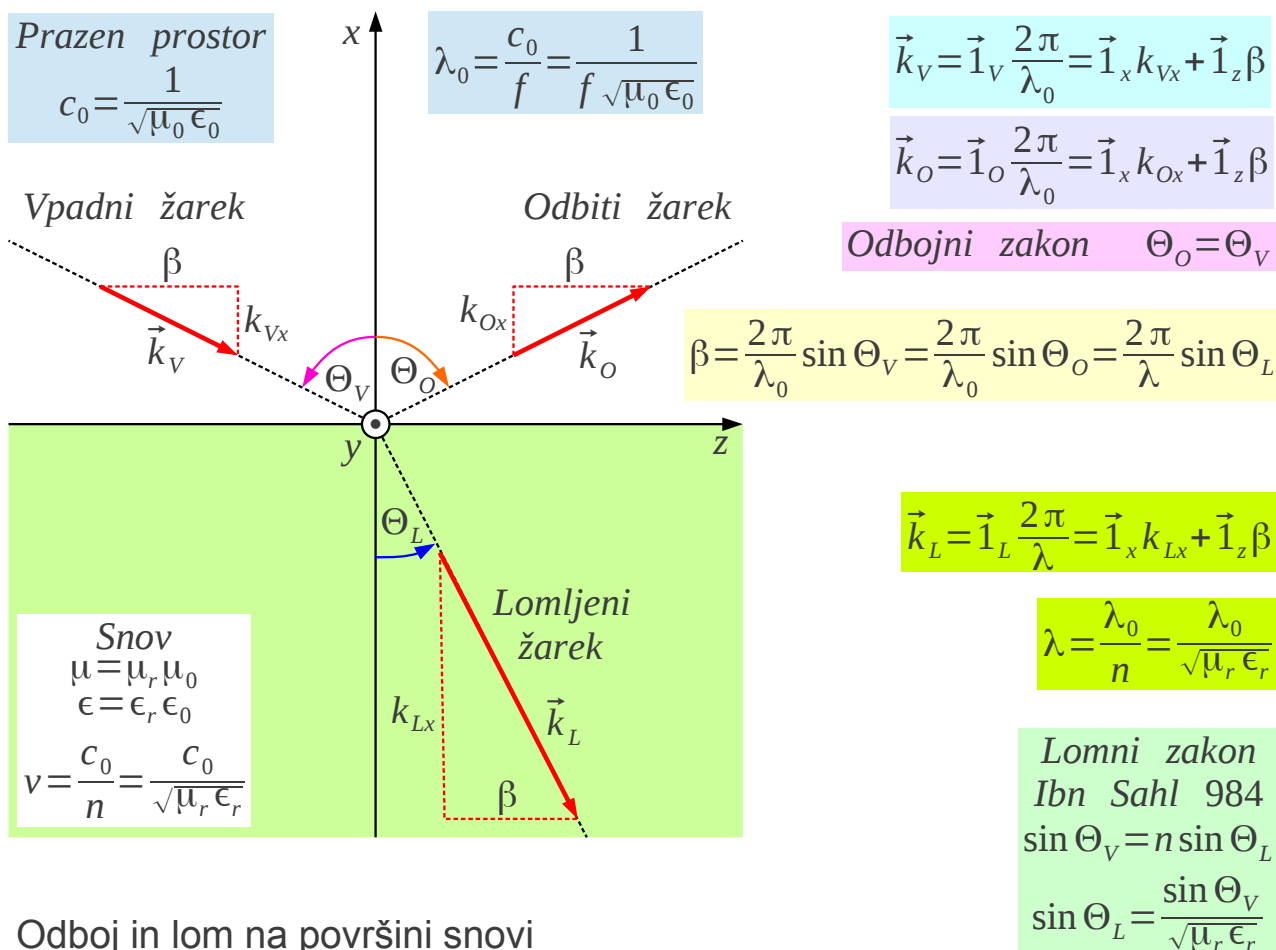


15. Odboj valovanja

Odboj valovanja ima v radijski zvezi najrazličnejše vloge. Odboj lahko oslabi oziroma popači koristni radijski signal. Odboj od zrcala na vrhu hriba pomaga premagati uklonsko slabljenje ovire. Odboj radijskih valov od letala je merjena veličina radarja.

Valovanje se različno odbija od predmetov, ki so dosti manjši $d \ll \lambda$ oziroma dosti večji $d \gg \lambda$ od valovne dolžine. Odbojnost površine različnih predmetov se spreminja v širokem razponu od $|\Gamma| \ll 1$ vse do $|\Gamma| \approx 1$. Glede na hrapavost in obliko površine je odboj lahko zrcalen oziroma razpršen, kar opisuje Rayleighjevo merilo za hrapavost.

V vseh omenjenih primerih radijsko valovanje vpada iz praznega prostora na površino snovi. Zrak se pogosto obnaša skoraj kot prazen prostor, več o tem v poglavju o ozračju. Snov je lahko dielektrik, prevodnik oziroma feromagnetik. Električno prevodnost snovi lahko v enačbah natančno opisuje kompleksna relativna dielektričnost ϵ_r . Vpadni žarek valovanja se na površini snovi delno odbije nazaj v prazen prostor in delno lomi v snov:



Odboj in lom na površini snovi

Vpadni, odbiti in lomljeni žarek opisujejo pripadajoči valovni vektorji \vec{k}_V , \vec{k}_O in \vec{k}_L . Če naj bo fizikalni pojav v vseh točkah površine snovi enak, morajo biti komponente vseh treh valovnih vektorjev, ki so vzporedne s površino snovi, med sabo enake. Vzporedno komponento valovnega vektorja v smeri osi z se pogosto označuje z $\beta = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_V = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_O = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_L$.

Iz enakosti vzdolžnih komponent neposredno sledi odbojni zakon $\Theta_O = \Theta_V$, koda vpadnega in odbitega žarka sta med sabo enaka. Perzijski matematik Ibn Sahl je davnega leta 984 na dvoru kalifata v Bagdadu izpeljal povsem pravilen lomni zakon $\sin \Theta_V = n \sin \Theta_L$, kjer lomni količnik $n = c_0/v$ predstavlja razmerje med hitrostma svetlobe v praznem prostoru in v snovi. Odbojni in lomni zakon oba veljata za katerokoli vrsto valovanja, vzdolžnega ali prečnega.

Delitev moči vpadnega žarka na odbiti žarek in lomljeni žarek ter medsebojne faze vseh treh žarkov so odvisne od vrste valovanja. Pri prečnih valovanjih so razmerja moči in medsebojne faze dodatno odvisne od polarizacije vpadnega valovanja. Étienne-Louis Malus je leta 1809 prav iz odvisnosti jakosti odboja in loma od polarizacije odkril, da je svetloba prečno valovanje.

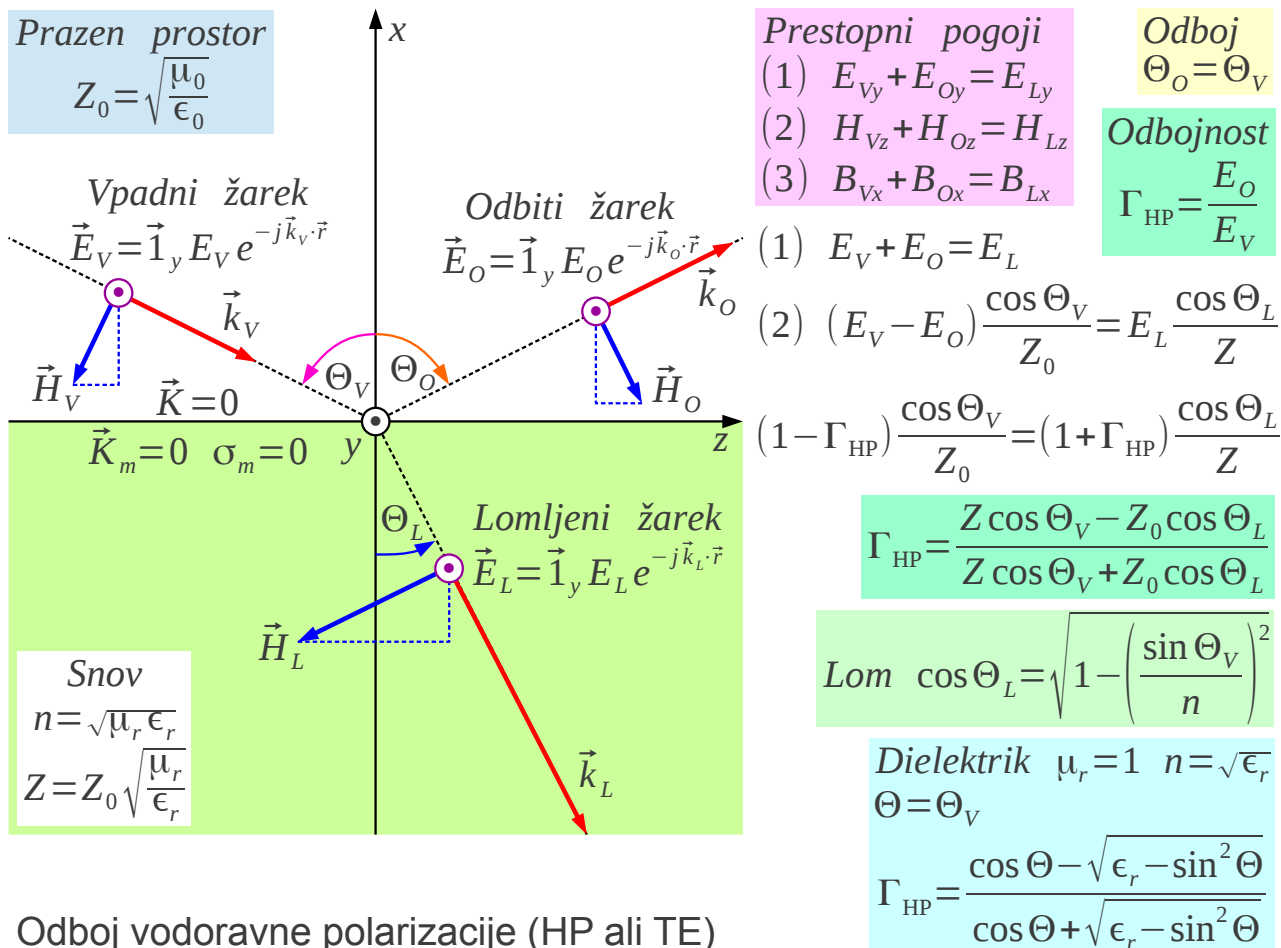
Pri elektromagnetnem oziroma kateremkoli drugem prečnem valovanju popolnoma zadošča obravnava dveh nazornih primerov. TE oziroma transverzalno-električni val ima električno polje vzporedno površini snovi. TM oziroma transverzalno-magnetni val ima magnetno polje vzporedno površini snovi. Povsem jasno sta pri pravokotnem vpadu $\Theta_V = 0$ valovanja na površino snovi oba primera med sabo enaka.

Radijski valovi se najpogosteje odbijajo od vodoravne površine tal. TE val v primeru odboja od tal pomeni vodoravno premo polarizacijo ali HP. TM val v primeru odboja od tal pomeni pokončno premo polarizacijo ali VP. V obeh primerih nalogo delitve moči in medsebojne faze rešujemo tako, da polja vseh treh žarkov razstavimo v komponente in vsilimo prestopne pogoje za električno in magnetno polje na površini snovi.

V primeru vodoravne polarizacije imajo električna polja $\vec{E}_i = \vec{1}_y E_i e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$ vpadnega, odbitega in lomljenega žarka samo vzporedno komponento s površino tal. Pripadajoča magnetna polja vseh treh žarkov imajo obe komponenti, vzporedno in pravokotno.

Prestopni pogoji zahtevajo (1) zvezen prestop (vzporednega)

električnega polja E_y v odsotnosti površinskih magnetnih tokov $\vec{K}_m = 0$,
 (2) zvezen prestop vzporedne komponente magnetnega polja H_z v
 odsotnosti površinskih tokov $\vec{K} = 0$ in (3) zvezen prestop pravokotne
 komponente gostote magnetnega pretoka B_x v odsotnosti magnetnih
 nabojev $\sigma_m = 0$ na površini:

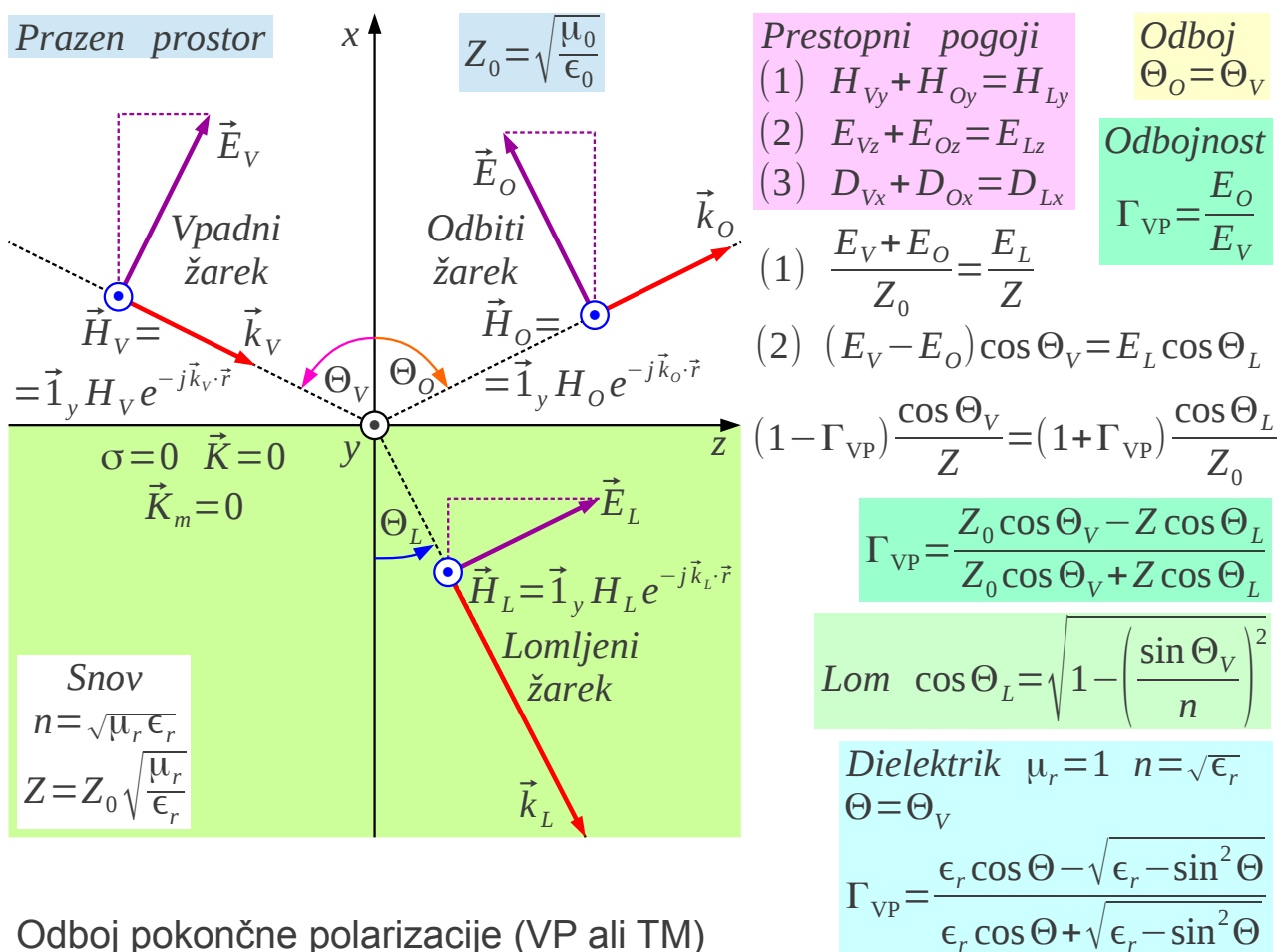


Prestopni pogoj (3) je linearno odvisen od ostalih dveh prestopnih pogojev. Prestopna pogoja (1) in (2) zapišemo z električnimi polji. Polje lomljenega žarka E_L izločimo iz enačb, da pridemo do najzanimivejše veličine, odbojnosti $\Gamma_{HP} = E_O / E_V$. Odbojnost je funkcija valovnih impedanc snovi Z in praznega prostora Z_0 ter smeri vpadnega žarka Θ_V in lomljenega žarka Θ_L . Slednjega izračunamo preko lomnega zakona.

Pokončna polarizacija je dualni zgled vodoravni polarizaciji. Vlogi električnega in magnetnega polja se zamenjata. V primeru pokončne polarizacije imajo magnetna polja $\vec{H}_i = \vec{1}_y H_i e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$ vpadnega, odbitega in lomljenega žarka samo vzporedno komponento s površino tal. Pripadajoča električna polja vseh treh žarkov imajo obe komponenti, vzporedno in

pravokotno.

Prestopni pogoji zahtevajo (1) zvezen prestop (vzporednega) magnetnega polja H_y v odsotnosti površinskih tokov $\vec{K}=0$, (2) zvezen prestop vzporedne komponente magnetnega polja E_z v odsotnosti površinskih magnetnih tokov $\vec{K}_m=0$ in (3) zvezen prestop pravokotne komponente gostote električnega pretoka D_x v odsotnosti električnih nabojev $\sigma=0$ na površini:

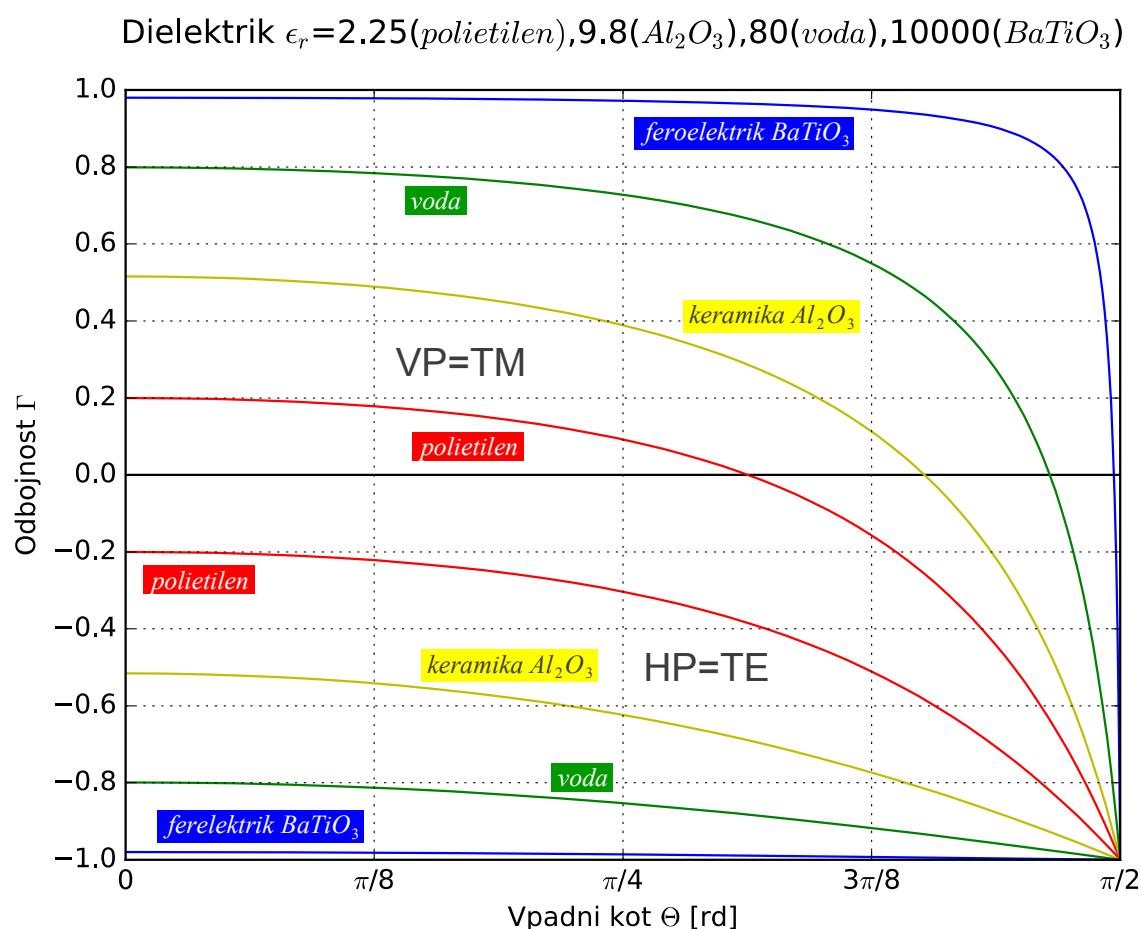


Prestopni pogoj (3) je linearno odvisen od ostalih dveh prestopnih pogojev. Prestopna pogoja (1) in (2) zapišemo z električnimi polji. Polje lomljenega žarka E_L izločimo iz enačb, da pridemo do najzanimivejše veličine, odbojnosti $\Gamma_{vp} = E_o / E_v$. Dualnost med sabo zamenja vlogi valovnih impedanc praznega prostora in snovi $Z \leftrightarrow Z_0$. Vlogi smeri vpadnega žarka Θ_v in lomljenega žarka Θ_L ostaneta enaki.

Zelo pomemben praktični primer je odboj elektromagnetnega valovanja na površini dielektrikov, ki nimajo feromagnetnih lastnosti $\mu = \mu_0$ oziroma

$\mu_r = 1$. Lomni količnik takšnih snovi $n = \sqrt{\epsilon_r}$ popolnoma opisuje relativna dielektričnost. Izraza za odbojnosti Γ_{HP} in Γ_{VP} na površini takšne snovi se poenostavita v Fresnelovi odbojnosti za obe polarizaciji (Augustin-Jean Fresnel 1823).

Dualnost v Fresnelovih odbojnostih Γ_{HP} in Γ_{VP} ni neposredno razvidna zaradi lastnosti snovi, dielektrika $\epsilon_r \neq 1$, ki ni feromagnetik $\mu_r = 1$. Pomen Fresnelovih izrazov za Γ_{HP} in Γ_{VP} najbolje prikaže zgled odbojnosti za obe polarizaciji in vse možne vpadne kote na površino nekaj značilnih snovi:



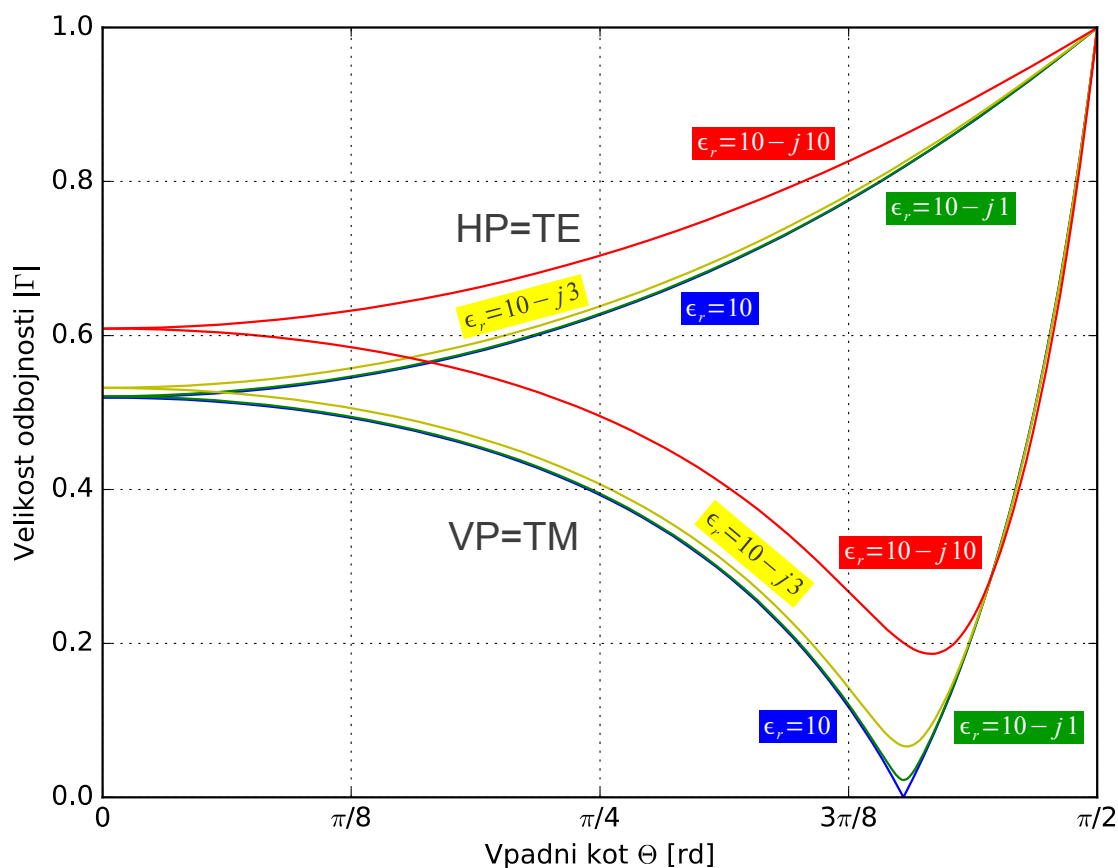
Odbojnosti brezizgubnih snovi sta realni števili v mejah $-1 \leq \Gamma_{HP} \leq 1$ in $-1 \leq \Gamma_{VP} \leq 1$. Odbojnost za vodoravno polarizacijo je pri vpadu na površino gostejše snovi $\epsilon_r > 1$ vedno negativna. Predznak odbojnosti za pokončno polarizacijo je odvisen od izbire koordinatnega sistema in zapisa smeri polja. Odbojnost za pokončno polarizacijo menja predznak pri Brewsterjevem kotu $\Gamma_{VP}(\Theta_B) = 0$ (David Brewster 1815):

$$\Theta_B = \arctan n = \arctan \sqrt{\epsilon_r}$$

Snov z izredno visoko dielektričnostjo $\epsilon_r \gg 1$, na primer feroelektrična keramika $BaTiO_3$, se za valovanje obnaša podobno kot kovina. Iz grafa sklepamo, da sta odbojnosti dobrega prevodnika vedno $\Gamma_{HP} \approx -1$ in $\Gamma_{VP} \approx 1$ ne glede na vpadni kot Θ . Razliko v predznakih, bolj točno pozitiven predznak $\Gamma_{VP} \approx 1$ hitro razloži primer pravokotnega vpada $\Theta = 0$. V izbranem koordinatnem sistemu in zapisu smeri električnega polja kažeta vektorja vpadnega in odbitega električnega polja v nasprotnih smereh $\vec{1}_{EV} = -\vec{1}_{EO}$! Pri pravokotnem vpadu $\Theta = 0$ sicer ne moremo ločiti med vodoravno in pokončno polarizacijo, saj sta električni polji obeh vzporedni s površino snovi. Odbojnost pri skoraj pravokotnem vpadu $\Theta \approx 0$ na površino kovine preprosto zapišemo $\Gamma \approx -1$.

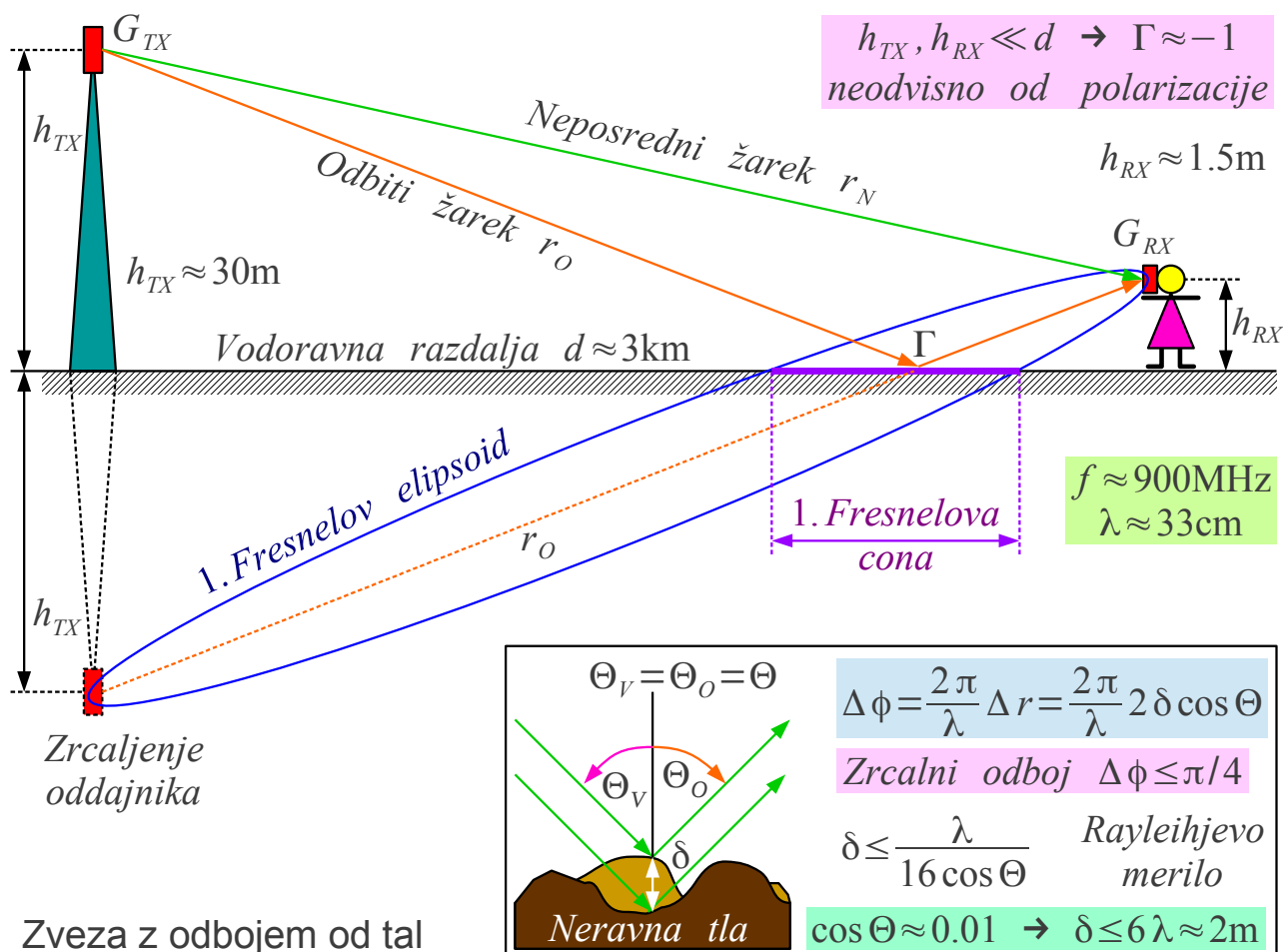
Tla se obnašajo kot slab prevodnik za nizke frekvence pod $f < 1\text{MHz}$ oziroma kot dielektrik z izgubami za visoke frekvence nad $f > 100\text{MHz}$. Relativna dielektričnost tal se giblje v razponu $10 < \epsilon_r < 80$ glede na vsebnost vode. Električne izgube v snovi opisuje kompleksna dielektričnost, ki daje kompleksen lomni količnik in kompleksni odbojnosti Γ_{HP} in Γ_{VP} :

Dielektrik z izgubami $\epsilon_r = 10, 10-j1, 10-j3, 10-j10$



Na risbi sta prikazani le velikosti (amplitudi) odbojnosti $|\Gamma_{HP}|$ in $|\Gamma_{VP}|$ brez faze. Odvisnost kompleksnih odbojnosti $\Gamma_{HP}(\Theta)$ in $\Gamma_{VP}(\Theta)$ od vpadnega kota se kaj dosti ne razlikuje od brezizgubnega primera. Najbolj opazna razlika je pri Brewsterjevem kotu, kjer velikost odbojnosti za pokončno polarizacijo $|\Gamma_{VP}(\Theta_B)| > 0$ ne doseže ničle, pač pa le minimum.

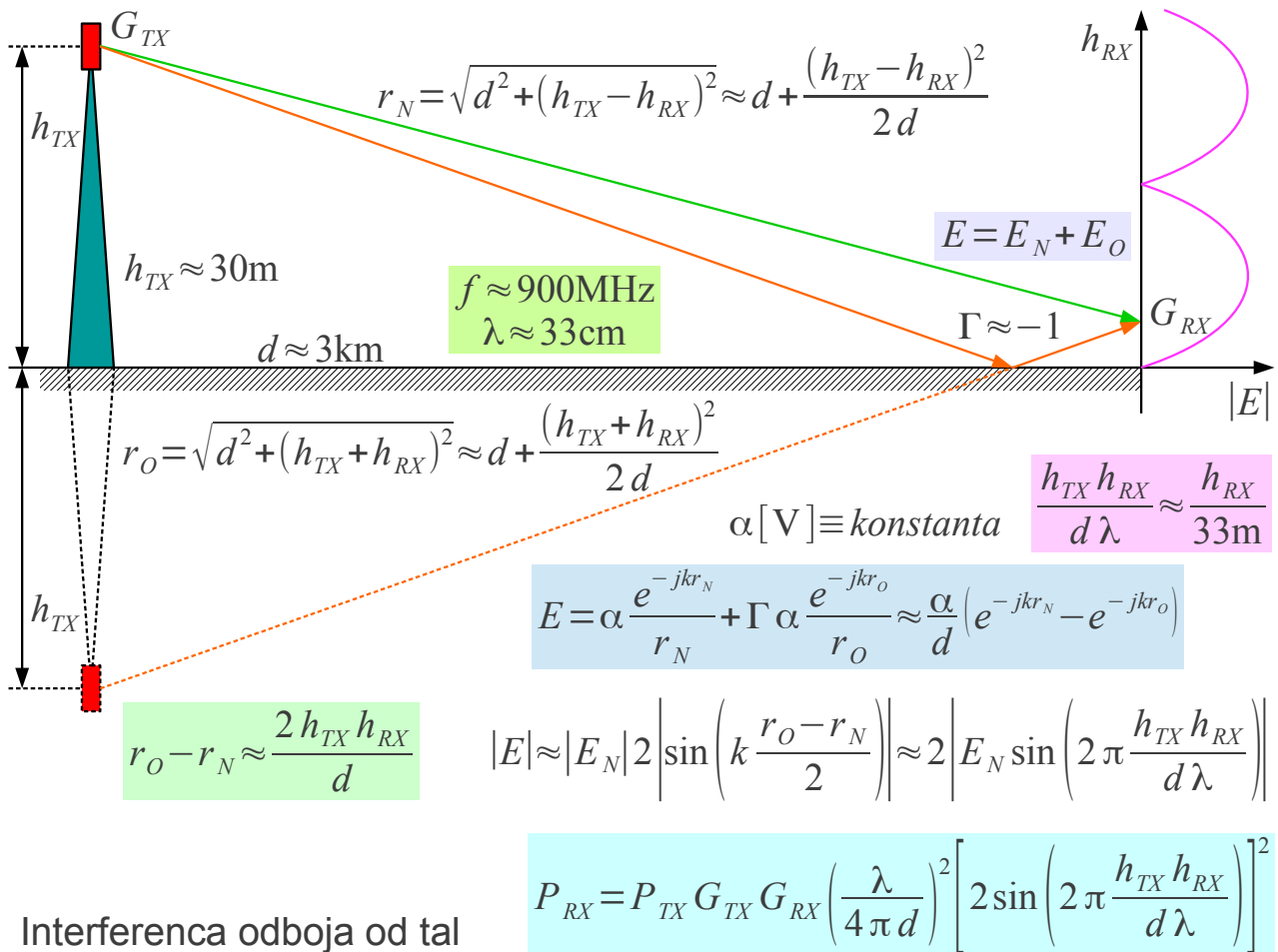
Odboj radijskih valov od tal ima pogosto zelo velik učinek na radijsko zvezo kljub temu, da prvi Fresnelov elipsoid neposrednega žarka med oddajnikom in sprejemnikom sploh ni oviran. Oddajnik na stolpu višine $h_{TX} \approx 30\text{m}$ nad tlemi niti sprejemnik v rokah pešca $h_{RX} \approx 1.5\text{m}$ nimata dovolj usmerjenih anten, da bi lahko ločila med neposrednim in odbitim žarkom na vodoravni razdalji $d \approx 3\text{km}$:



Valovanje potrebuje za odboj od tal najmanj prvo Fresnelovo cono, ki je presek ravnine tal in prvega Fresnelovega elipsoida do zrcalne slike oddajnika. V opisanem primeru $d \gg h_{TX}, h_{RX}$ je prva Fresnelova cona podolgovata in zelo velika.

Raleighjevo merilo za zrcalni odboj je hrapavost tal, ki ne presega odstopanja faze za $\Delta\phi \leq \pi/4$ (slabljenje odboja $a \approx -0.22\text{dB}$). V opisanem primeru je vpad zelo položen $\cos\Theta \approx 0.01$, kar pri valovni dolžini telefona $\lambda \approx 33\text{cm}$ pomeni hrapavost manjšo od $\delta \leq 2\text{m}$. Hrapavost ulice ali travnika je najmanj za en velikostni razred manjša, torej zrcalni odboj!

Pri zelo položenem vpadu $\cos\Theta \approx 0.01$ odbojnosti Γ_{HP} in Γ_{VP} na površino dielektrika z izgubami (tla pri $f \approx 900\text{MHz}$) sta obe odbojnosti približno enaki $\Gamma_{\text{HP}} \approx -1$ in $\Gamma_{\text{VP}} \approx -1$. Odboj od tal je pri položenem vpadu skoraj neodvisen od polarizacije $\Gamma_{\text{VP}} \approx \Gamma_{\text{HP}}$. Interferenca vpadnega in odbitega žarka daje vzorec z globokimi minimumi in maksimumi, ki dosegajo dvakratno vrednost polja neposrednega žarka v neoviranem prostoru:



V številnih praktičnih primerih sta oba, oddajnik in sprejemnik, razmeroma nizko nad tlemi in velja $(h_{TX}h_{RX})/(d\lambda) \ll 1$. Interferenca med neposrednim in odbitim žarkom je v tem primeru uničujoča. Slabljenje radijske zveze se s približkom $\sin u \approx u \ll 1$ v opisanem primeru poenostavi v:

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \frac{h_{TX}^2 h_{RX}^2}{d^4}$$

Slabljenje radijske zveze z odbojem od tal torej upada s četrto potenco razdalje neodvisno od frekvence oziroma valovne dolžine! Praktične meritve slabljenja radijske zveze v mestnem okolju potrjujejo opisano izpeljavo z eksponentom $3 \leq m \leq 5$ v izrazu:

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \alpha(\lambda) h_{TX}^2 h_{RX}^2 d^{-m}$$

kjer je konstanta $\alpha(\lambda)$ dopušča določeno odvisnost od valovne dolžine.

Uničujoča interferenca odboja od tal zelo zmanjšuje doomet radijske zveze. Zgled $P_{TX} = 1\text{W}$, $P_{RX} = -106\text{dBm} \approx 2.5 \cdot 10^{-14}\text{W}$ (GSM telefon) in $G_{TX} = G_{RX} = 1$ daje v opisanem okolju $h_{TX} = 30\text{m}$ in $h_{RX} = 1.5\text{m}$ doomet:

$$d = \sqrt[4]{\frac{P_{TX}}{P_{RX}} G_{TX} G_{RX} h_{TX}^2 h_{RX}^2} \approx 16.9\text{km}$$

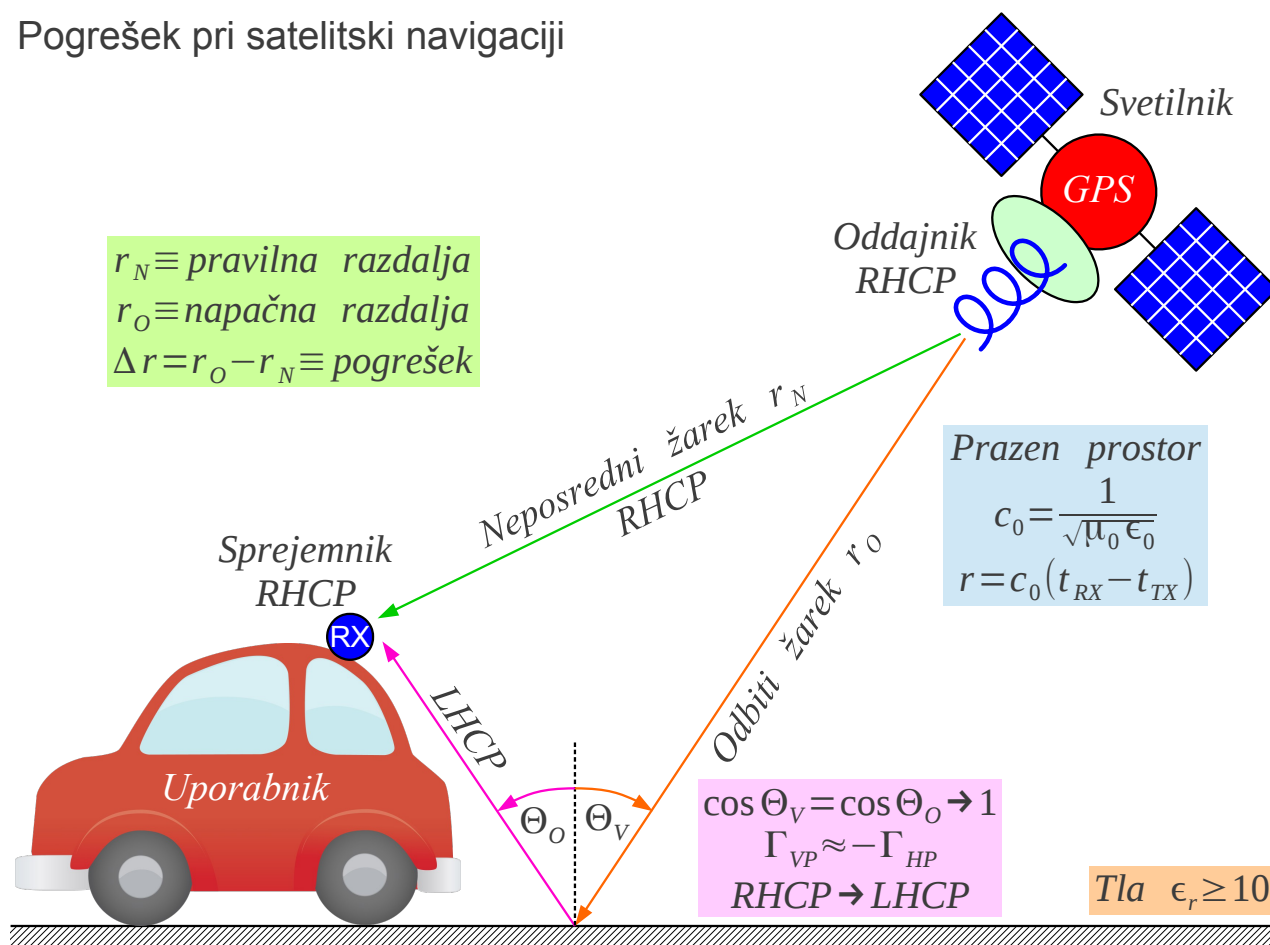
Zaradi ukrivljenosti površine Zemlje bi bil doomet resnične zveze z odbojem od tal še nekoliko manjši. V popolnoma praznem prostoru brez odboja od tal bi ista radijska oprema pri $\lambda \approx 33\text{cm}$ dosegla doomet po Friisovi enačbi:

$$d = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{\frac{P_{TX}}{P_{RX}} G_{TX} G_{RX}} \approx 166\text{km}$$

Zmanjšanje dometa radijske zveze zaradi odboja od tal ni nujno škodljiv pojav. Hitrejša upadanje moči signala z d^{-4} pomeni manj motenj oddaljenim uporabnikom, ki ponovno uporabljajo isti frekvenčni kanal v drugi radijski zvezi. Opisano zmanjševanje motenj bistveno poveča spektralno učinkovitost in skupno zmogljivost omrežja brezžičnih telefonov.

Odboj od tal je vedno škodljiv pojav pri satelitski navigaciji. Uporabnik satelitske navigacije izračuna svoj položaj iz izmerjenih razdalj do svetilnikov na nebu. razdalje določi iz izmerjenih časov potovanja radijskih signalov od svetilnikov do uporabnika. Pravilno razdaljo r_N od svetilnika do uporabnika daje neposredni žarek. Katerikoli odbiti žarek gre po daljši poti r_O in vnaša v rezultat meritve nezanemarljiv pogrešek $\Delta r = r_O - r_N$:

Pogrešek pri satelitski navigaciji



Pogreški meritev razdalj do različnih svetilnikov se med sabo seštevajo. Vsota pogreškov je lahko tako velika, da navidezno prestavi vozilo uporabnika na sosednji vozi pas ali celo na vzporedno cesto.

Radijsko valovanje svetilnikov visoko na nebu vпада pod strmim kotom $\cos \Theta_V \rightarrow 1$ na tla. Odbojnosti tal sta tedaj enako veliki, a imata različne predznake $\Gamma_{VP} \approx -\Gamma_{HP}$. Svetilnik namenoma oddaja desno-krožno polarizirano valovanje RHCP. Zaradi različnih predznakov odbojnosti tal krožna polarizacija menja smer pri odboju. Odbiti žarek doseže uporabnika kot levo-krožno polarizirano valovanje LHCP.

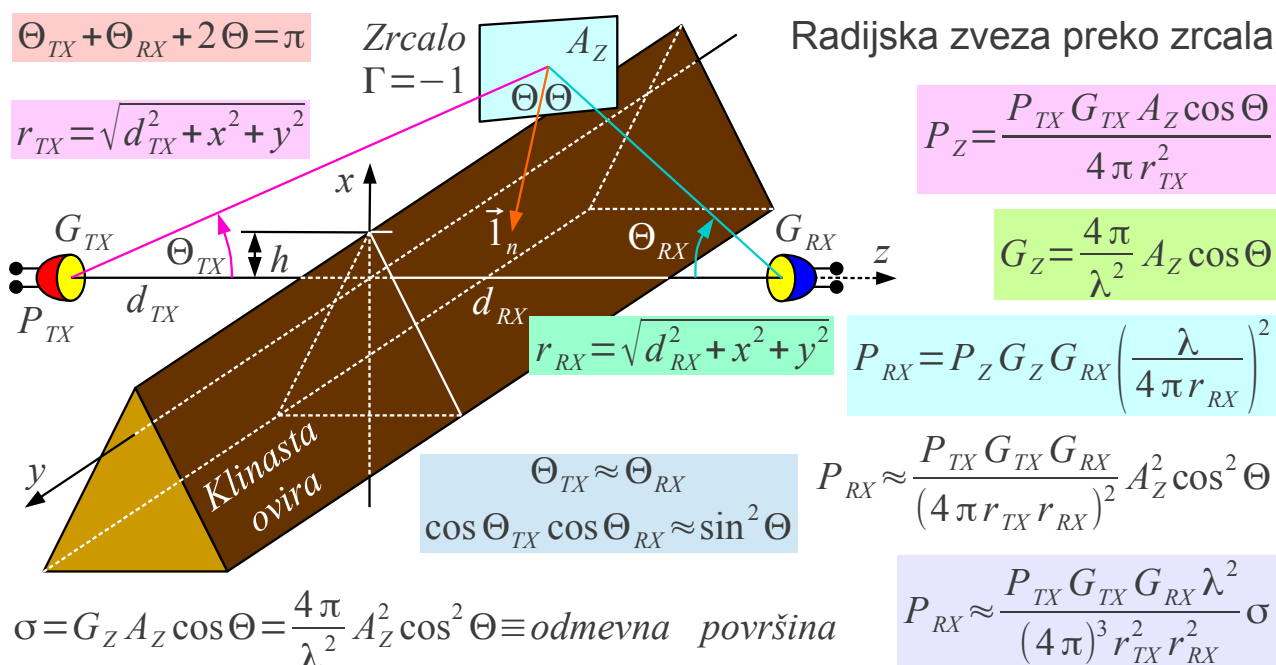
Neposredni in odbiti žarek imata na mestu sprejema nasprotni krožni polarizaciji. Uporabnik lahko s kakovostno desno-krožno polarizirano sprejemno anteno $Q_{RX} \rightarrow 0$ izlušči samo neposredni žarek in hkrati močno zaduši odbiti žarek. Kakovostna sprejemna antena s čisto polarizacijo omogoča majhne pogreške kljub temu, da ni usmerjena zaradi sočasnega sprejema signalov več svetilnikov iz različnih smeri.

Žal opisani postopek izločanja odbojev ni uporaben v zemeljskih radijskih zvezah. Pri položenem vpadu $\cos \Theta_V \rightarrow 0$ radijskih valov na

površino dielektrika sta odbojnosti med sabo enaki $\Gamma_{VP} \approx \Gamma_{HP}$. Odbojnosti ostajata nasprotno enaki $\Gamma_{VP} \approx -\Gamma_{HP}$ ne glede na vpadni kot edino pri odboju od dobrega prevodnika, na primer, če tla v okolici sprejemnika prekrijemo s kovinsko mrežo ali pločevino...

Ravno kovinsko zrcalo $|\Gamma| \approx 1$ lahko podobno kot uklanjalnik ali prizma pomaga premagati uklonsko slabljenje ovire v radijski zvezi. Zrcalo sprejme od oddajnika moč, ki je sorazmerna projekciji njegove površine

$A' = A_Z \cos \Theta$ in to moč odbija proti sprejemniku kot odprtina s smernostjo oziroma dobitkom $D_Z = G_Z = (4\pi/\lambda^2) A_Z \cos \Theta$. Zmnožek obeh je odmevna površina zrcala $\sigma = G_Z A_Z \cos \Theta$:



Primerjava	Smer	Odmevna površina	Pogoji uporabe
Uklanjalnik	$\Theta_{TX} \neq \Theta_{RX}$	$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_U^2 \cos \Theta_{TX} \cos \Theta_{RX} / \pi^2$	$x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$
Zrcalo	$\Theta_V = \Theta_O = \Theta$	$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_Z^2 \cos^2 \Theta$	$x, y \approx d_{TX}, d_{RX}$

Najpomembnejša razlika med ravnim zrcalom in uklanjalnikom je v praktični uporabi vpadni kot. Ploskev zrcala mora biti postavljena skoraj pod pravim kotom glede na ploskev uklanjalnika ali dielektrične prizme. Projekcije ploskev zrcala in uklanjalnika imajo zato nasprotujoče zahteve.

Projekcija je najbolj učinkovita, ko uklanjalnik postavimo v bližino zveznice oddajnik-sprejemnik $x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$ in gresta $\cos \Theta_{TX} \rightarrow 1$ ter $\cos \Theta_{RX} \rightarrow 1$. Prizmo moramo načrtovati za kot odklona žarka, uklanjalnik

za kot odklona in valovno dolžino. Uklanjalnik oziroma prizmo nato na vrhu hriba nastavljamo samo še po eni osi. Kota $\Theta_{TX} \neq \Theta_{RX}$ sta lahko med sabo različna. Uklanjalnik izgublja $a \approx -9.9\text{dB}$ zaradi polovičnega senčenja polja in seštevanja kazalcev po loku.

Projekcija je najbolj učinkovita, ko ravno zrcalo postavimo proč od zveznice oddajnik-sprejemnik $x, y \approx d_{TX}, d_{RX}$ ali celo za oddajnik oziroma za sprejemnik, da gre $\cos \Theta \rightarrow 1$. Odbojni kot je nujno enak vpadnemu kotu $\Theta_O = \Theta_V = \Theta$. Zrcalo moramo zato natančno nastavljati po dveh oseh! Zrcalo je širokopasovno in odbija vse valovne dolžine.

Primerjava med učinkovitostma zrcala in uklanjalnika zato ni preprosta. Ravno zrcalo načeloma dopušča več izbire pri iskanju ustreznega zemljišča na vrhu gorskega grebena za njegovo postavitev. Isto zrcalo lahko uporabimo v katerikoli zvezi na katerikoli frekvenci brez ponovnega načrtovanja in preračunavanja. Nezanemarljiva slaba stran zrcala je, da zahteva zamudno in drago nastavljanje po dveh oseh! Vsota radijskih poti do zrcala $r_{TX} + r_{RX} > d_{TX} + d_{RX}$ je lahko občutno daljša od zveznice oddajnik-sprejemnik.

Iz ekonomskih razlogov sta zrcalo $A_Z \ll A_1 = \pi \rho_1^2$ oziroma uklanjalnik $A_U \ll A_1 = \pi \rho_1^2$ običajno dosti manjša od prve Fresnelove cone. Najučinkovitejša oblika zrcala je v tem primeru ravno zrcalo. Odprtini uklanjalnika oziroma zrcala tedaj izpolnjujeta Fraunhoferjev pogoj $d_{TX}, d_{RX} > 2 A_U / \lambda, 2 A_Z / \lambda$. V obeh primerih zrcala in uklanjalnika gre za zaporedno vezavo dveh radijskih zvez, od oddajnika do naprave na vrhu grebena in od tam do sprejemnika. Sprejeta moč zato upada s četrto potenco razdalje $P_{RX} = \alpha r_{TX}^{-2} r_{RX}^{-2}$.

Radijsko zvezo preko zrcala oziroma uklanjalnika lahko zapišemo tudi kot eno samo zvezo, ki premošča razdaljo $r_{TX} + r_{RX}$ in jo dodatno prizadene slabljenje majhnega zrcala oziroma majhnega uklanjalnika. Dodatno slabljenje majhnega zrcala lahko izrazimo s površino prve krožne Fresnelove cone na mestu zrcala:

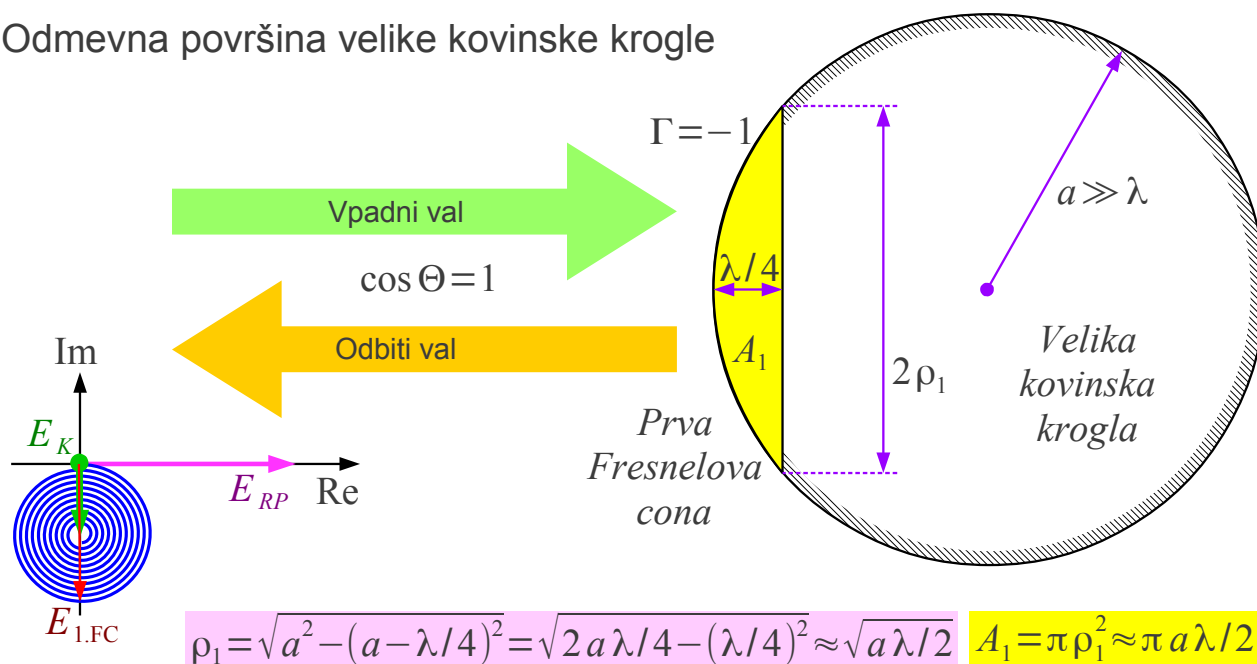
$$\rho_1 = \sqrt{\lambda \frac{r_{TX} r_{RX}}{r_{TX} + r_{RX}}} \rightarrow a_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{A_Z \cos \Theta}{\rho_1^2} = 20 \log_{10} \frac{A_Z \cos \Theta}{A_1 / \pi}$$

Praktični zgled $f = 10\text{GHz}$, $\lambda = 3\text{cm}$, $r_{TX} = 20\text{km}$ in $r_{RX} = 10\text{km}$ daje polmer prve Fresnelove cone $\rho_1 = 14.1\text{m}$ s površino

$A_1 = 628 \text{ m}^2$. Zrcalo s površino $A_Z = 10 \text{ m}^2$ vnaša pri strmem vpadu $\cos \Theta \approx 1$ dodatno slabljenje $a_Z \approx -26 \text{ dB}$. Dodatno slabljenje enako velikega uklanjalnika $A_U = 10 \text{ m}^2$ bi na istih razdaljah doseglo $a_U = a_Z + a \approx -36 \text{ dB}$ zaradi polovičnega senčenja polja in seštevanja kazalcev po loku.

Slaba lastnost ravnega zrcala oziroma uklanjalnika je, da odbija oziroma odklanja valovanje v eno samo smer. Preko enega ravnega zrcala oziroma uklanjalnika zato ni možno vzpostaviti več radijskih zvez v različne smeri. Povrhu je treba za eno samo zvezo natančno nastaviti smer zrcala v dveh oseh oziroma primerno preračunati uklanjalnik.

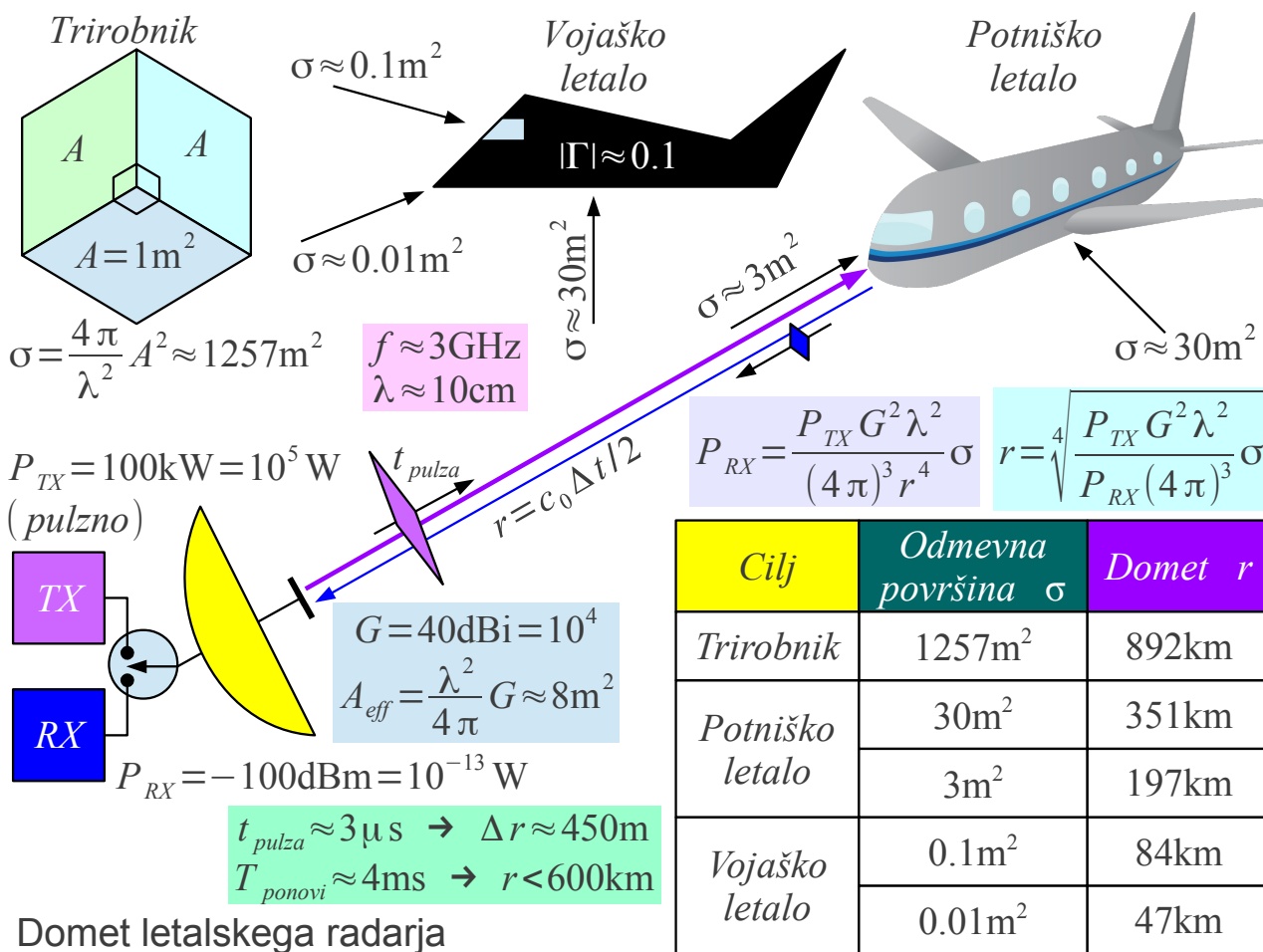
Odmevna površina velike kovinske krogle

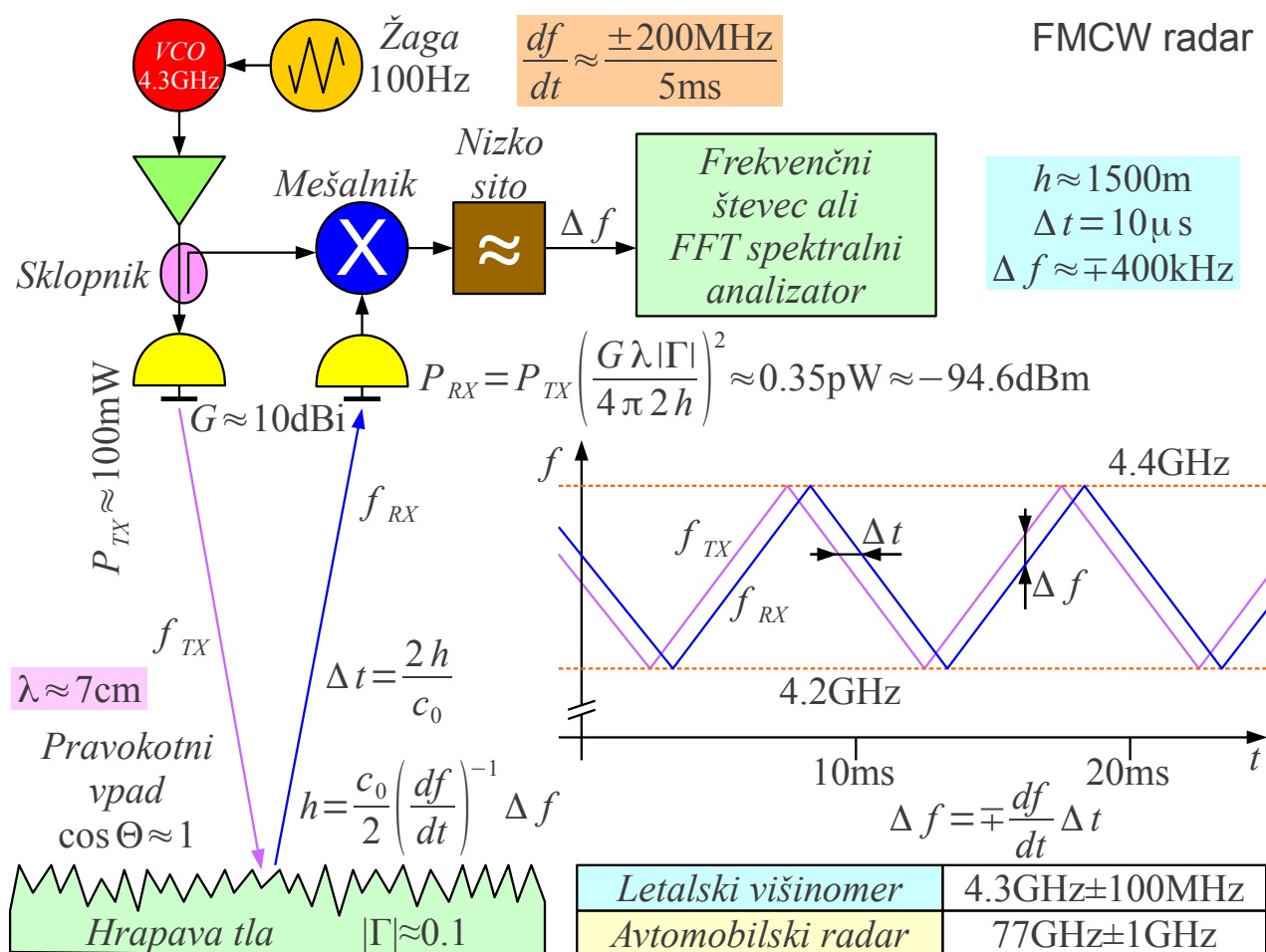


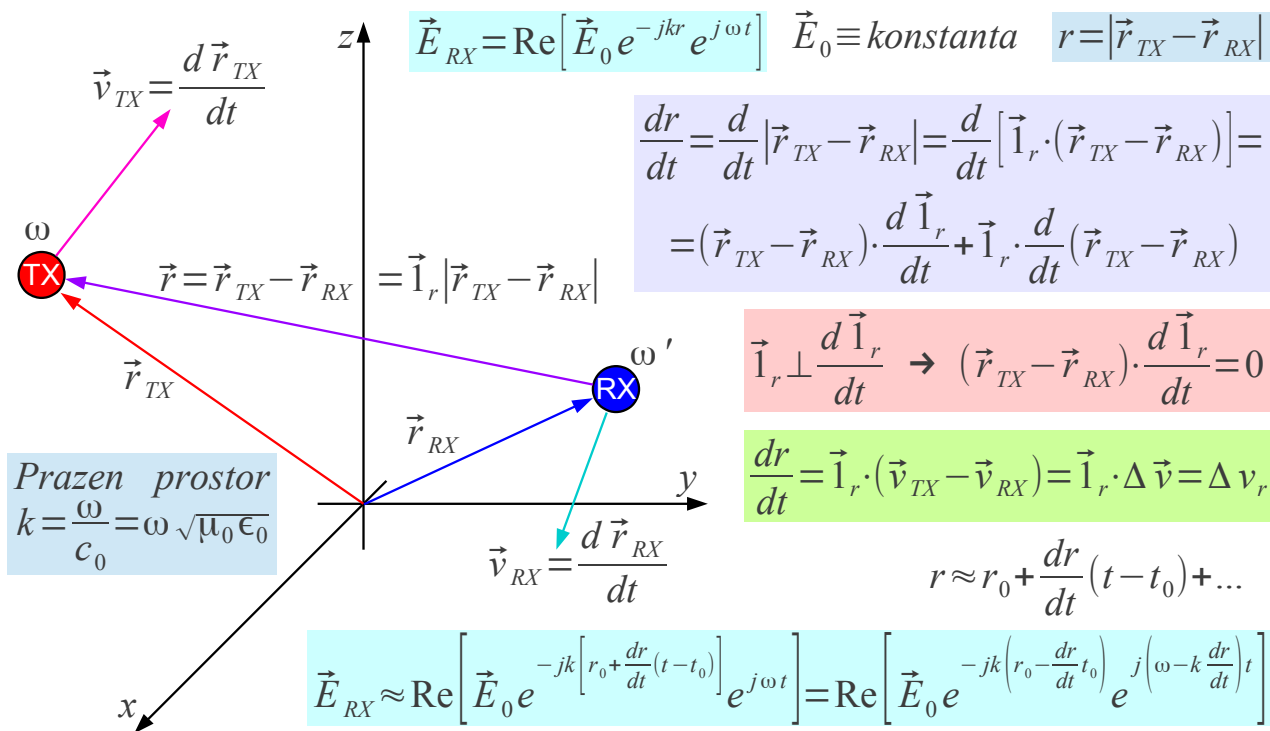
$$\text{Ravna plošča } A_1 \rightarrow \sigma_{RP} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_1^2 \approx \frac{4\pi}{\lambda^2} (\pi a \lambda / 2)^2 = \pi^3 a^2$$

$$\text{Prva Fresnelova cona } A_1 \rightarrow E_{1.FC} = -j \left(\frac{2}{\pi} \right) E_{RP} \rightarrow \sigma_{1.FC} = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \sigma_{RP} \approx 4\pi a^2$$

$$\text{Velika kovinska krogla} \rightarrow E_K = \frac{1}{2} E_{1.FC} \rightarrow \sigma_K = \frac{1}{4} \sigma_{1.FC} \approx \pi a^2$$





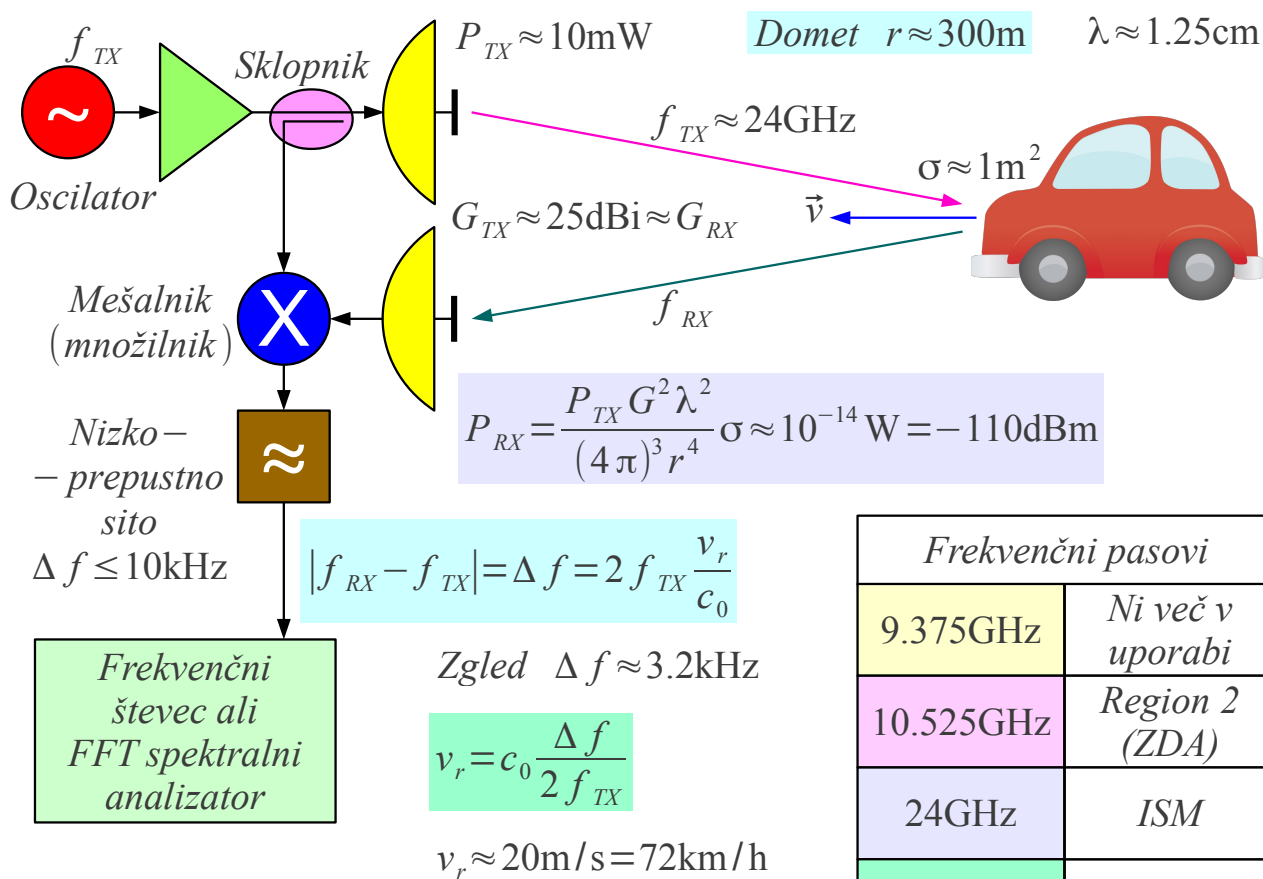


Christian A. Doppler 1842

$$\omega' \approx \omega - k \frac{dr}{dt} = \omega - \frac{\omega}{c_0} \frac{dr}{dt}$$

Dopplerjev pomik

$$\Delta \omega = \omega' - \omega \approx -\frac{\omega}{c_0} \frac{dr}{dt} = -\frac{\omega}{c_0} \frac{(\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}) \cdot (\vec{v}_{TX} - \vec{v}_{RX})}{|\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}|}$$

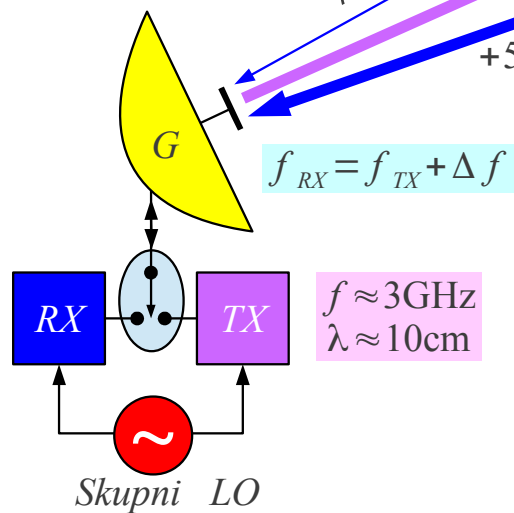


CW Dopplerjev radar

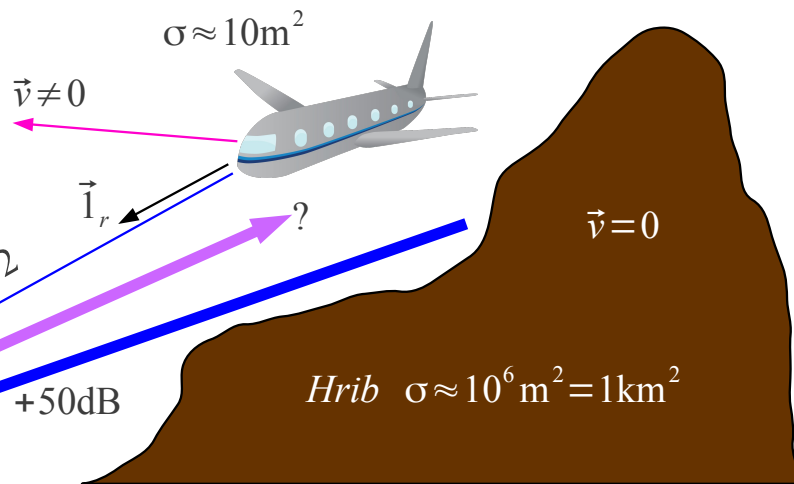
$$t_{\text{pulza}} \approx 3 \mu\text{s} \rightarrow \Delta r \approx 450\text{m}$$

$$T_{\text{ponovi}} \approx 4\text{ms} \rightarrow r < 600\text{km}$$

**Zahtevna
primerjava
faze zaporednih
odmevov**
 $\Delta f \ll 1/t_p$



Pulzno-Dopplerjev RADAR



$$\Delta f = 2 \frac{f_{TX}}{c_0} (\vec{v} \cdot \vec{i}_r) \equiv \text{Dopplerjev pomik}$$

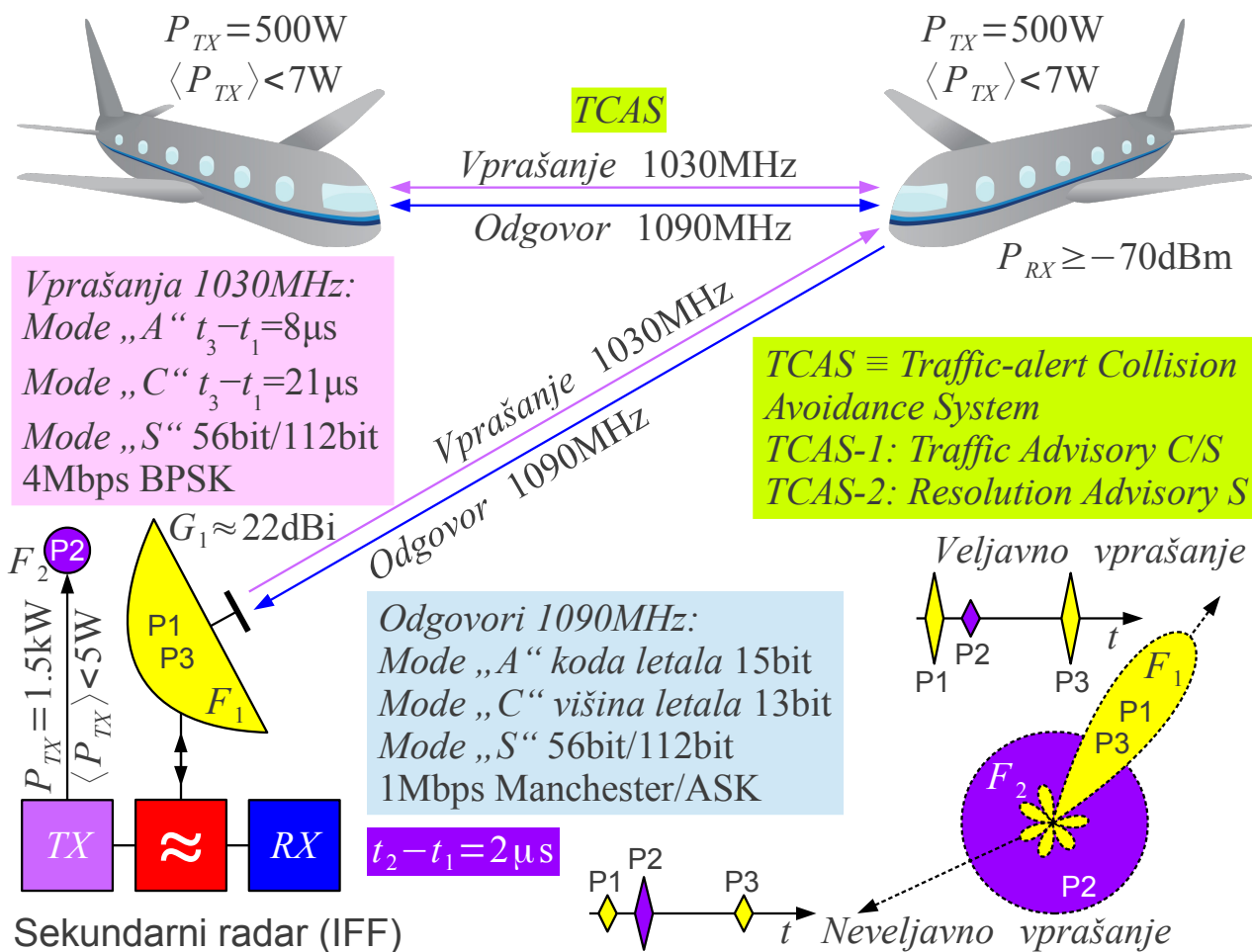
**Razločevanje
premičnih
ciljev MTI**

Letalo $v \approx 250\text{m/s} = 900\text{km/h}$
 $\rightarrow \Delta f \leq 5\text{kHz}$

Hrib $v \approx 0 \rightarrow \Delta f \approx 0$

Radar ne vidi:

- (1) Počasnih ciljev: baloni, jadralci...
- (2) Tangencialnih ciljev: $\vec{v} \perp \vec{i}_r$



* * * * *