{dB}})^2 \ln 2}$. Integral I je nekoliko drugačen od podobnega integrala za izračun smernosti antene:

$$I = \iint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega$$

$$\text{Gaussov snop } |F(\Theta, \Phi)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2}$$

$$\text{Rotacijsko-simetričen snop } \alpha_E = \alpha_H = 2\Theta_{-3dB}$$

$$I = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \right)^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi$$

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}=0)|^2}{\iint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$\text{Kraussov približek} \\ D \approx \frac{\pi}{\Theta_{-3dB}^2}$$

$$I = 2\pi \int_0^\pi e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta$$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$I \approx 2\pi \int_0^\infty e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta$$

$$\Theta_{-3dB} \ll 1 \\ \sin \Theta \approx \Theta$$

$$D \approx \frac{2}{\int_0^\infty e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta}$$

$$u = (\Theta/\Theta_{-3dB})^2$$

$$\text{Brezizgubna} \\ \text{antena } G \approx D$$

$$I \approx \pi \Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-2u \ln 2} du = \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2}$$

$$G \approx \frac{4}{\Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-u \ln 2} du} = \frac{4 \ln 2}{\Theta_{-3dB}^2} \approx \frac{2.77}{\Theta_{-3dB}^2}$$

Gaussov snop

$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

$$\Theta_{-3dB}^2 \approx \frac{4 \ln 2}{G} \approx \frac{2.77}{G}$$

Radarske antene imajo običajno visok sevalni izkoristek $G \approx D$. Če vrednost integrala I izrazimo s smernostjo D oziroma dobitkom G , daje glavni snop Gaussove oblike polovično moč P_{RX} rezultat v primerjavi z brezhibnim stožcem s ploskim temenom! Še bolj pomembna je ugotovitev, da v enačbi vremenskega radarja sprejeta moč odmeva narašča komaj premo sorazmerno dobitku antene G , čeprav jo radar uporablja dvakrat, za oddajo in za sprejem.

Obratno, v monostatičnem letalskem radarju sprejeta moč odmeva narašča sorazmerno kvadratu dobitka antene G^2 . Končno, pri radijskem višinomerju opazimo celo oba pojava. Radijski višinomer sicer uporablja ločeni, a med sabo enaki anteni z enakima dobitkoma G . Sprejeta moč odmeva narašča pri zrcalnem odboju od gladkih tal s kvadratom dobitka antene G^2 , pri razpršenem odboju od zelo hrapavih in razgibanih tal pa samo premo sorazmerno dobitku antene G .

Radarska enačba je odvisna od velikosti cilja in vrste odboja. Velikost cilja primerjamo s presekom smernega diagrama antene oziroma s površino prve Fresnelove cone. Če strnemo vse ostale podatke v sorazmernostno konstanto α , dobimo za dve enaki anteni oziroma isto anteno z dobitkom

G za sprejem in oddajo naslednje odvisnosti moči sprejema P_{RX} :

Radarska enačba	Velik cilj (tla, oblak)	Majhen cilj (letalo, trirobnik)
Zrcalni odboj	$P_{RX} = \alpha G^2 r^{-2}$	$P_{RX} = \alpha G^2 r^{-4}$
Razpršeni odboj	$P_{RX} = \alpha G r^{-2}$	

Opisani zgled vremenskega radarja zmerne povprečne moči $\langle P_{TX} \rangle \approx 0.1\% P_{TX} \approx 100W$ z anteno $A_{eff} \approx 2m^2$ sprejme odbito moč $P_{RX} \approx -67.9dBm$ od dežja s faktorjem odboja $Z = 40dBZ = 10^{-14} m^3$ na oddaljenosti $r \approx 100km$. Dober sprejemnik ima toplotni šum nižji od $P_N < -110dBm$, kar daje odlično razmerje signal/šum preko $S/N > 40dB$. V svojem uporabnem dometu, ki ga omejuje ukrivljenost zemeljske oble, takšen radar vidi vse padavine tudi pod $Z_{MIN} < 0dBZ$.

Majhne kapljice dežja premera pod $2a < 1mm$ so skoraj brezhibne kroglice, zato odmev v smeri nazaj proti monostatičnemu radarju ni odvisen od polarizacije. Velike dežne kaplje premera nad $2a > 1mm$ so eliptične oblike. V nasprotju s prepričanjem likovnih umetnikov, ki velike dežne kaplje vedno rišejo kot podolgovate solze, imajo resnične padajoče kaplje v zraku povsem drugačno obliko.

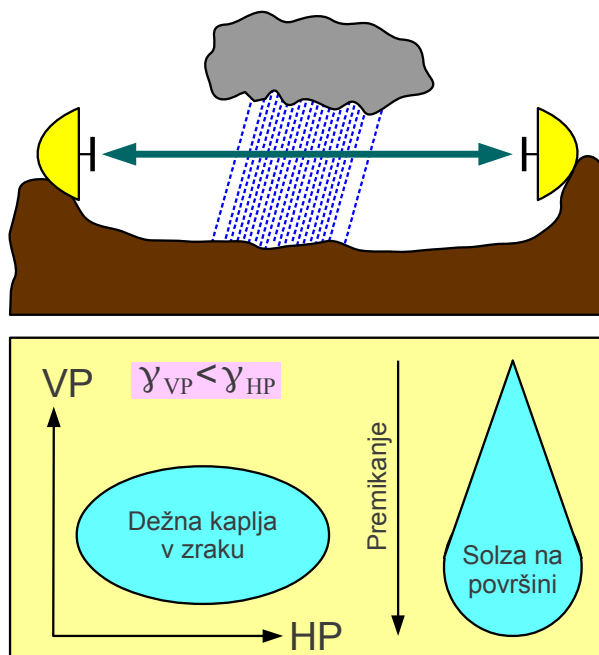
Zaradi zračnega upora so velike kaplje sploščene v smeri padanja v zraku. Sploščena kaplja daje večji odmev za vodoravno polarizacijo in manjši odmev za pokončno polarizacijo. Vremenski radar, ki lahko meri odmev na obeh polarizacijah, zna razlikovati med veliko množico majhnih okroglih kapljic in redkejšimi velikimi kapljami, čeprav oboje dajejo v povprečju enako močen odmev.

Hkrati z odmevom pomeni Rayleighjevo sipanje valovanja na majhnih delcih $a \ll \lambda$ tudi izgubo moči vpadnega vala. Rayleighjevo sipanje je lahko pglavitni izvor izgub v jedru svetlobnega vlakna iz izredno čistega stekla. V primeru padavin je izguba moči mikrovalov $f \approx 3GHz$ zaradi Rayleighjevega sipanja za več velikostnih razredov nižja od dielektričnih izgub v kapljicah čiste vode. Dielektrične izgube postanejo primerljive z Rayleighjevim sipanjem šele v področju milimetrskih valov nad $f > 30GHz$.

Destilirana voda je dober dielektrik za nizke frekvence $f \ll 1GHz$ z visoko relativno dielektričnostjo približno $\epsilon_r \approx 80$. Čista voda je zelo slab dielektrik z velikimi izgubami za radijske frekvence nad $f > 1GHz$. V frekvenčnem področju $30GHz \leq f \leq 150GHz$ je gostota prevodniškega

toka v vodi $\vec{J} > \partial \vec{D} / \partial t$ celo večja od gostote premikalnega toka:

Dielektrične lastnosti vode		
f	$\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$	$n = \sqrt{\epsilon_r}$
300GHz	$5.81 - j4.85$	$2.59 - j0.94$
150GHz	$6.75 - j9.57$	$3.04 - j1.57$
100GHz	$8.26 - j14.07$	$3.50 - j2.01$
60GHz	$12.69 - j22.00$	$4.36 - j2.52$
30GHz	$26.40 - j34.22$	$5.90 - j2.90$
18.5GHz	$42.54 - j35.62$	$7.00 - j2.54$
16GHz	$50.00 - j37.50$	$7.50 - j2.50$
11GHz	$61.16 - j32.12$	$8.07 - j1.99$
6GHz	$73.72 - j20.84$	$8.67 - j1.20$
4GHz	$76.08 - j16.05$	$8.77 - j0.92$
3GHz	$78.30 - j11.14$	$8.87 - j0.63$
2GHz	$79.32 - j7.53$	$8.92 - j0.42$
1.43GHz	$80.92 - j4.95$	$9.00 - j0.28$



Priporočilo ITU-R P.838-3

$$\gamma [\text{dB/km}] \approx k(f) (R [\text{mm/h}])^{\alpha(f)}$$

Enačbe/tabele za $k(f)$ & $\alpha(f)$
posebej za HP oziroma za VP

Slabljenje padavin

$$\gamma = -a_{\text{dB}}/l$$

Dielektrik z izgubami opisujeta kompleksna relativna dielektričnost $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ in kompleksni lomni količnik $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Velikosti relativne dielektričnosti $|\epsilon_r|$ in lomnega količnika $|n|$ vode zelo hitro upadata na frekvencah nad $f > 10\text{GHz}$. V nasprotju z Rayleighjevim sipanjem so dielektrične izgube neodvisne od velikosti kapljic dežja, pač pa samo od skupne količine tekoče vode v enoti prostornine deževnega oblaka.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi lahko računamo po preprostem računskem obrazcu iz priporočila ITU-R P838-3. Slednje poenostavlja opis slabljenja $\gamma [\text{dB/km}]$ s potenčno funkcijo jakosti padavin $R [\text{mm/h}]$:

$$\gamma [\text{dB/km}] \approx k(\lambda) (R [\text{mm/h}])^{\alpha(\lambda)}$$

Priporočilo ITU-R P838-3 vsebuje obrazce in tabele za sorazmernostno konstanto $k(\lambda)$ in eksponent $\alpha(\lambda)$ v frekvenčnem področju

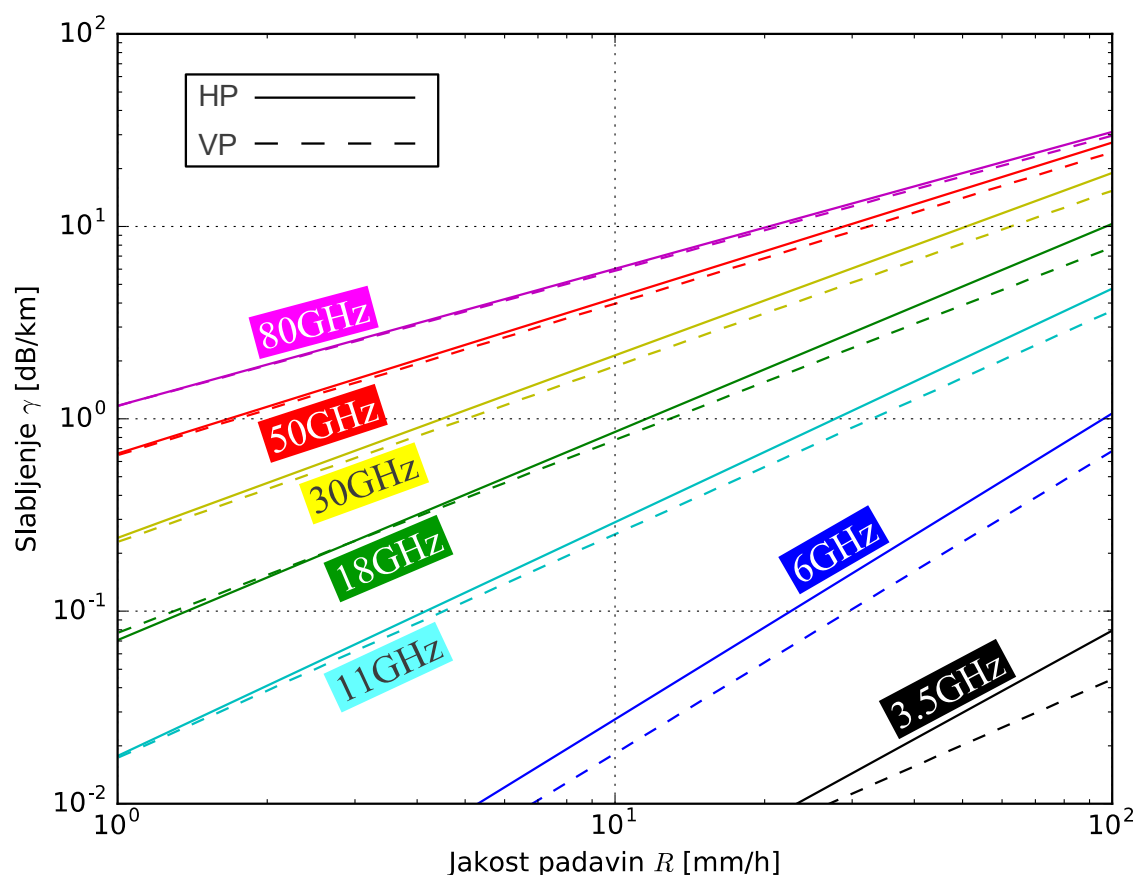
$1\text{GHz} \leq f \leq 1000\text{GHz}$. Sorazmernostna konstanta in eksponent sta navedena posebej za vodoravno polarizacijo HP in pokončno polarizacijo VP,

saj velike sploščene kaplje bolj slabijo vodoravno polarizacijo. Tabela prikazuje izvleček ITU-R P838-3 za nekaj zanimivih frekvenčnih pasov:

$f(\text{GHz})$	k_{HP}	α_{HP}	k_{VP}	α_{VP}
3.5	0.0001155	1.4189	0.0002346	1.1387
6	0.0007056	1.5900	0.0004878	1.5728
11	0.01772	1.2140	0.01731	1.1617
18	0.07078	1.0818	0.07708	1.0025
30	0.2403	0.9485	0.2291	0.9129
50	0.6600	0.8084	0.6472	0.7871
80	1.1704	0.7115	1.1668	0.7021

V logaritemskih skalah za jakost padavin R in slabljenje na enoto dolžine γ so približki ITU-R P838-3 premice:

Slabljenje padavin pri $f=3.5, 6, 11, 18, 30, 50, 80\text{GHz}$ po ITU-R 838-3



Iz grafa pri $f = 18\text{GHz}$ so razvidne omejitve približka ITU-R P838-3. Pri nizkih jakostih padavin R je slabljenje za pokončno polarizacijo VP (črtkana zelena premica) višje od slabljenja za vodoravno polarizacijo HP (neprekinjena zelena premica), kar je fizikalno neupravičeno.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi običajno ni zanemarljivo pri frekvencah nad $f \geq 10\text{GHz}$. Vremenski radar v nosu potniškega letala vidi samo prednjo plast nevarnega nevihtnega oblaka pri opazovanju z valovno dolžino $\lambda \approx 3\text{cm}$. Usmerjene radijske zveze na frekvencah nad $f \geq 10\text{GHz}$ načrtujemo za krajše razdalje.

Kapljice dežja ne vnašajo samo dodatnega slabljenja, pač pa tudi dodatni fazni zasuk. Ker sta oba slabljenje in fazni zasuk večja za vodoravno polarizacijo kot za pokončno polarizacijo, se v radijskih zvezah nad $f \geq 10\text{GHz}$ uporabljata izključno pokončna in vodoravna prema polarizacija. Razširjanje valov skozi deževni oblak edino v tem primeru ne spreminja polarizacije.

Podatke o dodatnem slabljenju padavin je treba vzeti z razumevanjem celotne naloge. Glede na omejeni domet $r \approx 100\text{cm}$ avtomobilskega radarja na $f \approx 77\text{GHz}$ izgleda slabljenje padavin skoraj zanemarljivo. Delovanje avtomobilskega radarja verjetno dosti bolj motijo kapljice dežja, ki se naberejo na površini antene. Poledenela antena zagotovo ne deluje več.

Podobno razmišljanje velja tudi za mikrovalovno usmerjeno zvezo. Izpad zveze med obilnimi padavinami traja kvečjemu nekaj ur. Izpad zveze zaradi snega in ledu na antenah lahko traja dneve ali tedne.

Poleg padavin obstajajo v troposferi še drugi pojavi, ki vplivajo na razširjanje radijskih valov. Sipanje radijskih valov v nehomogenostih troposfere omogoča izredno dolge zveze preko obzorja radijske vidljivosti. Mikrovalovna zveza preko sipanja v troposferi z dometom $r \approx 1000\text{km}$ je sicer izvedljiva, a zahteva ogromne antene in visoke moči oddajnikov za skromno zmogljivost zveze. Kar je danes nesprejemljivo, takšna radijska zveza slabo izkorišča radiofrekvenčni prostor, saj poleg slabe spektralne učinkovitosti C/B zahteva tudi odsotnost motilcev v istem frekvenčnem pasu.

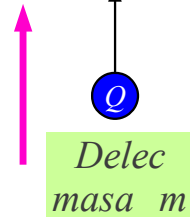
V stratosferi in mezosferi je zračni tlak tako nizek, da je učinek nevtrálnih molekul plinov na radijsko valovanje in svetlobo skoraj zanemarljiv. Pomemben učinek na radijske valove ima termosfera, bolj natančno naelektreni delci v ionosferi. Ozračje je v termosferi izredno redko.

Maksimumu koncentracije nabitih delcev ustreza nadmorska višina

tirnice $h \approx 350 \text{ km}$ mednarodne vesoljske postaje ISS. Plazma naelektrenih delcev je sicer izredno redka, ampak tudi izredno korozivna. Vesoljska plovila za dolgotrajno uporabo, kot je to ISS, morajo biti izdelana iz snovi, ki so odporne na korozijo!

Električno polje radijskih valov pospešuje naelektrene delce $Q\vec{E} = \vec{F} = m\vec{a}$ v ionosferi. Oblak gostote $N [\text{m}^{-3}]$ premikajočih naelektrenih delcev ustvarja konvektivni električni tok $\vec{J} = NQ\vec{v}$ v prostoru. Konvektivni električni tok \vec{J} poljubno naelektrenih delcev ima takšno fazo, da se odšteva do premikalnega toka $\partial \vec{D} / \partial t$:

$$\vec{F} = Q\vec{E} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = j\omega m\vec{v} \rightarrow \vec{v} = \frac{Q}{j\omega m} \vec{E}$$



$$\vec{J}_{\text{konvektivni}} = NQ\vec{v} \quad N [\text{m}^{-3}] \equiv \text{gostota delcev v prostoru}$$

$$\vec{J}_{\text{konvektivni}} = \sum_i \frac{N_i Q_i^2}{j\omega m_i} \vec{E} \quad \left(\begin{array}{l} \text{različni} \\ \text{delci } i \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \text{Elektron} \\ Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \\ m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{array}$$

$$\text{Ionosfera: } \vec{J}_{\text{konvektivni}} = \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e} \vec{E} + \frac{N_p Q_p^2}{j\omega m_p} \vec{E} + \dots \left(\begin{array}{l} \text{težji} \\ \text{delci} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \text{Proton} \\ Q_p \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \\ m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \end{array}$$

Ampère:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon_0 \vec{E} \approx \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e} \vec{E} + j\omega \epsilon_0 \vec{E} = j\omega \epsilon_0 \left(1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} \right) \vec{E} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = 1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2$$

$f < f_p \rightarrow \text{prevodnik}$

$f_p \equiv \text{frekvenca plazme}$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} N_e} \approx \left\{ \begin{array}{ll} 11 \text{ MHz} & \text{dan} \\ 5 \text{ MHz} & \text{noč} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} f > f_p \rightarrow \text{dielektrik} \\ n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2} < 1 \end{array}$$

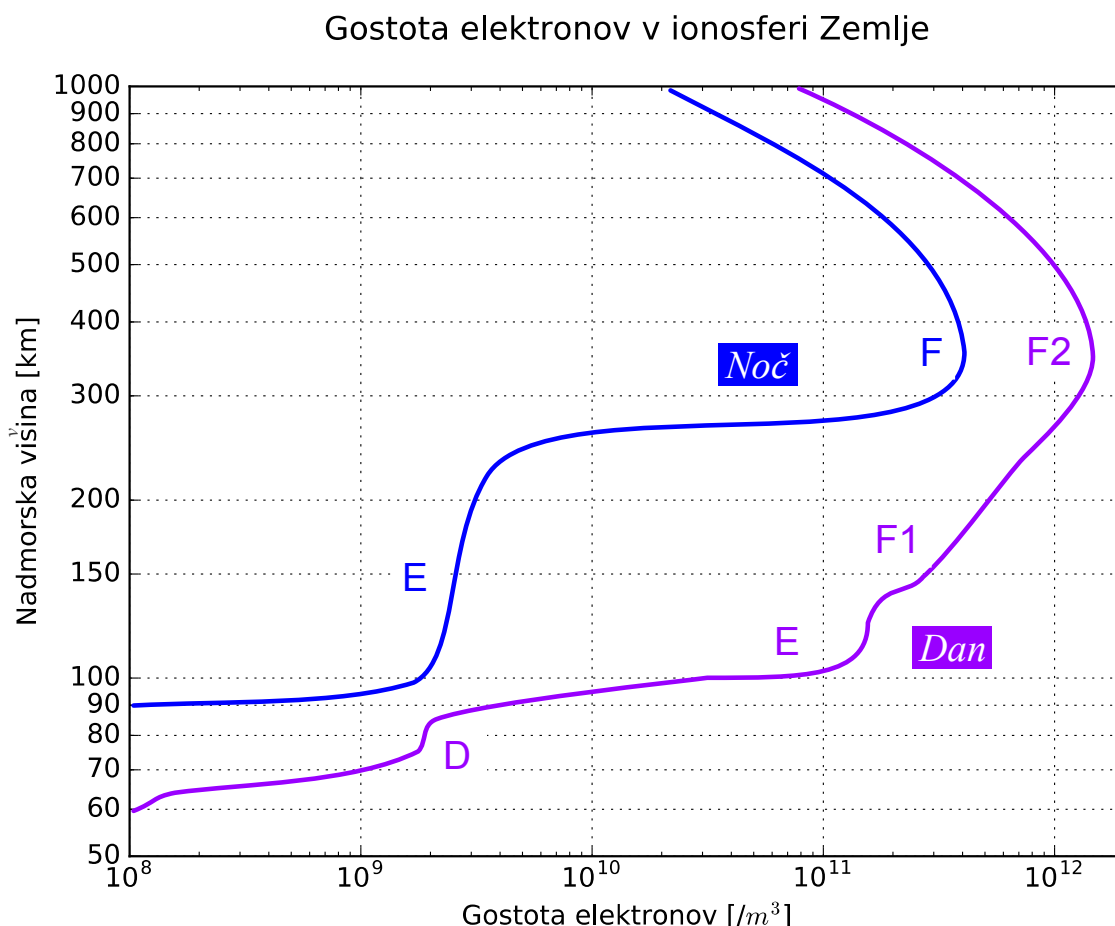
Dielektričnost in lomni količnik ionosfere

Ker so elektroni za več kot tri velikostne razrede lažje od vseh ostalih naelektrenih delcev, je prispevek ostalih delcev k električnim lastnostim ionosfere zanemarljiv. Glede na točnost meritev električne lastnosti ionosfere popolnoma opiše gostota elektronov $N_e [\text{m}^{-3}]$ v enoti prostornine.

Prisotnost elektronov znižuje navidezno relativno dielektričnost $\epsilon_r < 1$ in lomni količnik ionosfere $n < 1$ pod enoto!

Ionosfero ustvarja kratkovalovno sevanje Sonca. Fotoni UV in rentgenskih žarkov imajo dovolj energije, da razbijejo nevtralne molekule v

ione različnih električnih nabojev. Sestava in gostota ionosfere se kratkoročno spreminjata med dnevom in nočjo, dolgoročno pa z enajstletnim ciklom aktivnosti Sonca. Potek gostote elektronov kot funkcija nadmorske višine $N_e(h)$ je prikazan podnevi in ponoči za srednje aktivno Sonce:



Potek gostote elektronov $N_e(h)$ ni preprosta funkcija višine. Kratkovalovno sevanje Sonca ustvari podnevi štiri pasove D, E, F1 in F2. Najnižji pas D po zahodu Sonca hitro izgine, saj so tam trki elektronov z nevtralnimi molekulami ozračja dokaj pogosti. Pas E ponoči zelo oslabi. Pasova F1 in F2 se ponoči združita v en sam pas F, ki ima za en velikostni razred nižjo gostoto elektronov N_e od dnevne vrednosti.

Gostota elektronov N_e je nerodna za računanje. V radijski tehniki je smiselno združiti vse nastopajoče fizikalne veličine, gostoto N_e , naboj Q_e in maso elektrona m_e v novo praktično veličino, frekvenco plazme:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}} \quad \text{oziroma} \quad f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}}$$

Frekvenca plazme ima v radijski tehniki neposreden pomen. Ko je frekvenca valovanja $f < f_p$ nižja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost negativna $\epsilon_r < 0$ in lomni količnik čisto imaginaren. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot prevodnik, v njemu se valovanje ne more širiti.

Ko je frekvenca valovanja $f > f_p$ višja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost manjša od enote ampak pozitivna $0 < \epsilon_r < 1$. Lomni količnik ionosfere je realen v mejah $0 < n < 1$. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot dielektrik, radijsko valovanje se vanj lomi. Lomni količnik se preprosto izračuna s pomočjo frekvence plazme:

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

Lom oziroma popolni odboj radijskih valov na plasteh ionosfere skrbno izbrane frekvence lahko izkoristimo za zelo dolge radijske zveze:

$$n(h) = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p(h)}{f}\right)^2} < 1$$

Popolni odboj

$$n = \sin \Theta \approx \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\frac{R_Z}{R_Z + h} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

$$\left(\frac{f}{f_p}\right)^2 = \frac{(R_Z + h)^2}{(R_Z + h)^2 - R_Z^2}$$

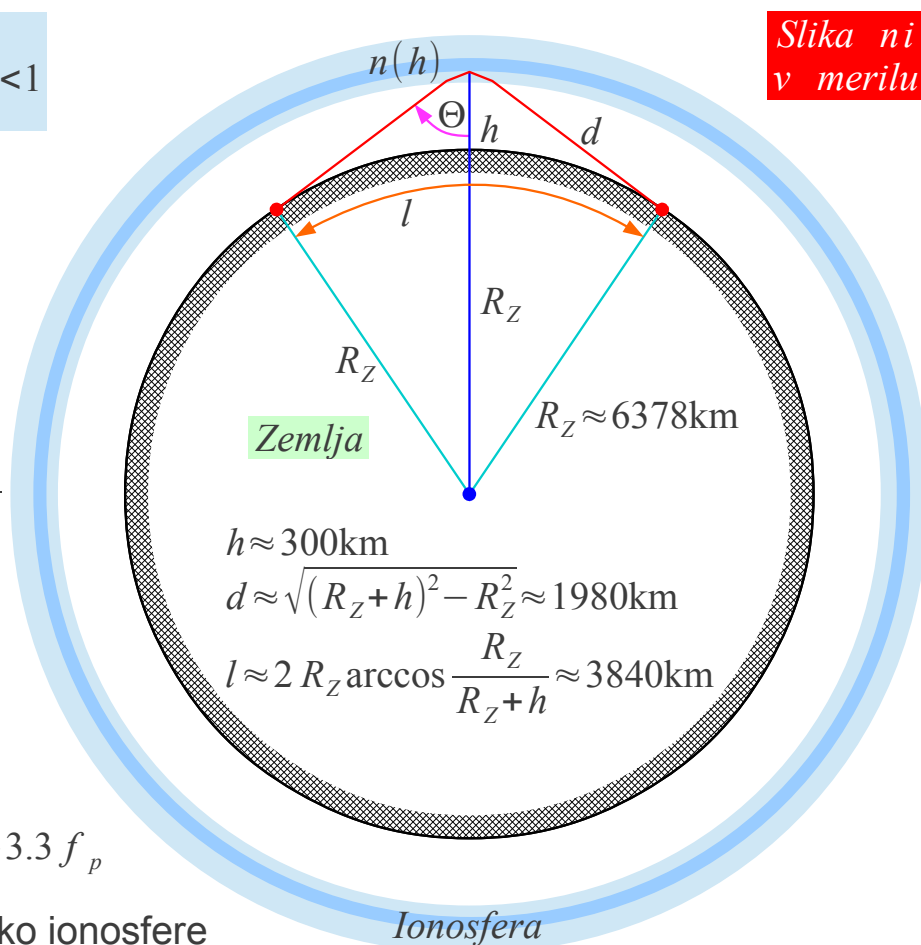
$$h \ll R_Z$$

$$f \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h}}$$

$$h_{MAX} \approx 300 \text{ km}$$

$$MUF \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h_{MAX}}} \approx 3.3 f_p$$

Radijska zveza preko ionosfere



Ionosfera lahko lomi in odbija nazaj proti površini zemlje tudi radijske

valove nekoliko višjih frekvenc $f > f_p$ od frekvence plazme. Radijska zveza preko ionosfere doseže največji domet pri frekvenci MUF (angleško: Maximum Usable Frequency), kjer se valovanje komaj še lomi nazaj proti površini zemlje v najgostejši plasti ionosfere. Nižje frekvence od $f < MUF$ se lomijo nazaj proti zemeljski površini že prej, v nižjih in redkejših plasteh ionosfere.

MUF izračunamo s pomočjo lomnega zakona. Pri višini najgostejše ionosferske plasti $h \approx 300\text{km}$ znaša $MUF \approx 3.3 f_p$ oziroma podnevi okoli $MUF \approx 36\text{MHz}$ in dvakrat do trikrat manj ponoči. V enem samem skoku preko ionosfere lahko radijska zveza doseže domet več kot $l > 3800\text{km}$ merjeno po površini Zemlje. Po skoku preko ionosfere se radijsko valovanje odbije od površine Zemlje in lahko naredi še več skokov preko ionosfere. Preko ionosfere lahko radijska zveza doseže katerokoli točko na Zemlji pod pogojem, da je nad celotno potjo prisotna primerna ionosfera.

Ionosfera poleg loma in odboja tudi slabi radijske valove. Največji izvor slabljenja so trki elektronov z nevtralnimi delci. Elektron ob trku preda svojo kinetično energijo nevtralnemu delcu in na ta način ogreva ozračje. Trki z nevtralnimi delci so zelo pogosti v nižjih plasteh ozračja, predvsem v sloju D ionosfere.

Slabljenje zaradi trkov z nevtralnimi delci hitro narašča z upadanjem frekvence valovanja f . Pod določeno frekvenco LUF (angleško: Lowest Usable Frequency) postane slabljenje tako veliko, da ga radijska zveza ne more več premagati. Zaradi zapletene sestave ionosfere je slabljenje težko določiti.

LUF ni neka stroga meja kot MUF , pač pa je odvisna tudi od uporabljenih oddajnikov, anten in sprejemnikov. Podnevi preseže $LUF > 5\text{MHz}$. Ponoči se spusti pod $LUF < 100\text{kHz}$, saj takrat izgine najnižja plast ionosfere D in plast E močno oslabi. Srednjevalovni radijski sprejemnik, ki je podnevi sprejemal samo lokalno radijsko postajo na $f \approx 1\text{MHz}$, ponoči oživi z glasovi celega sveta.

Hitrosti valovanja v ionosferi

$$\beta = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$$

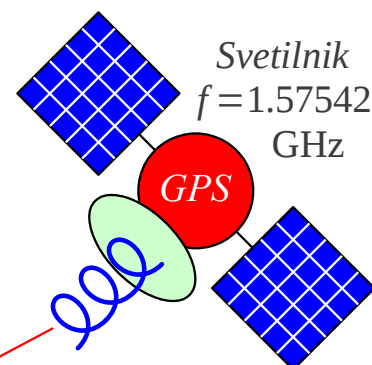
$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c_0} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$$

Fazna hitrost $v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}} > c_0$

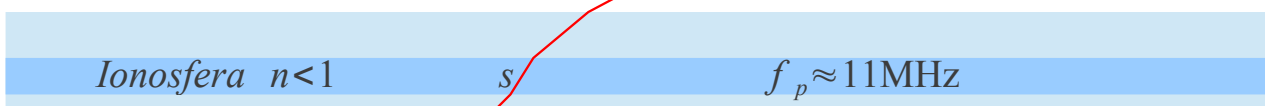
$$f_p^2 = \frac{N_e(s) Q_e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e}$$

Skupinska hitrost $v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c_0 \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} < c_0$

$$f \gg f_p \rightarrow \begin{aligned} v_f &\approx c_0 + \Delta v \\ v_g &\approx c_0 - \Delta v \end{aligned} \quad \Delta v = \frac{c_0}{2} (f_p/f)^2$$



$$TEC [m^{-2}] = \int_s N_e(s) ds$$

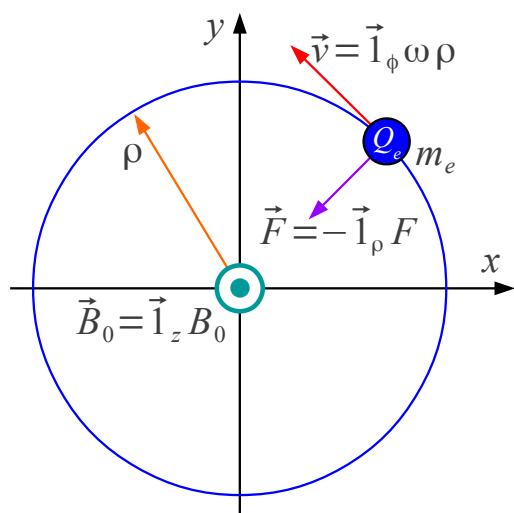


$$t = \int_s \frac{ds}{v(s)} = \int_s \frac{ds}{c_0 \pm \Delta v} \approx \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{\Delta v}{c_0^2} ds = \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{(f_p/f)^2}{2c_0} ds$$

$$\Delta r = c_0 \Delta t \approx \int_s \frac{\mp N_e(s) Q_e^2}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} ds = \frac{\mp Q_e^2 TEC}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} \approx \mp 40.3 \frac{m^3}{s^2} \frac{TEC}{f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} m^{-2} \rightarrow \Delta r \approx \mp 16.2 m$$





Kroženje $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{I}_\rho \omega \rho \frac{d\phi}{dt} = -\vec{I}_\rho \omega^2 \rho$

$$\vec{F} = m_e \vec{a} = -\vec{I}_\rho m_e \omega^2 \rho$$

Elektron
 $Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Lorentzova sila $\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$$\vec{F} = Q_e \vec{v} \times \vec{B}_0 = \vec{I}_\rho Q_e \omega \rho B_0$$

$$\omega_g = \frac{-Q_e B_0}{m_e}$$

Zemlja $H_0 \approx 40 \text{ A/m}$

$$f_g = \frac{|Q_e| \mu_0 H_0}{2 \pi m_e} \approx 1.4 \text{ MHz}$$

Žiromagnetna rezonanca v ionosferi

Lorentzova sila $\vec{F} = m_e \vec{a} = j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0)$ Faradayevo sukanje

Preprosta rešitev $\vec{1}_K = \frac{\vec{1}_V \pm j \vec{1}_H}{\sqrt{2}}$

$$\vec{1}_K \times \vec{1}_z = \frac{-\vec{1}_H \pm j \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = j \frac{j \vec{1}_H \pm \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = \pm j \vec{1}_K$$

$$\vec{v} = \vec{1}_K v_0 e^{-j\beta z} \quad \vec{E} = \vec{1}_K E_0 e^{-j\beta z}$$

$$j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} \pm j B_0 \vec{v}) \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

$$\vec{J} = N_e Q_e \vec{v} = \frac{N_e Q_e \vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

Enosmerni $\vec{B}_0 = \vec{1}_z B_0$

$$\omega_p^2 = \frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}$$

$$\omega_g = \frac{-Q_e B_0}{m_e}$$

$$\epsilon_r = 1 + \frac{N_e Q_e}{j \omega \epsilon_0 \left(\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0 \right)} = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e \left(1 \mp \frac{Q_e B_0}{\omega m_e} \right)} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}$$

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}}$$

$$n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}} \quad \Delta n = n_L - n_D \approx \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega}$$

$$\Delta \phi = \int_s \Delta n(s) k_0 ds \approx \frac{\omega}{c_0} \int_s \left(\frac{\omega_p(s)}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega} ds = \frac{\omega_g}{c_0} \int_s \frac{N_e(s) Q_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} ds = \frac{Q_e^2 f_g TEC}{2 \pi c_0 \epsilon_0 m_e f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} \text{ m}^{-2} \quad f_g \approx 1.4 \text{ MHz} \quad f = 1 \text{ GHz} \rightarrow \Delta \phi \approx 0.752 \text{ rd}$$

* * * * *