

Antene in razširjanje valov

Matjaž Vidmar

Ljubljana, 2017

Vsebina

1. Kaj je to radio?	14 strani
2. Krogelne koordinate	8 strani
3. Osnovni viri sevanja	12 strani
4. Brezvrvična zveza	17 strani
5. Meritve anten	18 strani
6. Žične antene	15 strani
7. Huygensov izvor	14 strani
8. Valovodni lijaki	12 strani
9. Umetni dielektriki	13 strani
10. Zbiralna zrcala	15 strani
11. Skupine anten	0 strani
12. Polarizacija	
13. Toplotni šum	
14. Razširjanje valov	
15. Ovire	
16. Ozračje	
17. Večpotje	

1. Kaj je to radio?

Biologija uči, da višje oblike življenja zmorejo poleg zmogljivejše obdelave podatkov tudi bolj izpopolnjeno daljinsko zaznavanje brez dotika in brezvrvično komunikacijo. Fizika postavlja obema, brezstičnemu daljinskemu zaznavanju in brezvrvični komunikaciji, podobne omejitve. Največji domet obeh omogočajo valovanja: zvočno valovanje v trdnih snoveh, tekočinah in plinih ter elektromagnetno valovanje v povsem praznem prostoru. Različne oblike življenja sicer uporabljajo tudi statične fizikalne pojave za zaznavanje in komunikacijo, a je njihov domet občutno manjši od valovanj.

Za elektromagnetno valovanje je prisotnost snovi kvečjemu ovira. Naravni razvoj oblik življenja je izbral takšno elektromagnetno valovanje, za katero sta ozračje in morska voda razmeroma prozorna, primerna tipala in celo viri valovanja pa biološko izvedljivi: vidna svetloba in bližnja infrardeča svetloba. Nekatere oblike življenja uporabljajo tudi toplotno infrardeče valovanje v ozračju.

Čeprav so dosežki stotine milijonov let trajajočega naravnega razvoja zavidanja vredni, živa bitja uporabljajo le (razmeroma) ozek del spektra elektromagnetnega valovanja. Nekateri deli spektra elektromagnetnega valovanja so sicer popolnoma neuporabni za zaznavanje in komunikacijo. Nekateri so lahko življenju celo škodljivi, na primer ultravijolična svetloba, rentgenski in gama žarki. Končno, nekatere sicer uporabne dele spektra elektromagnetnega valovanja je naravni razvoj oblik življenja spregledal!

Radio je običajno ime za elektromagnetno valovanje določenih frekvenc oziroma valovnih dolžin, ki ga uporabljamo za brezstično daljinsko zaznavanje in brezvrvično komunikacijo. Radio je plod človeškega duha, ki ga je naravni razvoj oblik življenja spregledal. Mednarodni predpisi, natančneje ITU Radio Regulations, zahtevajo navajanje frekvenc in ne dovoljujejo uporabe valovnih dolžin. Po ITU Radio Regulations je radio definiran kot elektromagnetno valovanje v frekvenčnem pasu $9\text{kHz} \leq f \leq 400\text{GHz}$:



Naravne omejitve so zagotovo bolj samoumevne od zakonskih predpisov. Na frekvencah nad $f > 400\text{GHz}$ je zemeljsko ozračje skoraj neprozorno za elektromagnetno valovanje. Frekvence pod $f < 100\text{kHz}$ so komaj uporabne za komunikacije oziroma daljinsko zaznavanje zaradi izredno majhne razpoložljive pasovne širine. Hkrati nizke frekvence pomenijo zelo velike valovne dolžine, pri katerih je težko doseči pravo elektromagnetno sevanje, pač pa naprave izkoriščajo kapacitivni ali induktivni sklop bližnjega jalovega (statičnega) polja, kar ni ravno radio v ožjem pomenu besede.

Kljub temu se področje uporabnih radijskih frekvenc razprostira čez več kot sedem velikostnih razredov oziroma dosti več kot marsikateri drug fizikalni pojav. Končno postavljajo meje tudi praktične omejitve. Na spodnji frekvenčni meji radio potrebuje zelo velike oddajnike in sprejemnike. Na gornji frekvenčni meji se radio obnaša podobno vidni svetlobi: zahteva natančno usmerjanje oddajnikov in sprejemnikov ter postane občutljiv na ovire. Končno, v razponu sedmih velikostnih razredov frekvenc oziroma valovnih dolžin se lastnosti radia zelo spremenijo!

Vse do 19. stoletja fizika ni poznala povezav med navidez različnimi električnimi pojavi, magnetnimi pojavi in svetlobo. V prvi polovici 19. stoletja sta André-Marie Ampère (1826) in Michael Faraday (1831) odkrila povezavi

med električnimi in magnetnimi pojavi v obe smeri. Matematik Carl Friedrich Gauss je zakonitosti dopolnil z električnim pretokom.

V drugi polovici 19. stoletja so fizikalna odkritja uredili matematiki. James Clerk Maxwell (1861) je vse dotedanje znanje o elektriki in magnetiki združil v slovite enačbe, ki danes nosijo njegovo ime, čeprav jih je v danes znani obliki zapisal šele Oliver Heaviside dve desetletji za Maxwellom.

Radio uporabljamo na velikih razdaljah, kjer ne smemo zanemariti relativistike. Maxwellove enačbe zato zapišemo v obliki diferencialnih enačb, ki vsebujejo diferencialne operacije odvajanja v prostoru: vrtnčenje vektorskega polja $\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A}$ in izvornost vektorskega polja $\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A}$. Reševanje enačb lahko zahteva še smerni odvod skalarnega polja $\text{grad } V = \nabla V$.

Radio običajno deluje z razmeroma ozkopasovnimi signali $B \ll f$, ki jih v izračunih lahko ponazorimo s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega = 2\pi f$. To dodatno poenostavi enačbe z zamenjavo časovnih odvodov $\partial/\partial t = j\omega$:

Elektromagnetika

Harmonske veličine:

$$\partial/\partial t = j\omega$$

$\omega \equiv$ krožna frekvenca [rd/s]

$$\text{Ampère: } \text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E}$$

$$\text{Faraday: } \text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}$$

$$\text{Gauss: } \text{div } \epsilon \vec{E} = \rho$$

$$\epsilon \equiv \text{dielektričnost} \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{H} \equiv \text{magnetna poljska jakost} \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

$$\vec{J} \equiv \text{gostota toka} \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\vec{E} \equiv \text{električna poljska jakost} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$\rho \equiv \text{gostota elektrine} \left[\frac{\text{As}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\mu \equiv \text{permeabilnost} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\text{Poynting: } \vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \equiv \text{gostota pretoka moči} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \equiv \text{vektorski potencial} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{m}} \right]$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \rho(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \equiv \text{skalarni potencial} [\text{V}] \quad \vec{E} = -j\omega \vec{A} - \text{grad } V$$

Radio večinoma uporabljamo v zemeljskem ozračju na frekvencah, pri katerih se zemeljsko ozračje obnaša skoraj kot prazen prostor $\epsilon \approx \epsilon_0$ in $\mu \approx \mu_0$. Ker sta dielektričnost in permeabilnost preprosti skalarni konstanti, gostote električnega pretoka $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ in gostote magnetnega pretoka $\vec{B} = \mu \vec{H}$ pri radiu v enačbah posebej ne navajamo, saj sta preprosto izračunljivi.

Maxwellov učenec John Henry Poynting je leta 1884 opisal pretok elektromagnetne moči. Pripadajoči vektor gostote moči $\vec{S} = 1/2 \vec{E} \times \vec{H}^*$ vsebuje za vršne vrednosti harmonskih veličin v enačbi polovico in konjugirano-kompleksno vrednost magnetne poljske jakosti povsem enakovredno kompleksni električni moči $P = 1/2 U I^*$!

Hkrati z osnovnimi enačbami elektromagnetnega polja so bila razvita tudi računska orodja. Čeprav je skalarni potencial in vektorski potencial vpeljal že Maxwell, šele premišljena izbira izvornosti vektorskega potenciala $\text{div } \vec{A} = -j\omega\mu\epsilon V$ (Ludvig Lorenz 1888) omogoča uporaben zapis enačb za izračun zakasnenih potencialov (angleško: retarded potentials).

Skalarni potencial $V(\vec{r})$ in vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ omogočata izračun električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ in magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ v točki \vec{r} iz znanih virov, elektrin $\rho(\vec{r}')$ in tokov $\vec{J}(\vec{r}')$ na koordinatah \vec{r}' . Zakasnitev od vira do točke opazovanja opisuje zasuk faze $\phi = -k|\vec{r} - \vec{r}'|$.

Končno so Maxwellove enačbe napovedale tudi elektromagnetno valovanje oziroma povezavo med električnimi in magnetnimi pojavi ter svetlobo, kar je Heinrich Rudolf Hertz potrdil z različnimi poskusi v obdobju 1886-1889. S tehniko 19. stoletja so mehanski stroji lahko kvečjemu naredili silno počasno elektromagnetno valovanje z valovno dolžino nekaj tisoč kilometrov, daleč preveč za kakršenkoli laboratorijski poskus. Prve žarnice so sicer proizvajale vidno svetlobo z valovno dolžino manj kot mikrometer, ampak povezava med električnimi in svetlobnimi pojavi v žarnici ni samoumevna.

Heinrich Rudolf Hertz je bil za svoj čas izredno inovativen, da je našel pot okoli opisane navidez nepremostljive ovire. Izdelal je več različnih električnih rezonatorjev (nihajnih krogov) za frekvence v pasu

$50\text{MHz} < f < 500\text{MHz}$. Kapacitivnost rezonatorja je najprej naelektril z nizkofrekvenčnim visokonapetostnim virom in nato pognal nihanje rezonatorja z električno iskro, ki nastane ob preboju. Iskra se pri tem obnaša kot izredno hitro stikalo, ki požene nihanje na več kot šest velikostnih razredov višji frekvenci.

Izkoristek takšne pretvorbe nizkofrekvenčne energije v visokofrekvenčno energijo je sicer slab. Ustvarjeno visokofrekvenčno nihanje je močno dušeno, torej kratkotrajno. Hertz je uporabil iskrišče tudi kot visokofrekvenčni detektor v rezonatorju (dipolu) sprejemnika. Domet svoje naprave je močno izboljšal z valjnima zbiralnima zrcaloma velikosti $2\text{m} \times 1.2\text{m}$ v oddajniku in sprejemniku ter tako pokazal odboj in razširjanje elektromagnetnega valovanja frekvence okoli $f \approx 450\text{MHz}$.

Hertzovi poskusi so vsebovali pomembno podrobnost, ki je večina ni opazila. Hertz je kot prvi opazil elektromagnetno sevanje na dovolj velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$, ki se obnaša drugače od kapacitivnega oziroma induktivnega sklopa na nižjih frekvencah oziroma manjših razdaljah:



Hertzov poskus

Z obračanjem sprejemnika in oddajnika ter vstavljanjem različnih ovir (prizma iz dielektrika, polarizator iz vzporednih kovinskih žic) v radijsko pot je Hertz pokazal še polarizacijo in lom elektromagnetnega valovanja. Vsi Hertzovi poskusi so se natančno ujemali z Maxwellovo teorijo na eni strani ter z znanimi svetlobnimi pojavi na drugi strani. Povezava med svetlobo in električnimi pojavi ni bila več samo teorija, pač pa potrjena z laboratorijskim poskusom!

Heinrich Rudolf Hertz je umrl razmeroma mlad. Na prelomu stoletja so se številni izumitelji po vsem svetu lotili najrazličnejših poskusov s tako imenovanimi "Hertzovimi valovi", čeprav pogosto ni šlo za elektromagnetno valovanje v strogem pomenu besede. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na frekvencah vse do približno $f \approx 450 \text{ MHz}$. Večina takratnih izumiteljev, tudi Nikola Tesla in Guglielmo Marconi, pa je v svojih poskusih uporabljala dosti nižje frekvence večinoma pod $f < 100 \text{ kHz}$.

Nikola Tesla, Guglielmo Marconi in številni drugi izumitelji so v svojih poskusih uporabljali električno majhne naprave $h \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. V takšnih napravah ima elektromagnetno polje hkrati statične komponente, sevanje in še druge dinamične člene podobnih velikostnih razredov. Izumitelji večinoma niso imeli niti teoretskega znanja niti primernih merilnih inštrumentov, s katerimi bi lahko ločili med različnimi členi električnega in magnetnega polja električno majhne naprave.

Praktične izvedbe kratkih električnih dipolov so Teslovi transformatorji 1891-1900. Čeprav natančni podatki niso znani, iz razpoložljivih virov sklepamo, da je Nikola Tesla izdelal naprave vse do višine $h \approx 30 \text{ m}$, ki so proizvajale izredno visoke napetosti na frekvencah pod $f \leq 30 \text{ kHz}$:

Teslov transformator



Nikola Tesla je svoje naprave najverjetneje načrtoval za čim večje bližnje električno polje in čim močnejši statični električni (kapacitivni) sklop do sprejemnika. Sevanja niti sevalne upornosti verjetno ni nikoli opazil. Tesla je večino poskusov opravil na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$. Sevalna upornost njegovih naprav je bila za štiri velikostne razrede nižja $R_s \ll R_{Cu}$ od upornosti navitja njegovega transformatorja. Tesla sevalne upornosti ni mogel opaziti, kaj šele izmeriti. Iz razpoložljivih podatkov sklepamo, da Tesla ni poznal razlike med bližnjim električnim poljem in sevanjem.

Daljinsko vodena ladjica Nikole Tesle iz leta 1898 je sicer predstavljala izum daleč pred svojim časom, ki pa je bil podobno kot ostali Teslovi poskusi zelo omejen z dometom. Nikola Tesla je sicer že uporabljal občutljivejši visokofrekvenčni sprejemnik: koherer. Koherer, ki ga je izumil Édouard Branly leta 1890, izkorišča preboj oksidirane površine med zrnici kovine, kar se zgodi pri več kot desetkrat nižji napetosti od preboja iskrišča v zraku $U \geq 100V$.

Še občutljivejši detektor je izdelal indijski znanstvenik Jagdish Chandra Bose s kristalom svinčevega galenita PbS leta 1894 in z njim uspešno zaznal frekvence, ki jih danes imenujemo mikrovalovi. Tehnika na koncu 19. stoletja sicer ni bila naklonjena mikrovalovom in Bosejev polprevodniški detektor je moral počakati še pol stoletja do uporabe v radarju v drugi svetovni vojni. Nizozemec Christian Hülsmeier je leta 1906 sicer uspešno zaznal ladjo skozi gosto meglo s pomočjo kohererja, kar velja za prvi uspešen poskus radarja.

Od vseh izumiteljev na prelomu iz 19. v 20. stoletje je bil poslovno daleč najuspešnejši italijanski inženir Guglielmo Marconi. Že od začetka je namreč izbral pravi cilj, vzpostaviti radijsko zvezo (komunikacijo) na čim večji razdalji. Brežžični prenos energije niti drugi fizikalni pojavi (iskre v velikem električnem polju) Marconija niso zanimali. Podobno kot drugi izumitelji tistega časa (Tesla) je tudi Marconi svoj cilj iskal z vztrajnim poizkušanjem brez globljega teoretskega predznanja. Povrhu je Marconi uspel združiti najboljše dosežke številnih drugih izumiteljev (tudi Tesle) v delujočo in praktično uporabno napravo.

Vztrajni poskusi s pravim ciljem so se obrestovali. Kmalu po prelomu stoletja je Guglielmo Marconi uspel vzpostaviti prvo čezoceansko radijsko zvezo. Pri tem je z manjšimi in cenejšimi napravami prehitel tudi ogromni, dragi, nikoli dokončani in neuspešni veliki oddajnik Nikole Tesle, stolp Wardencliff višine kar $h=57m$. Guglielmo Marconi in Karl Ferdinand Braun sta za svoje dosežke na področju radia leta 1909 prejela Nobelovo nagrado iz fizike. V tedanji javnosti je sicer bolj odmevala vloga Marconijevih naprav v brodolomu ladje Titanic leta 1912, v katerem je izgubil življenje tudi tesni Marconijev sodelavec.

Guglielmo Marconi je utemeljil tudi elektrotehnični izraz "antena". Antena je ime za napravo, ki pretvarja vodeno elektromagnetno valovanje v sevanje ali obratno. Marconi je novo napravo poimenoval iz podobnosti s tipalkami žuželk in drugih živali, ki se v latinščini imenujejo antene. Za razliko od Nikole Tesle, ki v svojih napravah ni videl sevanja, pač pa le statično polje kondenzatorja in je napravo poimenoval elektroda oziroma priključek (terminal).

Sočasno z Marconijevimi uspehi se je menjalo tudi ime valovanja in pripadajočih naprav. Izraz Hertzovi valovi je okoli leta 1910 zamenjal izraz radijski valovi. Pripadajoče naprave so dobile novo ime radio. Radijsko zvezo so poimenovali tudi brezvrvična zveza (angleško: wireless).

Nadaljnji razvoj radia je zaznamoval razvoj elektronike. Leta 1904 je John Ambrose Fleming razvil vakuumsko diodo, ki je občutljiv in zanesljiv detektor radijskih signalov. Lee De Forest je leta 1906 izumil vakuumsko triodo, prvi elektronski ojačevalnik. Američan Edwin Howard Armstrong in Avstrijec Alexander Meissner sta leta 1912 skoraj istočasno izdelala prve elektronske oscilatorje s triodo, ki se jih da uporabiti kot učinkovit radijski oddajnik oziroma kot izredno občutljiv regenerativni sprejemnik.

V obdobju druge svetovne vojne se je radijska tehnika tako razvila, da je poleg brezvrvične komunikacije omogočala tudi daljinsko zaznavanje, radiolokacijo in radijsko navigacijo. Vse velesile druge svetovne vojne: Velika Britanija, ZDA, Nemčija, Sovjetska Zveza, Japonska, Nizozemska, Francija, Italija so poznale bolj ali manj uspešen radar.

Po koncu druge svetovne vojne je radio izgledal najprimernejše sredstvo za komunikacijo velike zmogljivosti na velike razdalje, še posebno z izstrelitvijo prvega umetnega Zemljinega satelita in začetkom vesoljske tekme leta 1957. Radio je dobil pomembnega tekmeca pri visokih zmogljivostih na srednjih razdaljah šele leta 1970 z izdelavo uporabnega svetlobnega vlakna v tovarni Corning. Končno predstavlja pomemben mejnik še prvo radijsko paketno omrežje ALOHAnet Univerze Hawaii leta 1971.

Danes (2017) je svetlobno vlakno izpodrinilo radio na srednjih razdaljah pri najvišjih zmogljivostih. Eno samo svetlobno vlakno omogoča zvezo večje zmogljivosti od vsote zmogljivosti vseh do danes izstreljenih telekomunikacijskih umetnih satelitov. Radio ostaja nenadomestljiv pri največjih razdaljah v vesolju. Hkrati se radio uveljavlja neodvisno od razdalje povsod tam, kjer je kakršnakoli vrviča nezaželenja oziroma neuporabna.

Poštena primerjava razvoja radia upošteva teorijo informacije, ki jo je razvil Claude Shannon leta 1948. Poleg zmogljivosti zveze $C [\text{bit/s} = \text{bps}]$

je pomembna tudi spektralna učinkovitost C/B [bit/s/Hz=bit] , saj je radiofrekvenčni spekter omejena naravna dobrina:

Zmogljivost radijske zveze

$$\text{Informacija} \quad I = \frac{1}{2} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{W_s}{W_N} \right) \quad [\text{bit}] \quad (\text{Claude Shannon 1948})$$

$W_s \equiv$ energija signala

$W_N \equiv$ energija šuma

$T \equiv$ perioda signala

$$\text{Pasovna širina} \quad B = \frac{1}{2T} \quad [\text{Hz}] \quad (\text{Harry Nyquist 1924})$$

$P_s \equiv$ moč signala

$P_N \equiv$ moč šuma

$N_0 \equiv$ spektralna gostota šuma

$$\text{Zmogljivost} \quad C = m \cdot B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = m \cdot B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B \cdot N_0} \right) \quad [\text{bit/s} = \text{bps}]$$

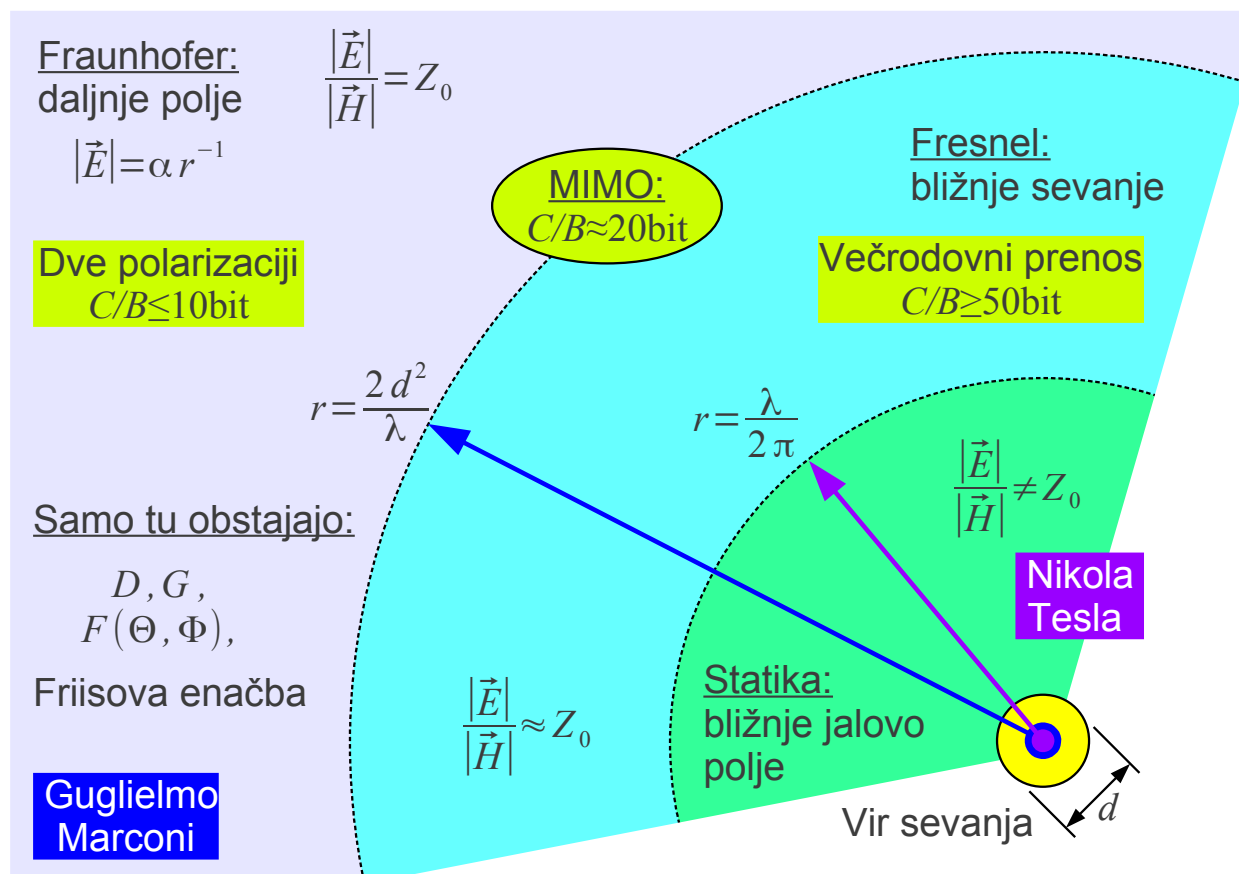
$m \equiv$ število rodov

$$\text{Spektralna učinkovitost} \quad C/B = m \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B \cdot N_0} \right) \quad [\text{bit/s/Hz} = \text{bit}]$$

Leto	Vrsta radijske zveze	Pasovna širina B	Zmogljivost C	Spektralna učinkovitost C/B
~1910	Telegrafija s sprejemom na sluh	500Hz	10bit/s	0.02bit/s/Hz
~1950	Radioteleprinter	250Hz	50bit/s	0.2bit/s/Hz
~1990	GSM telefon	200kHz	271kbit/s	1.355bit/s/Hz
~2010	WiFi 802.11n ($m=2$)	40MHz	300Mbit/s	7.5bit/s/Hz

Brezstično daljinsko zaznavanje oziroma brezvrvično komunikacijo s pomočjo elektromagnetnih pojavov lahko razdelimo po načinu delovanja v tri velike skupine:

- (1) bližnje jalovo (statično) polje (angleško: near-field region, reactive),
- (2) Fresnelovo področje oziroma bližnje sevanje (angleško: near-field region, radiating) in
- (3) Fraunhoferjevo področje oziroma daljnje polje (angleško: far-field region):



Statika, Fresnel in Fraunhofer

Bližnje jalovo polje prevladuje na razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$, ki so dosti manjše od valovne dolžine. V bližnjem jalovem polju sta električno polje \vec{E} in magnetno polje \vec{H} dve neodvisni veličini. Elektromagnetno sevanje je v bližnjem polju zanemarljivo majhno $|\vec{E}_{\text{sevani}}| \ll |\vec{E}_{\text{statični}}|$ in $|\vec{H}_{\text{sevani}}| \ll |\vec{H}_{\text{statični}}|$ v primerjavi s statičnim elektromagnetnim poljem. Bližnje jalovo polje zelo hitro upada s tretjo potenco razdalje $|\vec{E}_{\text{statični}}| = \alpha r^{-3}$ oziroma $|\vec{H}_{\text{statični}}| = \alpha r^{-3}$.

Zvezo v bližnjem polju popolnoma opiše kapacitivni oziroma induktivni sklopom med oddajnikom in sprejemnikom. Na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$ je kakršenkoli fazni zasuk $\Delta\phi = 2\pi r/\lambda \ll 1 \text{ rd}$ izredno majhen, zato ne moremo govoriti o valovanju. Pravilnejši izraz je nihanje. Ker sta bližnje električno in magnetno polje v kvadraturi, ima bližnje polje skoraj popolnoma jalov Poyntingov vektor $\text{Re}[\vec{S}] \rightarrow 0$. Brez prenosa delovne moči prav tako ne moremo govoriti o valovanju.

Nikola Tesla je v svojih poskusih večinoma uporabljal kapacitivni sklop v praznem prostoru med oddajnikom in sprejemnikom. Sodobne naprave, RFID in druge zveze kratkega dosega, uporabljajo v bližnjem polju večinoma

induktivni sklop. S stališča teorije sta kapacitivni in induktivni sklop sicer dva različna pojava, ki pa imata enako omejitev. Na velikih razdaljah

$r \gg \sqrt{A_{TX}}, \sqrt{A_{RX}}$ sprejeta moč upada s šesto potenco razdalje

$P_{RX} = P_{TX} \propto r^{-6}$, zato je domet takšnih naprav majhen:

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} \neq Z_0 \rightarrow \text{Potrebna ločena meritev } \vec{E} \text{ ter } \vec{H}$$



Induktivni sklop v bližnjem polju

Ker je Poyntingov vektor samega oddajnika skoraj popolnoma jalov $\text{Re}[\vec{S}] \rightarrow 0$, oddajnik skoraj nič ne seva. Delovna komponenta

Poyntingovega vektorja $\text{Re}[\vec{S}] \neq 0$ se pojavi šele takrat, ko sta tokova prisotna v obeh, I_{TX} v oddajniku in I_{RX} v sprejemniku in sta med sabo v kvadraturi! Ker se pri induktivnem oziroma kapacitivnem sklopu nič moči ne izgublja v prostor, je takšen prenos energije lahko zelo učinkovit, na primer v indukcijskem kuhalniku oziroma v brezžičnem polnilcu.

Pravo elektromagnetno valovanje je vedno prečno (transverzalno) valovanje, torej imata v krogelnih koordinatah sevano električno polje

\vec{E}_{sevani} in sevano magnetno polje \vec{H}_{sevani} samo prečni komponenti $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, ko se nahaja vir v koordinatnem izhodišču. Statično polje $\vec{E}_{\text{statični}}$ oziroma $\vec{H}_{\text{statični}}$ ima lahko tudi vzdolžno komponento $\vec{1}_r$ v krogelnih koordinatah, vendar to ni valovanje. Zabloda o vzdolžnem (longitudinalnem)

elektromagnetnem valovanju je živa še danes kljub temu, da ga fizikalni zakoni niti Maxwelllove enačbe ne dopuščajo. Vz dolžno valovanje bi zahtevalo $\text{div } \vec{E} \neq 0$ oziroma $\text{div } \vec{H} \neq 0$ v praznem prostoru brez elektrin oziroma magnetnih nabojev. Vz dolžnega elektromagnetnega valovanja ni do danes še nihče zares izmeril!

Na večjih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ postaneta električno in magnetno polje v praznem prostoru med sabo pravokotna, sofazna in njuno razmerje se približuje točni vrednosti $|\vec{E}|/|\vec{H}| \rightarrow Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$. Poyntingov vektor postane realen $\text{Im}[\vec{S}] \rightarrow 0$ in predstavlja delovno moč P , ki se iz oddajnika širi v neskončnost v isti smeri, kamor valovanje potuje.

Elektromagnetno sevanje antene običajno dodatno razdelimo na dve področji: Fresnelovo področje in Fraunhoferjevo področje. V obeh področjih bližnje jalovo (statično) polje izgine. Razliko med Fresnelovim in Fraunhoferjevim področjem najlažje opišemo z zgledom zrcalne antene:



Rayleighjeva razdalja

Vir sevanja postavimo v gorišče zbiralnega zrcala. Takoj po odboju valovanja od zrcala so žarki vzporedni. Valovanje najprej potuje po snopu konstantnega preseka $A = \text{konst.}$. Na določeni razdalji se začne snop širiti.

Na velikih razdaljah se valovanje širi naprej v stožcu s konstantnim prostorskim kotom $\Omega = konst.$, ki je funkcija valovne dolžine in začetnega preseka snopa $\Omega \approx \lambda^2 / A$.

Mejo med geometrijsko (žarkovno) optiko in razširjanjem valovanja je postavil Lord Rayleigh leta 1891. Ker je prehod med obema področjema zvezen in zelo blag, je izbira meje odvisna od dopustne napake. Pri radijskih antenah običajno uporabljamo zelo strogo mejo za napako faze $\Delta \phi < \pi/8$, kar določa Rayleighjevo razdaljo $r = 2d^2/\lambda$.

Radijske antene običajno uporabljamo v Fraunhoferjevem področju daljnega polja $r > 2d^2/\lambda$. V Fraunhoferjevem področju se valovanje razširja v konstanten prostorski kot $\Omega = konst.$. Gostota pretoka moči upada s kvadratom razdalje $|\vec{S}| = \alpha r^{-2}$.

Običajne definicije smernega diagrama antene $F(\Theta, \Phi)$, smernosti antene D in dobitka antene G so smiselne samo v daljnem polju. Samo v daljnem polju velja Friisova enačba za izračun slabljenja radijske zveze. V daljnem polju lahko z anteno vzbudimo samo $m=2$ dva neodvisna rodova, dve med sabo pravokotni polarizaciji prečnega elektromagnetnega valovanja.

Fresnelovo področje $r < 2d^2/\lambda$ si najlažje predstavljamo z geometrijsko (žarkovno) optiko. V Fresnelovem področju lahko z enim ali več zrcali prenašamo sliko, sestavljeno iz mnogih neodvisnih slikovnih točk (pikslov). Vsaka neodvisna slikovna točka podpira še dve neodvisni, med sabo pravokotni polarizaciji.

V Fresnelovem področju je torej možen prenos množice med sabo neodvisnih rodov $m \gg 2$, ki prenašajo neodvisne informacije. Spektralna učinkovitost večrodovnega prenosa C/B je lahko izredno visoka. Ker se v Fresnelovem področju snop valovanja še ne razširja, lahko sprejemnik ujame večino moči oddajnika P .

Od vseh opisanih brezvrvičnih zvez je Fresnelovo področje najtežje izvedljivo. Uporaben domet dosežemo z velikimi antenami pri visokih frekvencah (majhen $\lambda = c_0/f$). Sodobna tehnika (2017) komaj dosega mejni primer $r \approx 2d^2/\lambda$, kjer tehnika MIMO (Multiple-In-Multiple-Out) omogoča nekoliko boljše spektralno učinkovitost C/B glede na zvezo v daljnem polju.

Ta učbenik skuša odgovoriti na izziv, kako poučevati radijske antene in

razširjanje radijskih valov na sodoben način. Od vseh vrst elektromagnetnih brezvrvičnih zvez danes ostajajo najpomembnejše radijske zveze v daljnem polju oziroma v Fraunhoferjevem področju. Na slednje so vezane številne definicije, ki jih moramo vzeti z razumevanjem, ko zaidemo v Fresnelovo področje ali celo v bližnje jalovo polje.

Antene in razširjanje valov zahtevajo dobro poznavanje osnov elektrotehnike in elektrodinamike. Jasne fizikalne slike nikakor ne more nadomestiti še tako dolgovezna in obremenjujoča matematična izpeljava. Računalniška simulacija je najslabša rešitev, ker ne uči teorije fizikalnega ozadja niti rezultatov ne preverja z meritvami.

Pri antenah in razširjanju valov postavlja fizika zahteve, ki pogosto niso skladne s smernicami sodobnega virtualnega sveta. Še najbolj samoumevna je primerjava radia z letalstvom. Letalo zahteva krila določenih izmer, da lahko preleti določeno pot. Radijska zveza zahteva antene določenih izmer, da lahko premosti določeno razdaljo.

Strogi zakoni fizike dopuščajo malo svobode. Višje od skromnih $h > 12\text{km}$ nad površjem Zemlje (potniško letalo) je danes omogočeno le redkim izbrancem. Potovanje izven Sončnega sistema ostaja znanstvena fantastika. Radijske antene ne moremo stlačiti v mikročip z nobeno tehnologijo. Za radijsko zvezo ostajajo nekatere ovire za vedno nepremagljive.

Končno, ko elektronska naprava dobi radijsko anteno, se naenkrat znajde v resničnem svetu motenj in nepredvidenih medsebojnih vplivov z drugimi napravami. Pogosto ne gre za načrtovalsko napako antene, pač pa za načrtovalsko napako elektronike oziroma celo napako programske opreme. Elektromagnetna združljivost oziroma EMC (Electro-Magnetic Compatibility) zahteva dobro poznavanje anten in razširjanja valov.

Elektromagnetno združljivost sicer urejajo strogi predpisi, ki naj bi omogočali sobivanje različnih naprav. Po drugi strani elektromagnetna združljivost ne more popraviti pomanjkljivosti strojne in programske opreme naše lastne naprave. Poznavanje anten in razširjanja valov je zato potrebno dosti širšemu krogu inženirjev od ozkega področja načrtovanja samih anten.

2. Krogelne koordinate

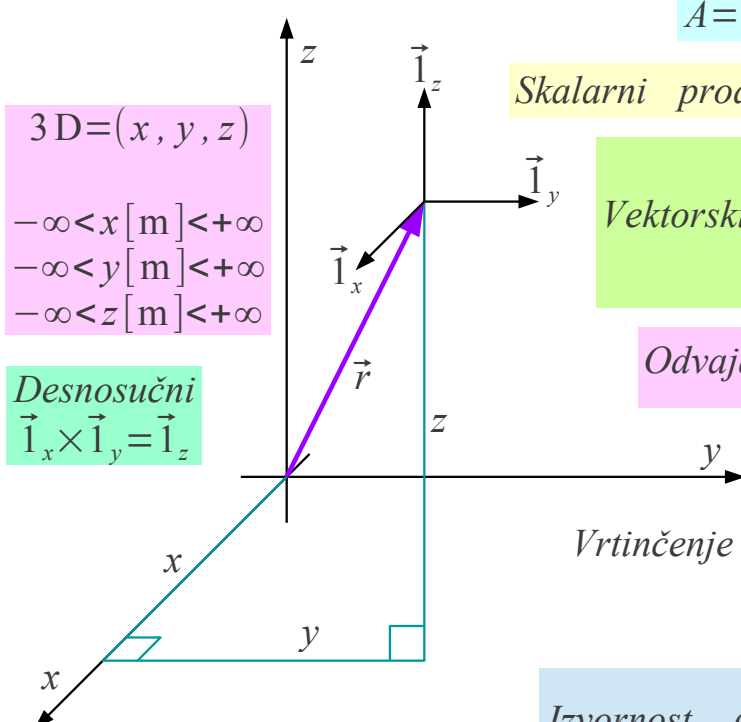
Večina nalog iz anten in razširjanje valov zahteva obravnavo v treh dimenzijah prostora. Tako skalarne kot tudi vektorske veličine so funkcije časa in vseh treh dimenzij prostora. Ozkopasovne signale $B \ll f$ radia največkrat smemo v izračunih ponazoriti s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega = 2\pi f$, kar poenostavi časovne odvode v $\partial/\partial t = j\omega$.

Računanje s skalarnimi in vektorskimi funkcijami treh dimenzij prostora je mogoče poenostaviti s koordinatnim sistemom, ki ima naslednje lastnosti:

- 1) tri dimenzije (3D),
- 2) pravokotnost med koordinatnimi osmi (pravokotni) in
- 3) vgrajeno pravilo desnega vijaka (desnosučni).

Od primernih koordinatnih sistemov je najpreprostejši kartezični koordinatni sistem:

Kartezične koordinate



Komponente

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = \vec{i}_x A_x + \vec{i}_y A_y + \vec{i}_z A_z$$

Skalarni produkt $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Vektorski produkt $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Odvajanje $\nabla = \vec{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial}{\partial z}$

Vrtinčenje $\text{rot } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

Izvornost $\text{div } \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

Smerni odvod $\text{grad } T = \nabla T = \vec{i}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial T}{\partial z}$

Kartezični koordinatni sistem ima tri ravne koordinatne osi. Vse tri

koordinatne osi imajo merske enote razdalje, običajno so to metri $[m]$. Odvajanje po koordinatah torej pomeni neposredno odvajanje po razdaljah. Spoštovanje vrstnega reda pisanja koordinat (x, y, z) ohranja desnosučnost.

Posebnost kartezičnega koordinatnega sistema so konstantni enotni smerni vektorji $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$, ki so neodvisni od položaja v prostoru $\vec{r} = (x, y, z)$. Pri računanju odvodov se smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema obnašajo kot konstante, kar znatno poenostavi računanje.

Odvajanje vektorskih in skalarnih funkcij v prostoru lahko zapišemo z operatorjem ∇ (nabla), ki ima v kartezičnih koordinatah preprost zapis. Vrtinčenje vektorskega polja tedaj računamo kot vektorski produkt

$$\text{rot } \vec{F}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{F}(\vec{r}) \quad , \text{ izvornost vektorskega polja kot skalarni produkt}$$

$\text{div } \vec{F}(\vec{r}) = \nabla \cdot \vec{F}(\vec{r})$ in smerni odvod skalarnega polja kot produkt vektorja odvajanja s skalarjem $\text{grad } T(\vec{r}) = \nabla T(\vec{r})$.

Kartezični koordinatni sistem uporabimo tudi za opis oziroma definicijo vseh drugih 3D, pravokotnih in desnosučnih koordinatnih sistemov. Kartezični koordinatni sistem pogosto uporabljamo kot vmesno stopnjo pri pretvorbi poljubnega koordinatnega sistema v drugačen poljubni koordinatni sistem. Končno, ker so smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema konstantni vektorji, z njihovo pomočjo najbolj preprosto računamo odvode smernikov drugih koordinatnih sistemov.

Kartezični koordinatni sistem žal ni najprimernejši za opis točkastih virov valovanja, na primer katerekoli antene na velikih razdaljah $r \gg d$. Za takšno nalogo je najprimernejši krogelni koordinatni sistem. Najbolj znan krogelni koordinatni sistem je zemljepisni koordinatni sistem. Koordinate zemljepisna dolžina $\lambda [^\circ]$, zemljepisna širina $\phi [^\circ]$ in nadmorska višina $h [m]$ tvorijo v zaporedju (λ, ϕ, h) 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem.

Zemljepisni koordinatni sistem ima nekaj pomanjkljivosti. Zapis koordinat v stopinjah $[^\circ]$ prinaša nerodnosti pri odvajanju kotnih funkcij. Nadmorski višini je treba vsaj prišteti polmer Zemlje, če slednjo smemo poenostaviti kot kroglo s polmerom $R_Z \approx 6378 \text{ km}$.

Pri antenah pogosteje uporabljamo krogelni koordinatni sistem (r, Θ, Φ) , kjer je $r [m]$ oddaljenost od izhodišča v enotah razdalje

(metri), $\Theta[\text{rd}]$ je polarna razdalja (kot) vadianih in $\Phi[\text{rd}]$ je zemljepisna dolžina (kot) vadianih. Krogelne koordinate, pisane v zaporedju (r, Θ, Φ) , tvorijo 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem:

Krogelne koordinate (tečaj z)

Pretvorba $(r, \Theta, \Phi) \rightarrow (x, y, z)$

$$x = r \sin \Theta \cos \Phi$$

$$y = r \sin \Theta \sin \Phi$$

$$z = r \cos \Theta$$

$$\vec{1}_x = \vec{1}_r \sin \Theta \cos \Phi + \vec{1}_\Theta \cos \Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$$

$$\vec{1}_y = \vec{1}_r \sin \Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Theta \cos \Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi$$

$$\vec{1}_z = \vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta$$

$$3D = (r, \Theta, \Phi)$$

$$0 \leq r[\text{m}] < +\infty$$

$$0 \leq \Theta[\text{rd}] \leq \pi$$

$$0 \leq \Phi[\text{rd}] < 2\pi$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$0 \leq \Theta \leq \pi \rightarrow \sin \Theta \geq 0$$

Pravokotni $\vec{1}_r \perp \vec{1}_\Theta \perp \vec{1}_\Phi \perp \vec{1}_r$

Desnosučni $\vec{1}_r \times \vec{1}_\Theta = \vec{1}_\Phi$

Pretvorba $(x, y, z) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Theta = \arccos(z / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

$$\Phi = \arctan(y/x) \quad (\text{kvadrant?})$$

$$\vec{1}_r = \vec{1}_x \sin \Theta \cos \Phi + \vec{1}_y \sin \Theta \sin \Phi + \vec{1}_z \cos \Theta$$

$$\vec{1}_\Theta = \vec{1}_x \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_y \cos \Theta \sin \Phi - \vec{1}_z \sin \Theta$$

$$\vec{1}_\Phi = -\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi$$

Severni tečaj $\Theta = 0$ krogelnega koordinatnega sistema najpogosteje izberemo v smeri osi $+z$ kartezičnega koordinatnega sistema. Ekvatorialna ravnina krogelnega koordinatnega sistema $\Theta = \pi/2$ tedaj ustreza ravnini xy oziroma $z = 0$ kartezičnega koordinatnega sistema. Oddaljenost od izhodišča $r \geq 0$ vzamemo vedno pozitivno ali enako nič. Polarna razdalja se giblje v mejah $0 \leq \Theta \leq \pi$ od severnega do južnega tečaja.

Vsi krogelni koordinatni sistemi so krivočrtni koordinatni sistemi. Poldnevnik in vzporedniki so krožni loki. Vsi trije smerni vektorji $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ pri premikanju vzdolž poldnevnikov oziroma vzporednikov spreminjajo svojo smer! Smernike krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ kot tudi obojestransko povezavo s smerniki kartezičnega koordinatnega sistema $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ je zato smiselno zapisati s kotnimi funkcijami polarne razdalje $\Theta[\text{rd}]$ in zemljepisne dolžine $\Phi[\text{rd}]$.

Ker smerniki krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ niso konstante, operator odvajanja ∇ nima preprostega zapisa v krogelnih koordinatah. Poleg tega ∇ odreja po razdaljah, koordinati Θ [rd] in Φ [rd] pa nimata merskih enot razdalje! Pri izračunu odvodov v poljubnem krivočrtnem koordinatnem sistemu (q_1, q_2, q_3) si pomagamo z Laméjevimi koeficienti oziroma faktorji skale h_1 , h_2 in h_3 :

$$\text{Laméjevi koeficienti } (q_1, q_2, q_3) \quad h_i = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i}\right)^2} \quad i=1,2,3$$

$$\text{Krogelne koordinate } (r, \Theta, \Phi) \quad h_r=1 \quad h_\Theta=r[\text{m/rd}] \quad h_\Phi=r \sin \Theta[\text{m/rd}]$$

Smerni odvod

$$\text{grad } T = \vec{1}_{q1} \frac{1}{h_1} \frac{\partial T}{\partial q_1} + \vec{1}_{q2} \frac{1}{h_2} \frac{\partial T}{\partial q_2} + \vec{1}_{q3} \frac{1}{h_3} \frac{\partial T}{\partial q_3} = \vec{1}_r \frac{\partial T}{\partial r} + \vec{1}_\Theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \Theta} + \vec{1}_\Phi \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial T}{\partial \Phi}$$

$$\begin{aligned} \text{Izvornost} \quad \text{div } \vec{F} &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 F_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial (h_1 h_3 F_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial (h_1 h_2 F_3)}{\partial q_3} \right] = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial (\sin \Theta F_\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial F_\Phi}{\partial \Phi} \end{aligned}$$

Vrtinčenje

$$\text{rot } \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{1}_{q1} & h_2 \vec{1}_{q2} & h_3 \vec{1}_{q3} \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \begin{vmatrix} \vec{1}_r & r \vec{1}_\Theta & r \sin \Theta \vec{1}_\Phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \Theta} & \frac{\partial}{\partial \Phi} \\ F_r & r F_\Theta & r \sin \Theta F_\Phi \end{vmatrix}$$

Odvajanje v krogelnih koordinatah

V krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) je samo $h_r=1$ neimenovana konstanta. Ostala dva Laméjeva koeficienta h_Θ in h_Φ sta funkciji koordinat in imata merske enote [m/rd], da pretvarjata radiane v metre.

Pretvorba merskih enot zadošča pri izračunu smernega odvoda. Pri izračunu izvornosti moramo odvajati tudi spreminjanje ploskvic v krivočrtnih koordinatah, pri izračunu vrtinčenja pa spreminjanje razdalj v krivočrtnih koordinatah. Pri izračunu izvornosti in vrtinčenja v krogelnih koordinatah zato odvajamo tudi Laméjeve koeficiente.

Pri praktični uporabi krogelnih koordinat skušamo zasukati koordinatni sistem tako, da je naloga rotacijsko simetrična okoli osi z oziroma

neodvisna od zemljepisne dolžine $\partial/\partial\Phi=0$. Računanje se v tem primeru poenostavi v 2D nalogo koordinat (r, Θ) . Rotacijska simetrija pri tem ne preprečuje, da vektorske veličine nimajo komponent vseh treh smereh $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$, le odvisnosti od tretje koordinate ni.

Inženir rešuje komplicirano nalogo tako, da jo razstavi v več manjših in preprostejših nalog. Rešitve slednjih na koncu sestavi v skupni rezultat. Večina preprostih nalog iz anten ima rotacijsko simetrijo, kar upoštevamo pri izbiri tečaja krogelnega koordinatnega sistema. Izbrani krogelni koordinatni sistem žal največkrat ne ustreza končnemu skupnemu rezultatu, ki mogoče nima nobene rotacijske simetrije.

Reševanje sestavljenih nalog iz anten zahteva uporabo več različnih krogelnih koordinatnih sistemov, ki imajo večinoma sicer vsi skupno izhodišče, ampak različne tečaje. Tehnično zanimivi zgledi imajo osi rotacijske simetrije postavljene pod pravim kotom. Računanje torej potrebuje do tri različne krogelne koordinatne sisteme, ki imajo tečaje v smeri osi x oziroma y oziroma z .

Postopek reševanja opisanih nalog je naslednji. Krogelni koordinatni sistem (r, Θ, Φ) najprej zasukamo tako, da tečaj ustreza osi simetrije preproste antene. Preprosto nalogo rešimo v tem koordinatnem sistemu. Anteno nato zasukamo tako, kot to zahteva končna rešitev sestavljene naloge. Izračunano rešitev pretvorimo iz začasnih koordinat v dokončne koordinate.

Za reševanje praktičnih antenskih nalog je smiselno definirati dva nova krogelna koordinatna sistema (r, Θ_x, Φ_x) in (r, Θ_y, Φ_y) s severnim tečajem v smeri osi x oziroma y . V kartezičnih koordinatah opišemo isto s cikličnim zamikom koordinat (x, y, z) v (y, z, x) oziroma v (z, x, y) , kar ohranja desnosučnost!

Krogelni koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) ima severni tečaj v smeri osi $+x$ in ekvatorialno ravnino yz oziroma $x=0$. Polarno razdaljo $\Theta_x[\text{rd}]$ merimo od osi $+x$ do smeri \vec{r} , zemljepisno dolžino $\Phi_x[\text{rd}]$ pa od osi $+y$ do projekcije \vec{r} na ravnino yz :

Krogelne koordinate - tečaj x



Pretvorba $(r, \Theta_x, \Phi_x) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$\begin{aligned}\cos \Theta_x &= \frac{x}{r} = \sin \Theta \cos \Phi \\ \sin \Theta_x &= \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{r} = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} \\ \cos \Phi_x &= \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \frac{\sin \Theta \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}} \\ \sin \Phi_x &= \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}\end{aligned}$$

Smerniki

$$\vec{1}_r = \vec{1}_r$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} = \frac{-\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

$$\vec{1}_{\Phi_x} = \frac{-\vec{1}_{\Theta} \sin \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

$$0 \leq \Theta_x \leq \pi \rightarrow \sin \Theta_x = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} \geq 0$$

Za koordinate (r, Θ_x, Φ_x) veljajo popolnoma enake zahteve kot za običajne krogelne koordinate (r, Θ, Φ) , le smer tečaja je drugačna. Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem.

Pretvorba rešitve iz koordinat (r, Θ_x, Φ_x) v koordinate (r, Θ, Φ) torej zahteva le pretvorbo kotov Θ_x in Φ_x ter pripadajočih smernikov $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ v pripadajoče veličine ciljnega koordinatnega sistema. Ker poznamo oboje-smerno povezavo obeh krogelnih koordinatnih sistemov (r, Θ_x, Φ_x) in (r, Θ, Φ) s kartezičnim koordinatnim sistemom (x, y, z) , koordinate in smernike v vmesnem koraku pretvorimo v pripadajoče kartezične veličine.

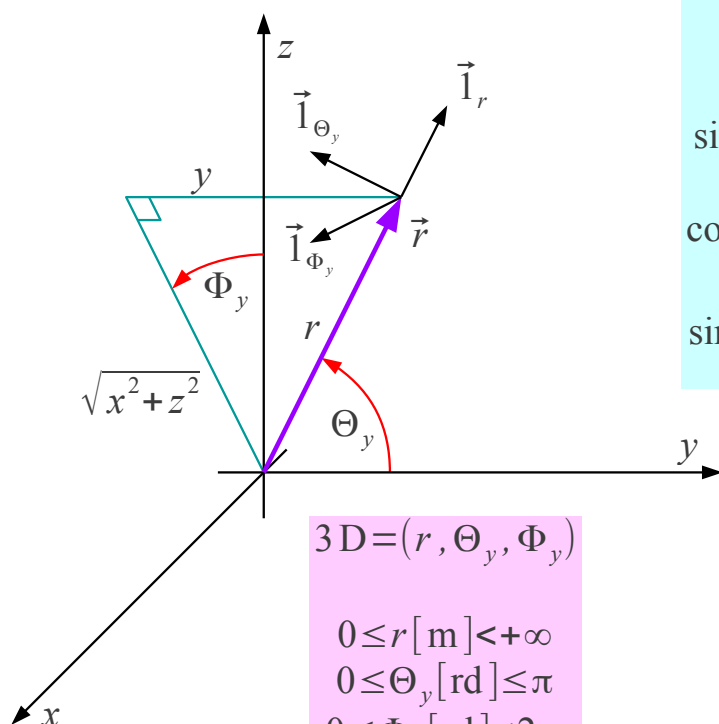
Rezultat antenske naloge (r, Θ_x, Φ_x) je običajno izražen s kotnimi funkcijami $\sin \Theta_x$, $\cos \Theta_x$, $\sin \Phi_x$ in $\cos \Phi_x$, zato je smiselno izraziti slednje s kotnimi funkcijami $\sin \Theta$, $\cos \Theta$, $\sin \Phi$ in $\cos \Phi$ ciljnih koordinat (r, Θ, Φ) . Območje krogelnih koordinat zahteva

$$\sin \Theta_x = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} \geq 0, \text{ torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno}$$

je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Krogelni koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) ima severni tečaj v smeri osi $+y$ in ekvatorialno ravnino xz oziroma $y=0$. Polarno razdaljo $\Theta_y[\text{rd}]$ merimo od osi $+y$ do smeri \vec{r} , zemljepisno dolžino $\Phi_y[\text{rd}]$ pa od osi $+z$ do projekcije \vec{r} na ravnino xz :

Krogelne koordinate - tečaj y



$$3D = (r, \Theta_y, \Phi_y)$$

$$0 \leq r[\text{m}] < +\infty$$

$$0 \leq \Theta_y[\text{rd}] \leq \pi$$

$$0 \leq \Phi_y[\text{rd}] < 2\pi$$

$$0 \leq \Theta_y \leq \pi \rightarrow \sin \Theta_y = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi} \geq 0$$

Pretvorba $(r, \Theta_y, \Phi_y) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$\cos \Theta_y = \frac{y}{r} = \sin \Theta \sin \Phi$$

$$\sin \Theta_y = \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{r} = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}$$

$$\cos \Phi_y = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}}$$

$$\sin \Phi_y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\sin \Theta \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}}$$

Smerniki

$$\vec{1}_r = \vec{1}_r$$

$$\vec{1}_{\Theta_y} = \frac{-\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \sin \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}}$$

$$\vec{1}_{\Phi_y} = \frac{\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}}$$

Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem (r, Θ_x, Φ_x) , (r, Θ_y, Φ_y) in (r, Θ, Φ) . Kotne funkcije $\sin \Theta_y$, $\cos \Theta_y$, $\sin \Phi_y$ in $\cos \Phi_y$ koordinat (r, Θ_y, Φ_y) je smiselno izraziti s kotnimi funkcijami $\sin \Theta$, $\cos \Theta$, $\sin \Phi$ in $\cos \Phi$ ciljnih koordinat (r, Θ, Φ) .

Območje krogelnih koordinat zahteva $\sin \Theta_y = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi} \geq 0$, torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_y}$ in $\vec{1}_{\Phi_y}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni

smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Končno, ko reševanje naloge zahteva dva različna krogelna koordinatna sistema z različnima izhodiščema, je edina smotrna pot preračunavanje preko vmesnih kartezičnih koordinat (x, y, z) .

* * * * *

3. Osnovni viri sevanja

Pojave mirujočih električnih nabojev opisuje elektrostatika. Relativistika zahteva dodatne pojave enakomerno gibajočih električnih nabojev, kar običajno imenujemo magnetostatika. Relativistika še dodatno zahteva, da pospešeni električni naboji sevajo elektromagnetno valovanje. Pospešeno gibanje vključuje tudi kroženje oziroma nihanje.

Gibanje elektronov predstavlja prevodniški tok oziroma konvektivni tok. Hitrost gibanja $\vec{v} \neq 0$ mora biti dovolj velika, da magnetne pojave sploh opazimo v ozadju elektrostatike. Preprost primer pospešenega gibanja sta izmenični prevodniški tok oziroma izmenični konvektivni tok. Frekvenca izmeničnega toka $\omega \neq 0$ mora biti dovolj visoka, da elektromagnetno sevanje sploh opazimo v ozadju elektrostatike in magnetostatike.

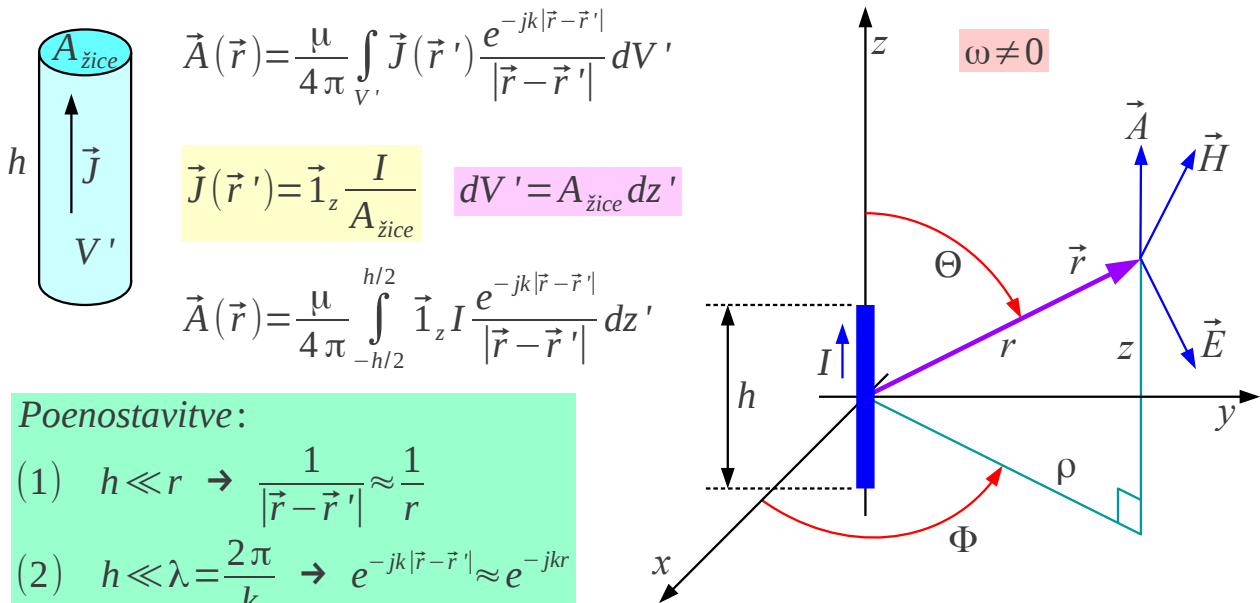
Pojav sevanja elektromagnetnega valovanja razložimo na preprostih osnovnih virih sevanja. Izbrani zgledi so sicer neučinkovite antene, ker so majhni $d \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino, na primer Teslov transformator ali feritna antena. Večje ter predvsem učinkovitejše antene sestavimo iz vsote številnih majhnih osnovnih virov sevanja oziroma integrala diferencialno majhnih osnovnih virov sevanja.

Preprosti zgledi električno majhnih anten so torej osnovni viri sevanja. Delovanje slednjih moramo natančno preučiti, da lahko razumemo delovanje vseh večjih anten. Osnovni vir sevanja postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in ga zasukamo tako, da je obravnava najenostavnejša. Osnovni viri sevanja običajno omogočajo rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi = 0$, da so vse veličine funkcija samo preostalih dveh krogelnih koordinat r in Θ .

Zelo pomemben osnovni vir sevanja je tokovni element, to je kratek košček kovinske žice dolžine h s prevodniškim tokom I . Statično magnetno polje tokovnega elementa opisuje Biot-Savartov zakon. V njegovi izvorni obliki Jean-Baptiste Biot in Félix Savart leta 1820 nista upoštevala elektromagnetnega sevanja.

Točno magnetno polje tokovnega elementa izračunamo v elektrodinamiki preko računskega obrazca za zakasneni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Tokovni element postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in žico usmerimo v os z za rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi = 0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka

$\vec{J}(\vec{r}')$ v prostornini žice V' :



$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$$\vec{J}(\vec{r}') = \vec{1}_z \frac{I}{A_{\text{žice}}} \quad dV' = A_{\text{žice}} dz'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \vec{1}_z I \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dz'$$

Poenostavitve:

- (1) $h \ll r \rightarrow \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r}$
- (2) $h \ll \lambda = \frac{2\pi}{k} \rightarrow e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr}$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_z \frac{\mu I h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} = (\vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta) \frac{\mu I h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\vec{1}_z = \vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_\Phi \frac{I h}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta$$

Tokovni element

Sevanje

Biot-Savart

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je žica h kratka in njen presek $A_{\text{žice}}$ še manjši. Tokovni element je kratek $h \ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratek $h \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}') = \text{konst.}$ tudi v praktični napravi. Znameniti Teslov transformator popolnoma ustreza vsem omenjenim zahtevam!

Poenostavitev $h \ll r$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje amplitude v integralu. Poenostavitev $h \ll \lambda$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje faze v integralu. Obe poenostavitvi skupaj dopuščata, da integral po prostornini žice V' zamenjamo s preprostim produktom veličin. V končnem rezultatu za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ moramo samo še zamenjati smernik $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema (x, y, z) s smerniki krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) .

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r}) = 1/\mu \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z

izračunom vrtnčenja vektorskega potenciala. Končni rezultat pogosto imenujemo tudi razširjeni oziroma dopolnjeni Biot-Savartov zakon. Poleg samoumevne zakasnitve e^{-jkr} omejene hitrosti svetlobe in statičnega člena $1/r^2$ izvirnega Biot-Savartovega zakona vsebuje točen rezultat še sevalni člen jk/r v elektrodinamiki!

V magnetostatiki $\omega=0$ izgineta oba: fazni zasuk zakasnitve in sevalni člen zaradi $k=\omega\sqrt{\mu\epsilon}=0$. Izvirni Biot-Savartov zakon torej natančno velja v magnetostatiki in ostaja uporaben pri nizkih frekvencah na majhnih razdaljah. Pri visokih frekvencah oziroma na velikih razdaljah postane sevalni člen jk/r znatno večji od statičnega člena $1/r^2$.

Izvirni Biot-Savartov zakon velja samo v primeru, ko več odsekov žice sestavimo v sklenjeno zanko, saj električni tok ne more izvirati iz nič niti ponirati v nič. Izvirni Biot-Savartov zakon nič ne govori o električnem polju $\vec{E}(\vec{r})$, saj to ni stvar magnetostatike. Izračun $\vec{E}(\vec{r})=1/j\omega\epsilon\text{rot}\vec{H}(\vec{r})$ po Ampèrovem zakonu v okolici žice brez tokov $\vec{J}(\vec{r})=0$ daje rezultat:

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{j\omega\epsilon}\text{rot}\vec{H}=\frac{Ih}{4\pi j\omega\epsilon}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

Zveznost
toka / elektrine
 $I=j\omega Q$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{Qh}{4\pi}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

$$\frac{1}{\omega\epsilon}=\frac{1}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}=\frac{Z}{k}$$

Točkasti statični električni dipol

$$\vec{S}(\vec{r})=\frac{1}{2}\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}(\vec{r})^*=\frac{|I|^2h^2Z}{32\pi^2k}\left[\vec{1}_r\left(\frac{k^3}{r^2}-\frac{j}{r^5}\right)\sin^2\Theta+\vec{1}_\Theta\left(\frac{jk^2}{r^3}+\frac{j}{r^5}\right)2\cos\Theta\sin\Theta\right]$$

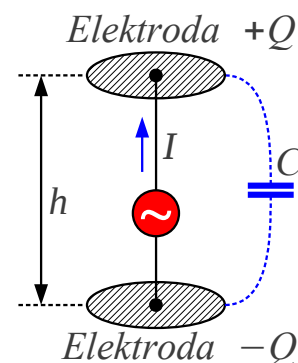
Sevanje

$$P=\oint_{r\rightarrow\infty}\vec{S}(\vec{r})\cdot\vec{1}_r r^2\sin\Theta d\Theta d\Phi=\frac{|I|^2h^2Zk^2}{12\pi}$$

$$R_s=\frac{2P}{|I|^2}=\frac{Zk^2h^2}{6\pi}=\frac{2\pi Z}{3}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

Dinamični električni dipol

$$h\ll\lambda\rightarrow R_s\ll\frac{1}{\omega C}$$



V točni obravnavi elektrodinamike zveznost toka in elektrine zahteva, da izvor toka povzroči primanjkljaj elektrine, ponor toka pa kopičenje elektrine

na koncu žice $I = dQ/dt = j\omega Q$. Če v izpeljanem izrazu za električno polje nadomestimo tok s pripadajočo elektrino na koncu žice, dobimo polje točkastega električnega dipola. V neposredni bližini naprave sta statična člena polja električnega dipola izredno velika.

Električno polje $|\vec{E}(\vec{r})| \gg Z|\vec{H}(\vec{r})|$ je v bližini vira dosti večje od magnetnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Čeprav izpeljava začenja z Biot-Savartovim zakonom za magnetno polje, je tokovni element v resnici točkasti dinamični električni dipol. Poskus potrjuje teorijo: Teslov transformator proizvaja v svoji neposredni okolici ogromno električno polje in čudovite iskre.

Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja, nam nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\text{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Slednja pomeni delovno moč, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost.

Elektrostatika oziroma magnetostatika dopuščata samo jalovo moč, električno oziroma magnetno energijo, ki niha v okolici naprave. Opisana delovna moč $P(r \rightarrow \infty)$, ki se širi v neskončnost in se nikoli več ne vrne, nima razlage niti v elektrostatiki niti v magnetostatiki. Novi pojav imenujemo elektromagnetno sevanje in je posledica pospešenega gibanja elektronov.

Praktično napravo izdelamo tako, da oba konca žice zaključimo na kovinskih elektrodah ("kapa" Teslovega transformatorja). Kapacitivnost med elektrodama omogoča, da po žici poženemo tok z izmeničnim generatorjem. Tudi če izdelamo žico iz superprevodnika brez električne upornosti, generator občuti poleg reaktivne impedance kondenzatorja $X_C = -1/\omega C$ tudi povsem delovno sevalno upornost $R_S > 0$. Slednja ne pomeni pretvarjanja električne moči v toploto, pač pa zagotavlja moč elektromagnetnemu sevanju, ki se širi v prostor v neskončnost.

Pri majhnih napravah $h \ll \lambda$ je sevalna upornost $R_S \ll |X_C|$ zelo majhna v primerjavi z jalovo impedanco kondenzatorja. Nikola Tesla je kapacitivnost kompenziral z induktivnostjo sekundarnega navitja transformatorja na rezonančni frekvenci $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Upornost navitja

$R_{Cu} \gg R_S$ je za več velikostnih razredov višja od sevalne upornosti, zato slednje ni moč opaziti, kaj šele izmeriti. Teslov transformator večino električne moči pretvori v toploto v navitjih oziroma jo odda porabnikom v neposredni bližini preko kapacitivnega sklopa, seva pa zelo malo!

Nekoliko drugačen osnovni vir sevanja je majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ krožna tokovna zanka iz kovinske žice s prevodniškim tokom I . Točno magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ tokovne zanke izračunamo v elektrodinamiki po računskem obrazcu za zakasneni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Krožno zanko postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) v ravnino xy tako, da os zanke sovpada z osjo z za rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi=0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$ v prostornini žice V' :

Tokovna zanka

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(r \sin \Theta \cos \Phi - a \cos \Phi')^2 + (r \sin \Theta \sin \Phi - a \sin \Phi')^2 + (r \cos \Theta)^2}$$

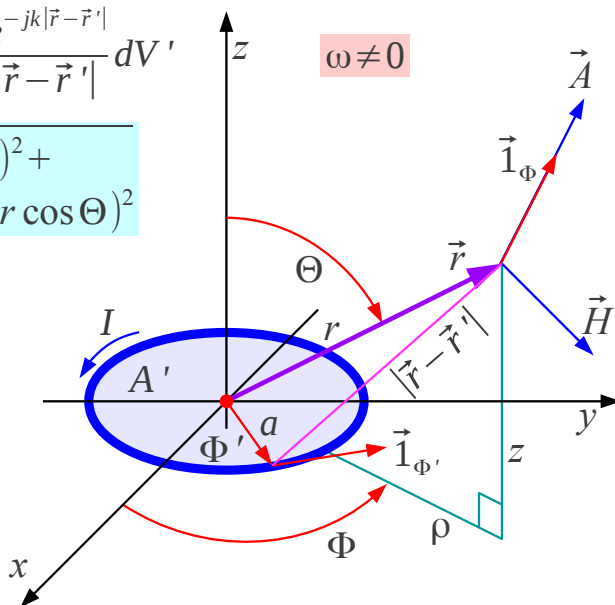
$$\vec{J}(\vec{r}') = \vec{1}_{\Phi'} \frac{I}{A_{\text{žice}}}$$

$$dV' = A_{\text{žice}} a d\Phi'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \vec{1}_{\Phi'} I \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} a d\Phi'$$

$$\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin \Phi' + \vec{1}_y \cos \Phi'$$

$$-\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi = \vec{1}_{\Phi}$$



Površina zanke

$$A' = \pi a^2$$

Poenostavitve:

$$(1) \quad a \ll r \rightarrow \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r} \left[1 + \frac{a}{r} \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi') \right]$$

$$(2) \quad a \ll \lambda \rightarrow e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr} \left[1 + jka \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi') \right]$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_{\Phi} \frac{\mu}{4\pi} I (\pi a^2) e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta = \vec{1}_{\Phi} \frac{\mu}{4\pi} I A' e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta$$

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je krožna zanka polmera a majhna in presek žice $A_{\text{žice}}$ še manjši. Tokovna zanka je kratka $a \ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratka $a \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}') = \text{konst.}$ tudi v praktični napravi.

Poenostavitev $a \ll r$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje amplitude v integralu na dva največja člena vrste. Poenostavitev $a \ll \lambda$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje faze v

integralu na dva največja člena vrste. Smernik $\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin \Phi' + \vec{1}_y \cos \Phi'$ zapišemo s konstantnima smernikoma kartezičnega koordinatnega sistema (x, y, z) , da vse integrirane veličine vsebujejo le kotne funkcije integracijske spremenljivke Φ' .

V končnem rezultatu integracije se največji členi natančno izničijo. Rezultat pretvorimo iz kartezičnih smernikov $-\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi = \vec{1}_{\Phi}$ nazaj na smernik zemljepisne dolžine Φ krogelnih koordinat. Ko veljata obe poenostavitvi $a \ll r$ in $a \ll \lambda$ ter je tok v zanki $I = konst.$ konstanten, je končni rezultat za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ odvisen le od površine zanke $A' = \pi a^2$, popolnoma nič pa od njene oblike. Krožna, kvadratna, trikotna ali šest-oglasta zanka enake površine dajejo enak rezultat!

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r}) = 1/\mu \text{ rot } \vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z izračunom vrtinčenja vektorskega potenciala. Rezultat ustreza polju točkastega dinamičnega magnetnega dipola:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) = \frac{IA'}{4\pi} e^{-jkr} \left[\vec{1}_r \left(\frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) 2 \cos \Theta + \vec{1}_{\Theta} \left(-\frac{k^2}{r} + \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \sin \Theta \right]$$

Sevanje
Točkasti statični magnetni dipol

$$\rho(\vec{r}') = 0 \rightarrow \text{grad } V(\vec{r}) = 0 \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r})$$

$$\omega \mu = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = k Z$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{1}_{\Phi} \frac{j\omega \mu I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta = \vec{1}_{\Phi} \frac{Z I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{k^2}{r} - \frac{jk}{r^2} \right) \sin \Theta$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi} \left[\vec{1}_r \left(\frac{k^4}{r^2} + \frac{jk}{r^5} \right) \sin^2 \Theta - \vec{1}_{\Theta} \left(\frac{jk^3}{r^3} + \frac{jk}{r^5} \right) 2 \cos \Theta \sin \Theta \right]$$

Sevanje

$$P = \oint_{r \rightarrow \infty} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi = \frac{|I|^2 (A')^2 Z k^4}{12\pi}$$

$$R_s = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{Z k^4 (A')^2}{6\pi} = \frac{8\pi^3 Z}{3} \left(\frac{A'}{\lambda^2} \right)^2$$

Dinamični magnetni dipol

$$\sqrt{A'} \ll \lambda \rightarrow R_s \ll \omega L$$



Ker v sklenjeni zanki konstanten tok nikjer ne izvira niti ne ponira, na zanki ni mirujočih elektronov. Smerni odvod skalarne potenciala

$\text{grad } V(\vec{r}) = 0$ je povsod v prostoru enak nič. Električno poljsko jakost $\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r})$ preprosto dobimo zgolj iz vektorskega potenciala tokovne zanke.

Magnetno polje $|\vec{H}(\vec{r})| \gg |\vec{E}(\vec{r})|/Z$ je v bližini vira dosti večje od električnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja, nam tudi v primeru zanke nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Statična člena magnetnega polja opisujeta magnetno energijo, ki niha v neposredni okolici naprave.

Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\text{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Delovna moč $P(r \rightarrow \infty)$, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost, zahteva od nič različno sevalno upornost $R_s > 0$ tokovne zanke. Majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ tokovna zanka ima razmeroma veliko induktivno reaktivno impedanco $\omega L \gg R_s$ v primerjavi s sevalno upornostjo.

Praktično napravo izdelamo kot tuljavo velikega preseka A' z N ovoji. Sevalna upornost $R_s = N^2 R_{sl}$ se pri tem povečuje s kvadratom števila ovojev. Induktivna reaktanca tuljave $X_L = \omega L = N^2 \omega L_1$ se prav tako povečuje s kvadratom števila ovojev.

Višja induktivnost tuljave omogoča uporabo manjšega nastavljivega kondenzatorja za ugaševanje na rezonančno frekvenco $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Ker je upornost navitja tuljave $R_{cu} = N R_{cu1}$ le premo-sorazmerna številu ovojev, z večanjem števila ovojev narašča kvaliteta tuljave

$Q = \omega L / R_{cu} \approx N Q_1$. Z večanjem števila ovojev narašča tudi sevalni izkoristek $\eta = R_s / (R_{cu} + R_s)$.

V obdobju med obema svetovnima vojnama v 20. stoletju se je uveljavila okvirna antena za sprejem srednjevalovnih oddajnikov. Okvirna antena je velika tuljava $A' \approx 1\text{m}^2$, ki hkrati deluje kot prvi nihajni krog, frekvenčno sito v preprostem sprejemniku z vakuumskimi elektronkami. Ker je okvirna antena magnetni dipol, je manj občutljiva na električno polje motilcev v neposredni bližini.

Pri sprejemu pokončno polariziranega elektromagnetnega valovanja ima okvirna antena dva ostra in točno določena minimuma (ničli) sprejema v vodoravni ravnini. Slednji pojav lahko koristno uporabimo tako, da z

obračanjem antene izločimo motnje neželenega oddajnika. Z okvirno anteno se začena tudi radiolokacija, iskanje skritega oddajnika in radionavigacija z radijskim kompasom:

$$R_s = \frac{Z k^4 (N A')^2}{6 \pi} = \frac{8 \pi^3 Z}{3} \left(\frac{N A'}{\lambda^2} \right)^2$$

$$f \approx 300 \text{ kHz}$$

$$A' \approx 1 \text{ m}^2$$

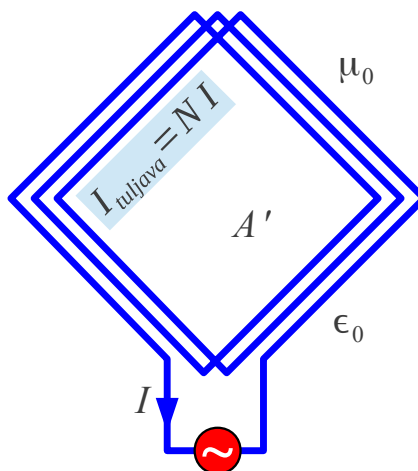
$$N \approx 10$$

Zrak

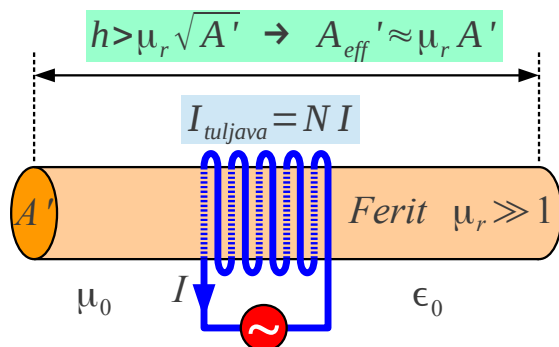
$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\lambda = c_0 / f = 1 \text{ km}$$

$$R_s \approx 3.1 \mu \Omega$$



Okvirna antena ~1930



Feritna antena ~1970

$$R_s = \frac{Z k^4 (\mu_r N A')^2}{6 \pi} = \frac{8 \pi^3 Z}{3} \left(\frac{\mu_r N A'}{\lambda^2} \right)^2$$

$$f \approx 1 \text{ MHz}$$

$$A' \approx 1 \text{ cm}^2$$

$$h \approx 20 \text{ cm}$$

$$\mu_r \approx 100$$

$$N \approx 30$$

Zrak

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\lambda = c_0 / f = 300 \text{ m}$$

$$R_s \approx 0.35 \mu \Omega$$

Sodobna izvedba okvirne antene za srednje valove je feritna antena v tranzistorskih radijskih sprejemnikih. V frekvenčnem področju srednjih valov razpoložljivi feriti dosegajo relativno permeabilnost $\mu_r \approx 100$, kar omogoča 100-krat manjšo površino zanke.

Sevalna upornost tokovne zanke je izredno majhna, saj upada kar s četrto potenco valovne dolžine $R_s = \alpha \lambda^{-4}$. Sevalna upornost praktične okvirne antene oziroma praktične feritne antene je v razredu $[\mu \Omega]$. Kljub slabemu sevalnemu izkoristku je okvirna antena uporabna za sprejem srednjih valov, saj je v tem frekvenčnem pasu naravni šum za več velikostnih razredov večji od šuma vakuumskih elektronk. Polprevodniki imajo še nižji šum od vakuumskih elektronk, kar omogoča uporabo še manjše feritne sprejemne antene s še slabšim sevalnim izkoristkom od okvirne antene.

Tokovni element in tokovna zanka sta dualna zgleđa. Električno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko magnetnemu polju tokovne

zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k^2/r (sevanje), k/r^2 in $1/r^3$ (statika) v merskih enotah $[m^{-3}]$. Na majhnih razdaljah $kr \ll 1$ oziroma $r \ll 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ je največji statični člen $1/r^3$. Tokovni element se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični električni dipol. Tokovna zanka se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični magnetni dipol.

Magnetno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko električnemu polju tokovne zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k/r (sevanje) in $1/r^2$ (Biot-Savart) v merskih enotah $[m^{-2}]$. Na razdalji $kr=1$ oziroma $r=1/k=\lambda/2\pi=c_0/\omega$ postanejo vsi členi poljubnega polja obeh osnovnih virov enako veliki.

Pri omrežni frekvenci $f=50\text{Hz}$ z valovno dolžino $\lambda=6000\text{km}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r=955\text{km}$. V elektroenergetiki večinoma povsem zadošča računanje s statičnimi členi. Vsi ostali členi vključno s sevanjem so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci vidne (zelene) svetlobe $f=600\text{THz}$ z valovno dolžino $\lambda=0.5\mu\text{m}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r=80\text{nm}$. V optiki večinoma povsem zadošča računanje s sevanjem. Vsi ostali členi vključno s statiko so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci radijske zveze $f=900\text{MHz}$ z valovno dolžino $\lambda=33\text{cm}$ v praznem prostoru postanejo vsi členi enako veliki na razdalji $r=5.3\text{cm}$. Pri mobilnem telefonu moramo biti previdni, kdaj smemo uporabljati samo sevanje, kdaj smemo uporabljati samo statiko oziroma kdaj moramo uporabljati točen izračun elektromagnetnega polja z vsemi členi!

Na velikih razdaljah $kr \gg 1$ oziroma $r \gg 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ prevladuje sevanje kateregakoli osnovnega vira. Vsi ostali členi postanejo zanemarljivo majhni. Poenostavitve za sevanje niso zgolj matematični artefakt, pač pa imajo globlji fizikalni pomen in so nujne za razumevanje delovanja anten in pojavov pri razširjanju radijskih valov.

Elektromagnetno sevanje računamo preko enačb v diferencialni obliki, ki vsebujejo odvajanja v prostoru v obliki smernih odvodov, izvornosti in vrtinčenj. Kako praktično računamo odvode v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$?

Točen zapis potencialov oziroma polja vsebuje člene oblike $r^{-n} e^{-jkr}$, kjer je eksponent $n=1,2,3$. Na velikih razdaljah prevladajo členi z $n=1$. Členi z $n \geq 2$ ali več tam postanejo zanemarljivo majhni. Odvajanje po

razdalji prinese:

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^{-n} e^{-jkr}) = -n r^{-(n+1)} e^{-jkr} - jk r^{-n} e^{-jkr} \approx -jk r^{-n} e^{-jkr}$$

Pri točnem izračunu odvoda produkta smemo prvi člen zanemariti, saj upada z razdaljo bistveno hitreje od drugega člena. Na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ se odvajanje po razdalji poenostavi v $\partial/\partial r \approx -jk$.

Odvajanje po smereh Θ oziroma Φ sicer ni enako nič. Pri izračunu smernega odvoda, izvornosti oziroma vrtinčenja odvajamo po razdaljah v smereh vseh treh koordinat. Laméjevi koeficienti h_Θ in h_Φ tedaj dodajo člen $1/r$ vsem odvodom po smereh. Odvodi po smereh zato postanejo na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ zanemarljivo majhni v primerjavi z odvodom po razdalji!

Fizikalna razlaga opisanih pojavov z matematičnimi odvodi je naslednja. Pri antenah in razširjanju valov imamo največkrat opraviti s kazalčno vsoto prispevkov istega velikostnega razreda. Pri tem se na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ amplituda posameznih prispevkov spreminja zelo počasi, saj so relativne spremembe razdalje zelo majhne v primerjavi z absolutno razdaljo.

Obratno se faza tudi na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ lahko hitro spreminja z razdaljo $\Delta\phi = k \Delta r = (2\pi/\lambda) \Delta r$, saj je hitrost spreminjanja odvisna od valovne dolžine, ne pa od absolutne vrednosti razdalje. V nalogah anten in razširjanja valov je spreminjanje faze daleč najpomembnejši podatek. Spreminjanje amplitude smemo pogosto zanemariti!

Smerni odvod, izvornost in vrtinčenje računamo s simboličnim vektorjem odvajanja ∇ , ki žal ima enostaven zapis samo v kartezičnih koordinatah (x, y, z) . Pri upoštevanju poenostavitev na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ se odvajanje silno poenostavi celo v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) . Odličen približek za simbolični vektor odvajanja postane preprosto $\nabla = \vec{1}_r (-jk)$, kar je še dosti bolj enostavno od kartezičnih koordinat (x, y, z) :

Poenostavitve za sevanje

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$r \gg \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \approx -jk \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} \approx 0 \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Phi} \approx 0 \quad \nabla \approx \hat{\mathbf{r}}(-jk)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \approx -\frac{jk}{\mu} \hat{\mathbf{r}} \times \vec{A} = -\frac{j\omega}{Z} \hat{\mathbf{r}} \times \vec{A} = \hat{\mathbf{r}}_{\Theta} \frac{j\omega}{Z} A_{\Phi} - \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} \frac{j\omega}{Z} A_{\Theta}$$

$$\text{Lorenz} \quad j\omega\mu \epsilon V + \text{div } \vec{A} = 0 \rightarrow V = \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} \approx \frac{j}{\omega\mu\epsilon} (-jk) A_r = \frac{k A_r}{\omega\mu\epsilon} = \frac{A_r}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \nabla V \approx -j\omega \vec{A} + jk \hat{\mathbf{r}} \frac{A_r}{\omega\mu\epsilon} = -j\omega \left[\vec{A} - \hat{\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{A}) \right] = -j\omega \left[\hat{\mathbf{r}}_{\Theta} A_{\Theta} + \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} A_{\Phi} \right]$$

$$\text{Gauss} \quad \frac{\rho}{\epsilon} = 0 = \nabla \cdot \vec{E} \approx -jk \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{E} = -jk E_r \quad 0 = \nabla \cdot \vec{H} \approx -jk \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{H} = -jk H_r$$

$$\text{Sevano polje} \quad \hat{\mathbf{r}} \perp \vec{H} \perp \vec{E} \perp \hat{\mathbf{r}} \quad E_r = 0 \quad H_r = 0 \quad \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\text{Faraday} \quad \vec{H} = \frac{j}{\omega\mu} \text{rot } \vec{E} = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \times \vec{E} \approx \frac{j}{\omega\mu} (-jk) \hat{\mathbf{r}} \times \vec{E} = \frac{\hat{\mathbf{r}} \times \vec{E}}{Z} = -\hat{\mathbf{r}}_{\Theta} \frac{E_{\Phi}}{Z} + \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} \frac{E_{\Theta}}{Z}$$

$$\text{Poynting} \quad \vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \approx \frac{\vec{E} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \vec{E})^*}{2Z} = \hat{\mathbf{r}} \frac{\vec{E} \cdot \vec{E}^*}{2Z} = \hat{\mathbf{r}} \frac{|\vec{E}|^2}{2Z} = \hat{\mathbf{z}} \frac{|\vec{E}_{\text{eff}}|^2}{Z} \quad \vec{E}_{\text{eff}} = \frac{\vec{E}}{\sqrt{2}}$$

S preprostim simboličnim vektorjem odvajanja se izračun sevanja silno poenostavi. Pri izračunih magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ in električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ ugotovimo, da sevano polje nima vzdolžne komponente. Isto zahteva tudi Gaussov zakon za električno polje $E_r = 0$ in magnetno polje $H_r = 0$.

Na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ so električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in smer potovanja valovanja $\hat{\mathbf{r}}$ med sabo pravokotni. Električno polje in magnetno polje sta v točnem razmerju valovne impedance $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. V praznem prostoru znaša valovna impedanca približno $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 377 \Omega \approx 120\pi \Omega$. Na velikih razdaljah torej zadošča, da navedemo samo eno polje, na primer samo električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, saj lahko iz njega preprosto določimo magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in obratno.

Sevano električno polje in pripadajoče magnetno polje sta sofazna, zato je Poyntingov vektor gostote moči popolnoma realen. Poyntingov vektor sevanja kaže v smeri potovanja valovanja $\hat{\mathbf{r}}$ in ga lahko izračunamo zgolj

iz znanega električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$.

Pri računu gostote pretoka moči moramo biti pozorni na merske enote. V teoretskih izpeljavah običajno uporabljamo vršno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}|$ v merskih enotah $[V/m]$. Merilni inštrumenti pogosto uporabljajo efektivno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}_{eff}|$ v merskih enotah $[V_{eff}/m]$. Za harmonske veličine velja znana povezava $|\vec{E}_{eff}| = |\vec{E}|/\sqrt{2}$.

V radijskih zvezah na velike razdalje uporabljamo elektromagnetno sevanje. Pri tem je popolnoma vseeno, ali imajo uporabljene antene v neposredni bližini zelo močno električno ali pa zelo močno magnetno polje oziroma nič od navedenega. V zvezi s sevanjem na velike razdalje lahko uporabimo različne vrste anten na obeh koncih zveze. Sevanje pomeni $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z$.

V zvezah na kratke razdalje lahko uporabimo tudi kapacitivni sklop ali pa induktivni sklop. Niti kapacitivni sklop niti induktivni sklop ne uporabljata sevanja. Na obeh koncih zveze moramo uporabiti enako vrsto antene. Na primer dva točkasta električna dipola $|\vec{E}(\vec{r})| \gg Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za kapacitivni sklop ali pa dva točkasta magnetna dipola $|\vec{E}(\vec{r})| \ll Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za induktivni sklop.

V praktični zvezi je na ovire najbolj občutljivo statično električno polje. Povrhu lahko statično električno polje proži nevarne iskre. Obratno prodre statično magnetno polje skozi večino ovir. V zvezah na kratke razdalje in za prenos energije se danes večinoma uporablja induktivni sklop.

Strogi predpisi elektromagnetne združljivosti (EMC) morajo upoštevati vse tri pojave: kapacitivni sklop, induktivni sklop in sevanje. Motnje merimo na predpisani razdalji od naprave, običajno $r = 10m$. Pri visokih frekvencah $kr = (\omega/c_0)r \gg 1$ pri tem zadošča meritev gostote pretoka moči $|\vec{S}|(\vec{r})$ oziroma efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$. Pri nizkih frekvencah $kr = (\omega/c_0)r \ll 1$ predpisi zahtevajo ločeni meritvi efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$ in efektivne vrednosti magnetnega polja $|\vec{H}_{eff}(\vec{r})|$.

4. Brezvrvična zveza

Brezvrvično zvezo skušamo izdelati tako, da sta oba oddajnik $d_{TX} \ll r$ in sprejemnik $d_{RX} \ll r$ dosti manjša od razdalje, ki jo skušamo premostiti. V nasprotnem primeru bi bila kakršnakoli vrstica zagotovo cenejša rešitev. V brezvrvični zvezi lahko uporabimo elektromagnetne pojave. Največji domet in največjo zmogljivost brezvrvične zveze omogoča uporaba elektromagnetnega sevanja.

Elektromagnetno sevanje prevladuje na velikih razdaljah $r \gg 1/k = 2\pi/\lambda$ od oddajne antene. Sevanje kakršne koli antene v koordinatnem izhodišču krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) se lahko poenostavi v:

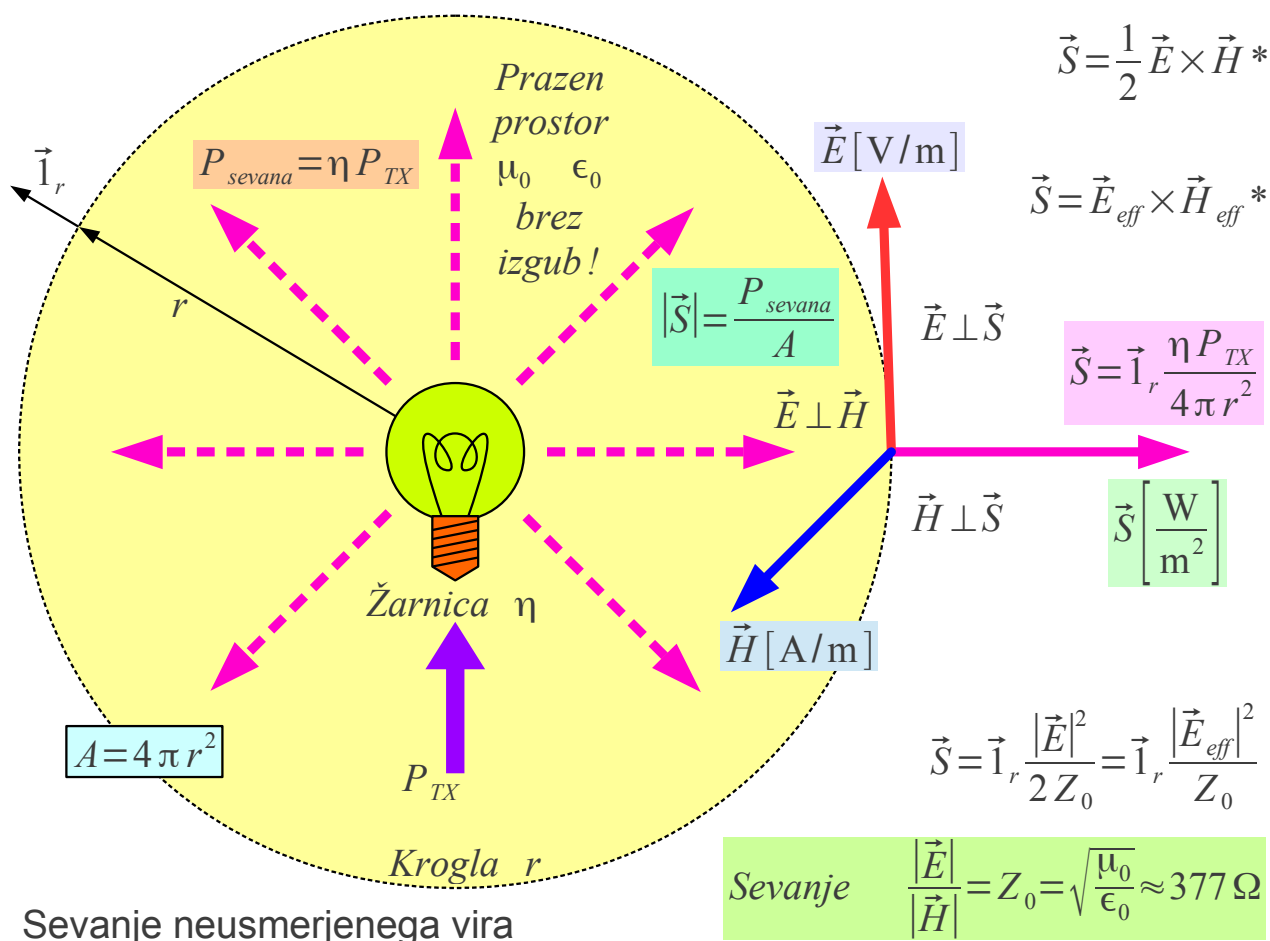
$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi) \qquad \vec{H}(\vec{r}) = \vec{1}_H \frac{\alpha I}{Z_0} \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi)$$

Oba električno in magnetno polje vsebujeta isto sorazmernostno konstanto α , jakost toka I v anteni in zakasnitev e^{-jkr} končne hitrosti svetlobe. Oba električno in magnetno polje upadata obratno-sorazmerno razdalji $1/r$ in sta lahko odvisna od smeri $F(\Theta, \Phi)$. Sevano električno in magnetno polje sta med sabo pravokotna vektorja $\vec{1}_E \perp \vec{1}_H$, sofazna in v točnem razmerju $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ valovne impedance v praznem prostoru.

Poyntingov vektor: $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta, \Phi)|^2$ je popolnoma realen,

je pravokoten na oba $\vec{1}_r \perp \vec{1}_E$ električno in $\vec{1}_r \perp \vec{1}_H$ magnetno polje, kaže proč od oddajnika $\vec{1}_r$ v smeri potovanja valovanja in upada s kvadratom razdalje $1/r^2$. Sevana moč $P = \oiint \vec{S} \cdot \vec{1}_r dA$ se v praznem prostoru nikjer ne izgublja. Vrednost integrala po katerikoli sklenjeni ploskvi, ki zajema oddajnik, je vedno konstantna.

Za neusmerjeno anteno $F(\Theta, \Phi) = konst.$ preprosto izračunamo vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \eta P_{TX} / (4\pi r^2)$ iz moči oddajnika, ki se porazdeli po površini krogle z anteno v središču ob upoštevanju sevalnega izkoristka η neidealne antene (žarnice):



Glede na vrsto oddajne antene lahko oba vektorja električnega in magnetnega polja nihata v določeni smeri ali pa se sukata okoli smeri razširjanja. Slednji pojav imenujemo polarizacija valovanja. Polarizacija je lastnost vseh prečnih valovanj vključno z elektromagnetnim valovanjem, njegova natančna obravnava sledi v pripadajočem poglavju kasneje.

Nalogo sevanja poenostavi uporaba efektivnih veličin, saj sta velikosti efektivnih vrednosti $|\vec{E}_{eff}|$ in $|\vec{H}_{eff}|$ neodvisni od polarizacije valovanja, kar je v preprosti obravnavi silno ugodno. V primeru nihanja polja v eni sami smeri in harmonskih veličin preprosto dobimo efektivni vrednosti $\vec{E}_{eff} = \vec{E} / \sqrt{2}$ oziroma $\vec{H}_{eff} = \vec{H} / \sqrt{2}$ iz vršnih vrednosti (veličini brez indeksov).

Ob lepem jasnem dnevu dosega svetloba Sonca na površini Zemlje gostoto pretoka moči $|\vec{S}| \approx 1 \text{ kW/m}^2$. Slednja ustreza efektivni električni poljski jakosti $|\vec{E}_{\text{eff}}| \approx 614 \text{ V}_{\text{eff}}/\text{m}$. Toplotni učinek svetlobe zaznamo še pri desetkrat nižji gostoti pretoka moči $|\vec{S}| \approx 100 \text{ W/m}^2$. Stokrat nižja gostota moči $|\vec{S}| \approx 10 \text{ W/m}^2$ oziroma desetkrat nižje električno polje

$|\vec{E}| = 61 \text{ V}_{\text{eff}}/\text{m}$ od naravnega sevanja Sonca se smatra povsem varna in neškodljiva meja za neionizirajoče sevanje.

Fotoni neionizirajočega sevanja imajo dovolj majhno energijo $W = h f$, kjer je $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ Planckova konstanta, da je sproščena toplota edini učinek elektromagnetnega sevanja. Praktično to pomeni, da so vidna svetloba in vsa elektromagnetna sevanja z valovno dolžino večjo od približno $\lambda > 400 \text{ nm}$ oziroma s frekvenco nižjo od približno $f < 750 \text{ THz}$ neionizirajoča sevanja. Zakonodajalec je predpisal mejo neionizirajočih sevanj z električno poljsko jakostjo $|\vec{E}_{\text{eff}}| \leq 6 \text{ V}_{\text{eff}}/\text{m}$, kar je desetkrat nižja poljska jakost od varne meje oziroma deset-tisočkrat nižja gostota pretoka moči $|\vec{S}| \approx 0.1 \text{ W}/\text{m}^2$ od sončne svetlobe:



Prazen prostor
 $\mu_0 \quad \epsilon_0$
brez izgub!

Učinek sevanja	Gostota pretoka moči $ \vec{S} $		Jakost polja $ \vec{E}_{\text{eff}} $
Sončna svetloba	1 kW/m ²	100 mW/cm ²	614 V _{eff} /m
Zaznaven učinek	100 W/m ²	10 mW/cm ²	194 V _{eff} /m
Varna meja	10 W/m ²	1 mW/cm ²	61 V _{eff} /m
Zakonska omejitev	0.1 W/m ²	10 μW/cm ²	6 V _{eff} /m

$$|\vec{E}| = \sqrt{2 Z_0} |\vec{S}|$$

$$|\vec{E}_{\text{eff}}| = \sqrt{Z_0} |\vec{S}|$$

$$|\vec{S}| \approx 1 \text{ kW}/\text{m}^2$$

(na površini Zemlje)

$$P_{RX} = \vec{S} \cdot \vec{1}_n A_{\text{maček}} (1 - |\Gamma|^2)$$



$$A_{\text{maček}} \approx 0.05 \text{ m}^2$$

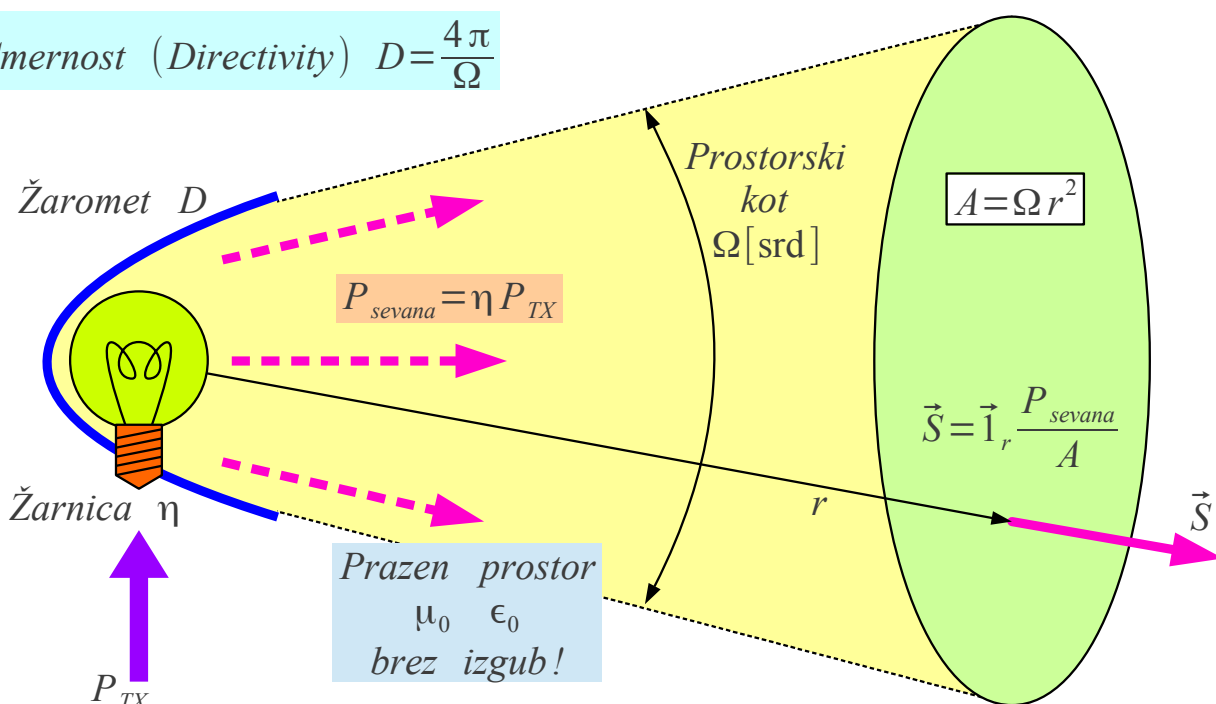
$$P_{RX} \approx 50 \text{ W}$$

Toplotni učinki sevanja

Domači maček nima preglavic s človeškimi predpisi. Nevarni, ionizirajoči, kratkovalovni del sevanja Sonca večinoma zaustavi že ozračje Zemlje. Črni maček skoraj ne odbija $\Gamma \approx 0$ svetlobe Sonca, pač pa črna dlaka vso prispelo moč elektromagnetnega valovanja pretvori v toploto. Prispela moč je sorazmerna projekciji površine mačka na smer vpadne svetlobe. Maček torej dobro razume brezžični prenos električne energije, ko se na Soncu greje!

Sonce je neusmerjen naravni vir elektromagnetnega sevanja zelo velike moči. Moč umetnih virov, radijskih oddajnikov, je zelo omejena. Domet brezvrvične zveze skušamo povečati tako, da antena ne seva v vse smeri, pač pa sevanje usmerimo v stožec proti sprejemniku. Na primer, žaromet usmeri sevanje žarnice v prostorski kot $\Omega < 4\pi$, ki je manjši od polnega prostorskega kota:

$$\text{Smernost (Directivity)} \quad D = \frac{4\pi}{\Omega}$$



$$EIRP = D P_{sevana} = G P_{TX}$$

$$\text{Dobitek (Gain)} \quad G = \eta D$$

$$\vec{S} = \vec{r}_r \frac{\eta P_{TX}}{\Omega r^2} = \vec{r}_r \frac{\eta D P_{TX}}{4\pi r^2} = \vec{r}_r \frac{G P_{TX}}{4\pi r^2}$$

Sevanje usmerjenega izvora

Učinkovitost žarometu opisuje pojem smernost (angleško: directivity). Smernost $D = |\vec{S}_{usmerjen}| / |\vec{S}_{neusmerjen}| \geq 1$ je razmerje med gostoto moči usmerjenega vira v primerjavi z gostoto moči neusmerjenega vira, ko oba vira sevata enako moč. Usmerjen vir osvetljuje z enako močjo na isti razdalji manjšo površino $A = \Omega r^2$ od neusmerjenega vira, kar daje višjo gostoto moči. Smernost preprosto zapišemo s prostorskim kotom sevanja vira $D = 4\pi / \Omega$.

V izračunu gostote pretoka moči nastopata sevalni izkoristek oddajne antene in smernost iste naprave v produktu. $G = \eta D$ je zato smiselna definicija dobika (angleško: gain) antene. Slednjo pogosto napačno prevajajo v ojačanje antene. Antena ničesar ne ojačuje, pač pa samo pretvarja vodeno

elektromagnetno valovanje v sevanje in usmerja nastalo sevanje.

Sevanje radijskega oddajnika pogosto navajamo kot efektivno izotropno sevano moč $EIRP = G P_{TX}$ (angleško: Effective Isotropic Radiated Power), to je zmnožkom dobitka antene in moči oddajnika. Vse veličine pogosto navajamo v logaritemskih merskih enotah. Neimenovana razmerja D in G pogosto navajamo v [dBi], decibelih glede na neusmerjeno (izotropno) anteno. Moč oddajnika P_{TX} in efektivno sevano moč $EIRP$ pogosto navajamo v [dBm], decibelih glede na 1mW.

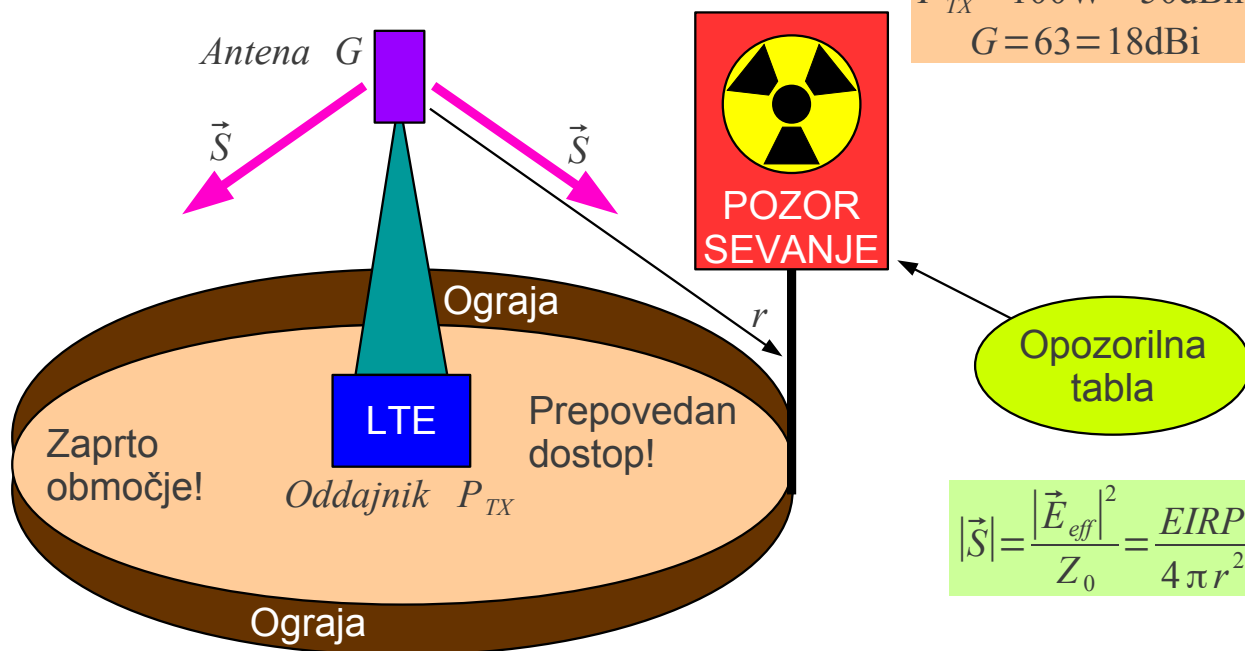
Praktičen zgled je bazna postaja omrežja LTE. Izhodna moč oddajnika lahko doseže $P_{TX} = 100\text{W} = 50\text{dBm}$. Antena pokriva sektor v vodoravni ravnini in njen dobitek lahko doseže $G = 63 = 18\text{dBi}$. Efektivna sevana moč doseže $EIRP = 6.3\text{kW} = 68\text{dBm}$:

$$EIRP = 68\text{ dBm} = 10^{(68/10)} \cdot 1\text{ mW} = 6.3\text{ kW}$$

Zgled

$$P_{TX} = 100\text{W} = 50\text{dBm}$$

$$G = 63 = 18\text{dBi}$$



EU zakonodaja

$$|\vec{E}_{eff}| \leq 6\text{ V}_{eff}/\text{m}$$

$$r \geq \sqrt{\frac{Z_0 EIRP}{4\pi |\vec{E}_{eff}|^2}} = 72.5\text{ m}$$

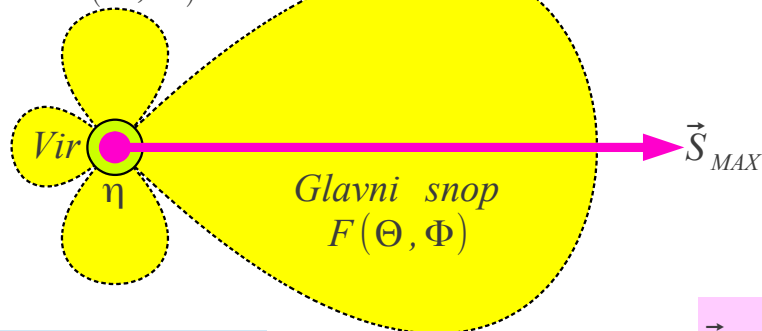
Ograja okoli vira sevanja

Iz podatkov o moči oddajnika in dobitku antene lahko izračunamo razdaljo $r = 72.5\text{m}$, pri kateri efektivna električna poljska jakost doseže mejo $|\vec{E}_{eff}| = 6\text{V}_{eff}/\text{m}$. Slednja je mišljena kot varna meja za ljudi ter druga živa bitja in hkrati upošteva elektromagnetno združljivost drugih elektronskih naprav za domačo uporabo, ki v premočnem polju oddajnika ne bi mogle

pravilno delovati. Javnosti je smiselno preprečiti dostop na izračunani razdalji $r = 72.5\text{m}$ od antene s primerno ograjo in postaviti opozorilne table.

Antena, ki seva samo v stožec s ploskim temenom v prostorski kot Ω in nikamor drugam, je sicer privlačen zgled za razlago, je pa v praksi težko izvedljiv. Sevano polje večine resničnih anten opisujeta polarizacija $\vec{1}_E$ in smerni diagram sevanja $F(\Theta, \Phi) \neq \text{konst.}$ Slednji opisuje spreminjanje amplitude in faze sevanega polja glede na smer v prostoru. Smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ resnične antene ima več snopov. Teme glavnega snopa običajno ni plosko, $F(\Theta, \Phi)$ je razgibana funkcija:

Stranski snopi
 $F(\Theta, \Phi)$



Prazen prostor
 $\mu_0 \quad \epsilon_0$
brez izgub!

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi)$$

$$F(\Theta, \Phi) \equiv \text{smerni diagram}$$

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0}$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta, \Phi)|^2$$

$$\vec{S}_{MAX} = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2$$

$$P_{sevana} = \oint\oint_{4\pi} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 d\Omega = \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0} \oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{\left(\frac{P_{sevana}}{4\pi r^2}\right)} = \frac{\frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\frac{1}{4\pi r^2} \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0} \oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

Smernost oddajne antene

$$d\Omega = \sin\Theta d\Theta d\Phi$$

Smernost antene s poljubnim smernim diagramom $F(\Theta, \Phi)$ izračunamo tako, da gostoto pretoka moči $\vec{S}(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})$ v smeri največjega sevanja delimo z gostoto pretoka moči neusmerjene antene $P_{SEVANA}/4\pi r^2$ enake sevane moči v isti točki opazovanja. Sevano moč dobimo s seštevanjem (integracijo) gostote pretoka moči $\vec{S}(\Theta, \Phi)$ v vseh smereh.

Rezultat izpeljave takoj preizkusimo na zgledu Teslovega

transformatorja oziroma okvirne antene, ki imata oba smerni diagram

$F(\Theta, \Phi) = \sin \Theta$ in največje sevanje v ravnini xy oziroma pri $\Theta_{MAX} = \pi/2$:

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi |\sin \Theta_{MAX}|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |\sin \Theta|^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi} =$$

$$= \frac{4\pi |\sin(\pi/2)|^2}{2\pi \int_0^\pi (1 - \cos^2 \Theta) \sin \Theta d\Theta} = \frac{2}{\int_{-1}^1 (1 - u^2) du} = \frac{2}{4/3} = 1.5 = 1.76 \text{dBi}$$

Čeprav smernost preprostih anten ni velika, je nekoliko večja

$D = 1.5 > 1$ od enote. Pravo neusmerjeno anteno, ki bi sevala popolnoma enako $F(\Theta, \Phi) = \text{konst.}$ v vse smeri prostora, je sploh težko izdelati! Dobitek Teslovega transformatorja oziroma okvirne antene je zelo majhen $G = \eta D \ll 1$ zaradi slabega sevalnega izkoristka.

Smerni diagram antene lahko zapišemo na različne načine:

Smerni diagram (kompleksna skalarna funkcija): $F(\Theta, \Phi)$

$$F(\Theta, \Phi) = A(\Theta, \Phi) e^{j\phi(\Theta, \Phi)}$$

Amplitudni smerni diagram: $A(\Theta, \Phi) = \pm |F(\Theta, \Phi)|$ (običajno +)

Fazni smerni diagram: $\phi(\Theta, \Phi) = \arctan \frac{\text{Im}[F(\Theta, \Phi)]}{\text{Re}[F(\Theta, \Phi)]}$ (kvadrant?)

Normirani smerni diagram: $F_N(\Theta, \Phi) = \frac{F(\Theta, \Phi)}{F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})}$

Močnostni smerni diagram: $|F(\Theta, \Phi)|^2$

Logaritemski smerni diagram: $F_{dB}(\Theta, \Phi) = 20 \log_{10} \left| \frac{F(\Theta, \Phi)}{F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})} \right|$

Smernost v poljubni smeri: $D(\Theta, \Phi) = \frac{4\pi |F(\Theta, \Phi)|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta', \Phi')|^2 d\Omega'}$

Smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ je kompleksna skalarna funkcija, torej ne vsebuje polarizacije. Smerni diagram je neimenovano razmerje, torej nima

merskih enot. Kompleksno funkcijo $F(\Theta, \Phi)$ lahko zapišemo z realnima funkcijama amplitude $A(\Theta, \Phi)$ in faze $\phi(\Theta, \Phi)$. Čeprav je strogo gledano edino $A(\Theta, \Phi)$ amplitudni smerni diagram, pogosto imenujemo kar $F(\Theta, \Phi)$ amplitudni smerni diagram, da ga razlikujemo od močnostnega smernega diagrama.

Smerni diagram običajno ni normiran. Na primer, $F_1(\Theta, \Phi) = \sin \Theta$, $F_2(\Theta, \Phi) = j 3.14 \sin \Theta$ in $F_3(\Theta, \Phi) = 16547 \sin \Theta$ so trije enakovredni smerni diagrami. Nekatere izpeljave se poenostavijo, nekatere druge pa zapletejo v primeru uporabe normiranega smernega diagrama, ki ima maksimum $F_N(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX}) = 1$ vedno enak enoti.

Močnostni smerni diagram $|F(\Theta, \Phi)|^2$ pogosto uporabljamo tam, kjer faze ne moremo meriti, na primer v optiki. Močnostni smerni diagram nastopa v predstavljenem izračunu smernosti. V močnostnem smernem diagramu se izgubi informacija o fazi sevanega polja.

Smerni diagram pogosto merimo in izrišemo v logaritemskem merilu $F_{dB}(\Theta, \Phi)$ v decibelih. Tudi tu se informacija o fazi izgubi. Logaritemski smerni diagram je običajno normiran $F_{dB}(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX}) = 0 \text{ dB}$.

Končno lahko definiramo smernost antene $D(\Theta, \Phi)$ v poljubni smeri. Drugače povedano gre za močnostni smerni diagram normiran na tak način, da opisuje smernost antene. Informacija o fazi se tudi tu izgubi. Običajna definicija smernosti pomeni $D = D(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})$ v tem primeru.

Nalogo načrtovanja antene najboljše opisuje definicija dobitka antene $G = \eta D$. Antena mora imeti dober sevalni izkoristek in zahtevani smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$, ki določa smernost antene. Heinrich Hertz je dosegel oboje: polvalovni odprti rezonator učinkovito seva elektromagnetno valovanje, ki ga je Hertz usmeril z valjnim paraboličnim zrcalom. Oboje je bilo nujno potrebno za uspeh Hertzovih poskusov s silno neobčutljivim sprejemnikom (iskriščem).

Pogoj za dober sevalni izkoristek $\eta = P_{SEVANA} / P_{TX}$ je zapisan že v izrazih za sevano moč tokovnega elementa oziroma zanke. Sevana moč tokovnega elementa narašča sorazmerno kvadratu dolžine žice

$P_{SEVANA} = C_{ŽICA} (h/\lambda)^2$, sevana moč zanke pa sorazmerno kvadratu površine zanke $P_{SEVANA} = C_{ZANKA} (A'/\lambda^2)^2$. Obe enačbi sicer veljata le za kratke žice $h \ll \lambda$ in majhne zanke $A' \ll \lambda^2$, ampak jasno kažeta na to,

da dober sevalni izkoristek zahteva izmere antene, ki so vsaj primerljive z valovno dolžino.

Delovanje zbiralnega zrcala opišemo z dodatnimi viri sevanja v samem zrcalu. Ko sevanje osnovnega izvora osvetli kovinsko površino zrcala, v slednji požene ploskovni električni tok \vec{K} , ki zadosti prestopnim pogojem električnega in magnetnega polja na površini dobrega prevodnika. Ploskovni tok \vec{K} v zrcalu je izmenični električni tok, ki seva. Osvetljeno zrcalo se obnaša kot množica novih virov sevanja. Obliko zbiralnega zrcala izbiramo tako, da se kazalci posameznih prispevkov sevanja seštevajo sofazno v željeni smeri.

Prispevki množice virov sevanja se lahko seštevajo na različne načine. Če vse vire napajamo z enim samim izmeničnim generatorjem, je faza posameznih virov natančno določena. Skupno sevanje koherentne oddaje je kazalčna vsota prispevkov posameznih virov. Če so izmere koherentne skupine virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od izbrane smeri. V določeni smeri se kazalci seštevajo sofazno, v drugih smereh se kazalci med sabo odštevajo. Koherentna skupina virov ima lahko kompliciran smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$.

Obratno, če vsak posamezni vir napajamo s svojim lastnim izmeničnim generatorjem in slednji med sabo niso sinhronizirani, pač pa se malenkost razlikujejo v frekvenci, medsebojna faza posameznih virov ni določena. Skupno sevanje nekoherentne oddaje je preprosto vsota sevane moči posameznih virov. Niti pri veliki skupini nekoherentnih virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ ne opazimo nobenih interferenčnih pojavov. Smerni diagram nekoherentne skupine je popolnoma enak smernemu diagramu posameznega vira.

Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin virov. Toplotno sevanje elektromagnetnega valovanja (žarnica z nitko) oziroma svetleče diode (LED) so zgledi nekoherentnih virov sevanja. Več virov sicer več seva, ampak smer sevanja se ne spremeni. V nekoherentni skupini ostaja razmerje med gostoto pretoka moči $\vec{S}_{MAX}/P_{TX} = konst.$ in močjo oddajnika nespremenjeno. Nekoherentna skupina prav nič ne povečuje smernosti $D_{SKUPINE} \approx D_{VIRA}$.

Fazne skupine radijskih anten oziroma LASERji, ki nihajo na enem samem rodu, so zgledi koherentnih skupin virov sevanja. V koherentni skupini N virov lahko dosežemo sofazno seštevanje kazalcev posameznih prispevkov polja v izbrani smeri. Električno polje skupine v izbrani smeri dosega $\vec{E}_{SKUPINE} = N \vec{E}_{VIRA}$. Gostota pretoka moči v izbrani smeri gre s kvadratom polja $\vec{S}_{SKUPINE} = N^2 \vec{S}_{VIRA}$, torej s kvadratom števila virov N .

koherentne skupine.

Ko so razdalje med posameznimi viri dovolj velike, da so medsebojni vplivi med viri zanemarljivi, narašča moč skupine $P_{SKUPINE} = N P_{VIRA}$ sorazmerno številu virov N . Smernost skupine N koherentnih virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah znaša:

$$D_{SKUPINE} = \frac{|\vec{S}_{SKUPINE}|}{P_{SKUPINE}} / \frac{|\vec{S}_{VIRA}|}{P_{VIRA}} D_{VIRA} = \frac{N^2}{N} D_{VIRA} = N D_{VIRA}$$

Koherentna skupina velikega števila virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah lahko doseže visoko smernost in kompliciran smerni diagram:



Nekaj zelo podobnega se dogaja tudi na sprejemni strani brezvrvične zveze. Sprejemno anteno lahko gradimo kot nekoherentno ali pa kot koherentno skupino sprejemnikov valovanja.

V nekoherentni skupini sprejemnikov vsebuje vsak sprejemnik svoj lastni usmernik. Na bremenu se seštejejo enosmerni tokovi vseh usmernikov. Nekoherentna skupina enako dobro sprejema katerokoli valovanje iz poljubne

smeri, saj medsebojne faze posameznih sprejemnikov niso pomembne. Podatek o medsebojni fazi se izgubi v usmernikih.

V koherentni skupini sprejemnikov vse posamezne sprejemnike povežemo na en sam skupni usmernik. Slednji dobi kazalčno vsoto posameznih prispevkov. Povsem enakovreden primer je en sam mali sprejemnik z usmernikom v gorišču zbiralne leče ali zbiralnega zrcala. V koherentni skupini sprejemnikov je faza prispevkov pomembna.

Če so izmere koherentne skupine sprejemnikov $\sqrt{A_{RX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od smeri prihoda valovanja. Iz določene smeri se kazalci seštevajo sofazno, iz drugih smeri se kazalci med sabo odštevajo. Tedaj smemo tudi v primeru sprejemnika uvesti pojem smernega diagrama $F(\Theta', \Phi')$, običajno zapisan s koordiantami (r', Θ', Φ') s sprejemnikom v koordinatnem izhodišču. V primeru koherentnega sprejema je $F(\Theta', \Phi')$ lahko zelo kompliciran.

Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin sprejemnikov. Nekoherentni sprejem uporabljamo za brezvrvični prenos energije s poljem številnih malih sprejemnih anten, kjer ima vsaka svoj lastni usmernik (angleško: rectifier+antenna="rectenna"). Fotodioda je povsem enakovreden zgled na svetlobnih frekvencah.

Koherentni sprejem vključuje poleg zbiralnih leč in zbiralnih zrcal tudi fazne skupine anten. Primer koherentnega sprejema v optiki je vstop svetlobe v enorodovno svetlobno vlakno. Sklopni izkoristek nekoherentnega vira (LED) v jedro enorodovnega vlakna je izredno slab!

Koherentna oddaja in koherentni sprejem imata skupno lastnost zapisano v obratnem vrstnem redu. Smernost koherentne oddajne antene D_{TX} zahteva določeno velikost oddajne antene A_{TX} . Velikost koherentne sprejemne antene A_{RX} določa smerni diagram sprejemne antene $F(\Theta', \Phi')$, iz katerega lahko izračunamo smernost D_{RX} , čeprav za slednjo veličino še nimamo definicije.

Fizikalni zakoni razširjanja valovanja dajejo točno povezavo med smernostjo D in velikostjo A katerekoli koherentne antene, oddajne ali sprejemne, za katerokoli vrsto valovanja, vzdolžno ali prečno. V primeru velikih smernosti $D \gg 1$ se povezava glasi:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

Zvočnik z membrano efektivne površine A_{eff} ima povsem določeno smernost D za vzdolžno zvočno valovanje. Zvočnik se obnaša recipročno: isti smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ dobimo tudi takrat, ko zvočnik uporabljamo kot mikrofona. Stroga izpeljava opisanega fizikalnega zakona za antene sledi v poglavju o elektromagnetnem Huygensovem izvoru.

Efektivna površina antene $A_{eff} = \eta_0 A$ je povezana z dejansko površino antene preko izkoristka osvetlitve odprtine. Slednji je enak enoti $\eta_0 = 1$, ko je vsa površina antene enakomerno in sofazno osvetljena oziroma ko vsi deli membrane zvočnika nihajo sofazno z enako amplitudo.

Izkoristka osvetlitve odprtine η_0 ne smemo zamenjati s sevalnim izkoristkom η , to sta dva zelo različna pojma! Izkoristek osvetlitve η_0 pove, kako dobro antena izkorišča svojo velikost A za doseganje smernosti, pri tem pa se prav nič moči valovanja ne pretvarja v toploto. Sevalni izkoristek η pove, kolikšen delež privedene električne moči se pretvori v sevanje oddajne antene, preostala moč pa se pretvarja v toploto v ohmski upornosti antene oziroma vezja za prilagoditev impedance.

V praksi srečamo vse štiri možne kombinacije koherentne/nekoherentne oddaje in koherentnega/nekoherentnega sprejema. Nekoherentno oddajo in nekoherenten sprejem se pogosto uporablja v preprostih optičnih zvezah: oddajnik je svetleča dioda (LED), sprejemnik pa PIN fotodioda. Oba imata izredno veliko površino $A_{TX} \approx A_{RX} \approx 1 \text{ mm}^2 \approx 10^6 \lambda^2$ v primerjavi z valovno dolžino. Kljub temu je sevanje LED neusmerjeno, sprejem fotodiode IR daljinca je prav tako neusmerjen.

Koherentno oddajo in nekoherenten sprejem je smiselno uporabiti v primeru prenosa električne energije. Ker se na Zemlji Sonce pogosto skriva za oblake, ponoči pa celo za obzorje, bi bilo bolj učinkovito postaviti fotovoltaično elektrarno v vesolje. V geostacionarni tirnici Sonce le redko zaide v senco Zemlje ob enakonočjih in še to se zgodi samo okoli polnoči, ko je poraba električne energije na Zemlji na pripadajoči zemljepisni dolžini majhna.

Stalno in zanesljivo električno energijo iz vesolja lahko pripeljemo na zemljo s pomočjo takšnih radijskih valov, kjer je vpliv zemeljskega ozračja najmanjši. Smiselna izbira je frekvenca okoli $f \approx 2.4 \text{ GHz}$ oziroma valovna dolžina $\lambda \approx 12.5 \text{ cm}$, kjer povrh znamo izdelati oddajnike in sprejemnike z visokim izkoristkom. Razmeroma velika valovna dolžina zahteva velike antene tako za oddajnik kot tudi za sprejemnik.

Predlog iz sedemdesetih let 20. stoletja, ko je bila vesoljska tekma na vrhuncu, opisuje vesoljsko elektrarno moči $P \approx 1 \text{ GW}$, ki bi potrebovala

približno $A_{PV} \approx 5\text{km}^2$ fotovoltaičnih panelov. Sorazmerna oddajna antena bi imela efektivno površino $A_{effTX} \approx 1\text{km}^2$. Na razdalji $r \approx 40000\text{km}$ se sevanje oddajne antene razširi na površino $A = 25\text{km}^2$:

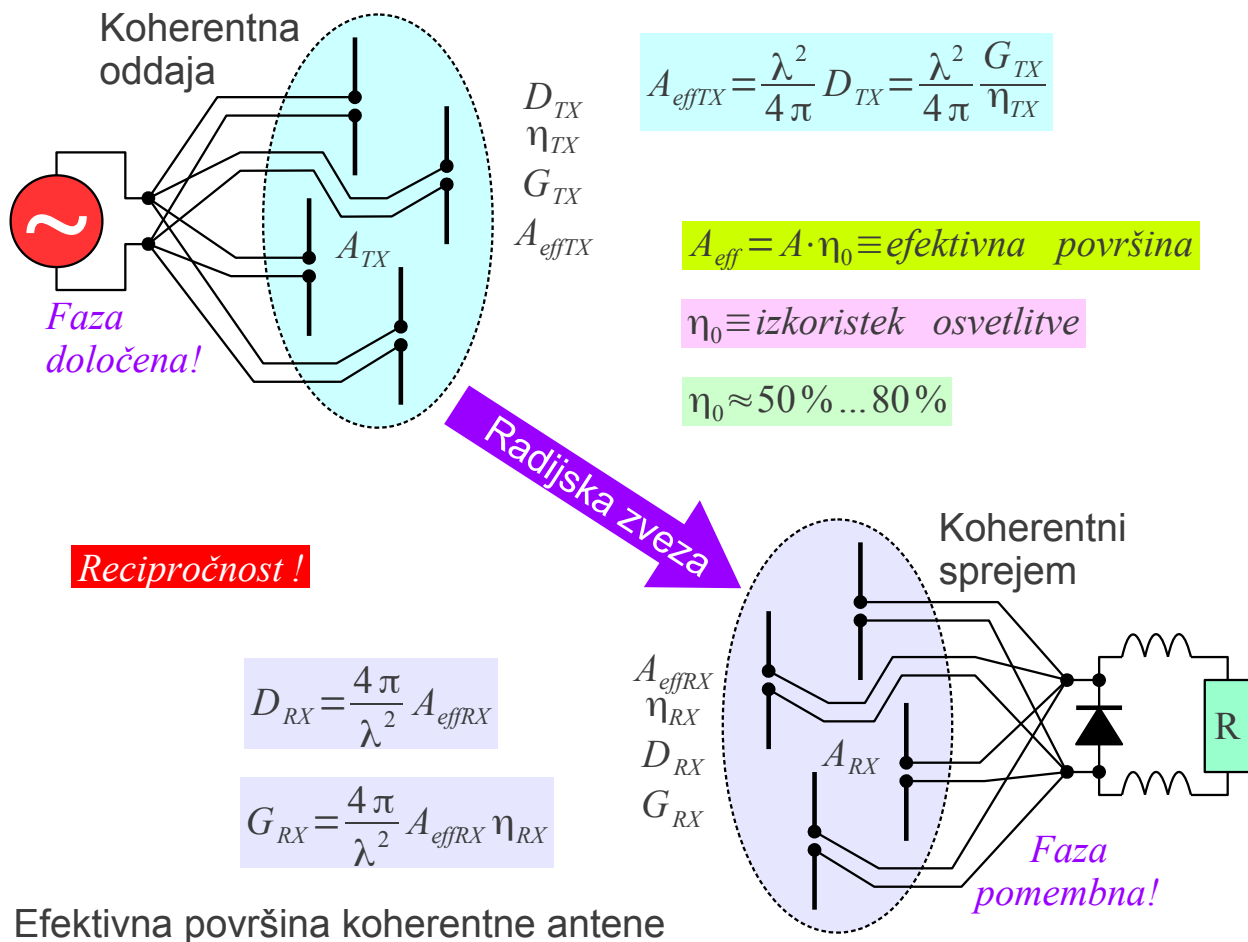


Na Zemlji je smiselno zgraditi nekoherentni sprejemnik z nekoliko večjo površino $A_{RX} \geq A$, da ujame skoraj vso moč oddajnika. Nekoherentni sprejemnik sprejema mikrovalovno energijo iz poljubne smeri. Neusmerjen sprejemnik ne zahteva nobenega nastavljanja, ko tirnica vesoljske elektrarne odstopa od nazivne. Neusmerjen sprejemnik hkrati omogoča sprejem energije več vesoljskih elektrarn na različnih mestih na nebu. Nadgradnja je preprosta, ko se v sistem doda nova elektrarna na drugačnem mestu v vesolju.

Domet brezvrvične zveze za prenos informacije omejujejo toplotni šum in motnje. Toplotno sevanje je po definiciji nekoherentna oddaja. Večje število motilcev običajno ni sinhronizirano med sabo, zato se skupaj obnašajo kot nekoherentni oddajnik. Toplotni šum in motnje torej obravnavamo kot nekoherentno oddajo in koherentni sprejem.

V brezvrvični zvezi za prenos informacije je pogosto zaželen usmerjen

sprejem, da se izognemo toplotnemu šumu in drugim motnjam iz drugih smeri. V radijski zvezi najpogosteje uporabljamo koherentno oddajo in koherenten sprejem. Recipročnost sicer velja v vseh opisanih primerih brezvrvičnih zvez, ampak jo je najlažje pokazati prav pri koherentni oddaji in koherentnem sprejemu:



Z večanjem smernosti oddajne antene in sprejemne antene se povečuje moč sprejetega signala P_{RX} . Pogosto se pri tem raven toplotnega šuma in motenj bistveno ne spreminja, saj so motilci več ali manj enakomerno razporejeni po smereh prihoda signalov. V nekaterih primerih se z usmerjenim sprejemom celo izognemo določenim motilcem oziroma znižamo raven toplotnega šuma.

Gostoto pretoka moči $\vec{S} = \vec{1}_r P_{TX} G_{TX} / 4\pi r^2$ izračunamo iz moči oddajnika, dobitka oddajne antene in razdalje. Sprejeto moč

$P_{RX} = |\vec{S}| A_{effRX} \eta_{RX}$ dobimo iz gostote moči, velikosti sprejemne antene in njenega izkoristka. Opisana preprosta izpeljava velja za katerokoli brezvrvično zvezo v praznem prostoru brez ovir, s koherentno ali nekoherentno oddajo in s koherentnim ali nekoherentnim sprejemom:

$$P_{RX} = P_{TX} \frac{G_{TX} A_{effRX} \eta_{RX}}{4 \pi r^2}$$

Edina omejitev za veljavnost izraza je dovolj velika razdalja, da se na mestu sprejema valovanje oddajnika razširi na dosti večjo površino

$A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ od velikosti oddajne oziroma sprejemne antene.

Praktično to pomeni $P_{RX} \ll P_{TX}$, izraz torej ne velja za vesoljsko elektrarno! V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom recipročnost dodatno zahteva, da pogoj $A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ velja tudi v primeru, ko oddajno in sprejemno anteno zamenjamo med sabo!

V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom lahko Friisovo enačbo zapišemo na različne načine: samo z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten ali pa samo z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten:



Zapis z dobitki anten: $P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4 \pi r} \right)^2$

Recipročnost !

Zapis s površinami anten: $P_{RX} = P_{TX} \frac{\eta_{TX} A_{effTX} A_{effRX} \eta_{RX}}{\lambda^2 r^2}$

Friisova enačba za domet koherentne zveze

Friisova enačba ne daje preprostega odgovora, katera frekvenca oziroma valovna dolžina bi bila za radijsko zvezo najprimernejša. Zapisana z dobitkom oddajne antene G_{TX} in velikostjo sprejemne antene A_{effRX} je

neodvisna od valovne dolžine, primer gretja mačka na Soncu. Zapisana z dobitkoma obeh anten G_{TX} in G_{RX} je sprejeta moč sorazmerna kvadratu valovne dolžine. Zapisana s površinama obeh anten A_{effTX} in A_{effRX} je sprejeta moč obratno sorazmerna kvadratu valovne dolžine.

V radijski zvezi točka-točka si lahko privoščimo poljubno visoko smernost anten na obeh koncih zveze. Omejitev predstavlja velikost anten. Friisova enačba z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten predlaga uporabo čim manjših valovnih dolžin oziroma čim višjih frekvenc v praznem prostoru. Zahteve po usmerjanju anten, naravne ovire in slabljenje ozračja omejujejo najvišjo uporabno frekvenco.

V mobilni radijski zvezi je smernost anten D_{TX} in D_{RX} na obeh koncih zveze omejena. Friisova enačba z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten predlaga uporabo čim večjih valovnih dolžin oziroma čim nižjih frekvenc. Zahteve po pasovni širini $B \ll f$ in sprejemljivih sevalnih izkoristkih η_{TX} in η_{RX} anten dopustnih izmer omejujejo najnižjo uporabno frekvenco.

V radiodifuzni zvezi en oddajnik napaja množico sprejemnikov. Zemljepisno pokrivanje določa smerni diagram oddajnika $F(\Theta, \Phi)$. Na drugem koncu zveze je omejena velikost sprejemnih anten A_{effRX} . V odsotnosti drugih zahtev: pasovna širina $B \ll f$, slabljenje ozračja in ovir, Friisova enačba za radiodifuzno zvezo ni odvisna od valovne dolžine.

Veličine v Friisovi enačbi pogosto pišemo v logaritemskih enotah. Moči izražamo v decibelih glede na miliwatt [dBm] ali glede na watt [dBW] ali celo glede na mikrovolt $[dB\mu V_{eff}]$ (pri kateri $Z_K = ?$). Smernosti in dobitke anten izražamo v decibelih glede na izotropni vir [dBi] ali glede na polvalovni dipol [dBd].

V logaritemskih merskih enotah seštevanje decibelov nadomešča množenje, odštevanje decibelov pa deljenje v Friisovi enačbi. Logaritemske merske enote pripeljejo tudi kakšno novo definicijo, na primer slabljenje praznega prostora $a[dB]$:

$$P[\text{dBm}] = 10 \log_{10}(P/1\text{mW}) = P[\text{dBW}] + 30\text{dB}$$

$$P[\text{dBW}] = 10 \log_{10}(P/1\text{W}) = P[\text{dBm}] - 30\text{dB}$$

dBm \equiv dB glede na 1mW

dBW \equiv dB glede na 1W

$$D[\text{dBi}] = 10 \log_{10} D$$

$$G[\text{dBi}] = 10 \log_{10} G$$

dBi \equiv dB glede na neusmerjen (izotropni) vir

$$D[\text{dBd}] = D[\text{dBi}] - 2.15\text{ dB}$$

$$G[\text{dBd}] = G[\text{dBi}] - 2.15\text{ dB}$$

dBd \equiv dB glede na polvalovni dipol

Friisova enačba

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

$$P_{RX}[\text{dBm}] = P_{TX}[\text{dBm}] + G_{TX}[\text{dBi}] + G_{RX}[\text{dBi}] + 20\log_{10}\lambda[\text{m}] - 20\log_{10}r[\text{m}] - 21.98\text{ dB}$$

$$20\log_{10}(4\pi) = 21.98\text{dB}$$

Slabljenje praznega prostora

$$a[\text{dB}] = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)$$

$$P_{RX}[\text{dBm}] = P_{TX}[\text{dBm}] + G_{TX}[\text{dBi}] + G_{RX}[\text{dBi}] - 20\log_{10}f[\text{MHz}] - 20\log_{10}r[\text{m}] + 27.55\text{ dB}$$

Logaritemske merske enote

$$\lambda[\text{m}] \approx 299.7/f[\text{MHz}] \quad (\text{zrak } n=1.0003)$$

Resnici na ljubo je treba povedati, da logaritemske merske enote najpogosteje privedejo nepopisno zmešnjavo v poročila meritev, članke, učbenike, standarde in predpise, saj pisci pogosto sploh ne navajajo uporabljenih merskih enot. Čeprav so logaritemske merske enote silno priljubljene v praksi, ta učbenik skuša uporabljati neimenovana razmerja oziroma moči v [W] v izogibanje zmešnjavi z decibeli z neznano osnovo oziroma z napetostmi na neznani karakteristični impedanci, kjerkoli je to možno.

* * * * *

5. Meritve anten

Gradnike brezvrvične zveze: oddajnik, sprejemnik in pripadajoče antene, običajno načrtujemo tako, da bo zveza delovala pri največjem zahtevanem dometu r_{MAX} . Na manjših razdaljah $r < r_{MAX}$ od največjega zahtevanega dometa zveze si lahko privoščimo celo znižanje moči oddajnika oziroma moramo zmanjšati občutljivost sprejemnika. Na manjših razdaljah preprosto skušamo uporabljati iste, nespremenjene antene.

Antene skoraj vedno načrtujemo za največji domet zveze, torej jih ostrimo (fokusiramo) v neskončnost. Nižje slabljenje razširjanja valovanja na manjših razdaljah prinese dosti večje povečanje sprejetega signala od izgube ostrenja (fokusa) anten. Na zelo majhnih razdaljah pogosto pride celo do izpada zveze zaradi prekrmljenja sprejemnika s premočnim signalom.

Resnična radijska zveza vsebuje veliko spremenljivk, še posebno v primeru ovir na poti radijskih valov. Večine spremenljivk ne poznamo zadosti dobro, da bi v resnični zvezi lahko natančno preizkušali oddajnike, sprejemnike in antene. Radijski oddajniki in sprejemniki imajo priključke za vodeno elektromagnetno valovanje, torej jih lahko preizkušamo in umerjamo z običajnimi elektronskimi merilnimi inštrumenti v poljubno majhnem laboratoriju.

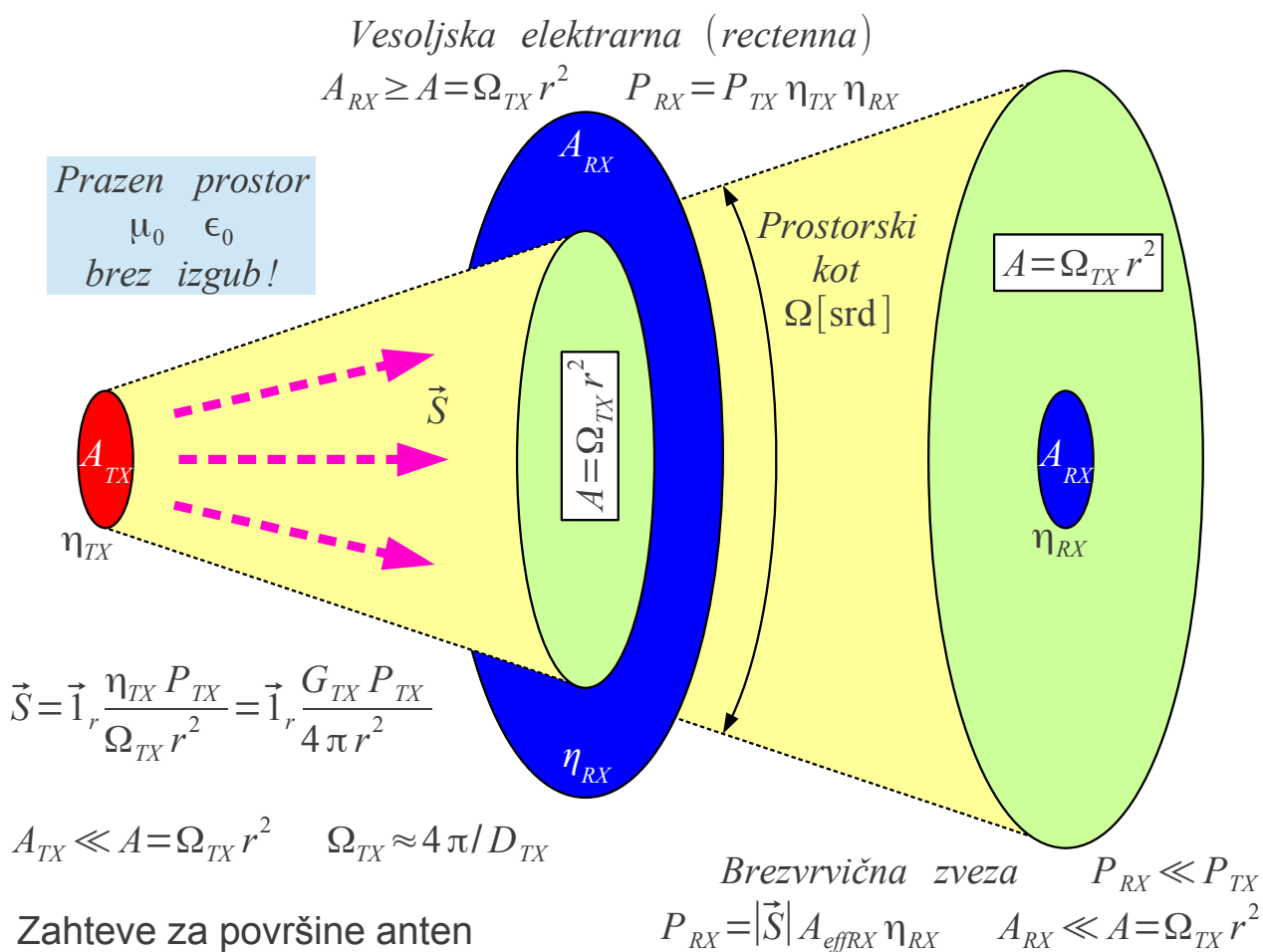
Antene v vsakem primeru sevajo v prostor oziroma od tam sprejemajo elektromagnetno sevanje. Meritev anten zahteva poleg primernih merilnih inštrumentov tudi zadosti prostora za razširjanje elektromagnetnega valovanja. Anten običajno ne moremo preizkušati pri največjem zahtevanem dometu zveze r_{MAX} , ker nimamo tako velikega laboratorija, kaj šele, da bi v njemu zadosti natančno poznali pojave pri razširjanju valovanja, kot so razna slabljenja, sipanja, ukloni in odboji valovanja.

Razdaljo merilne radijske zveze, na kateri merimo lastnosti neznane antene, moramo skrbno izbrati. Bližnjemu polju se izognemo na dovolj veliki razdalji $r \gg \lambda/2\pi$. Povrhu se na premajhni razdalji antena obnaša drugače, saj resnična zveza zahteva ostrenje (fokusiranje) v neskončnost. Na preveliki razdalji bo težje ovrednotiti oziroma izločiti neželjene pojave razširjanja valovanja: slabljenja, sipanja, uklone in odboje.

V prejšnjem poglavju je bilo razloženo, da antene za različne vrste brezvrvičnih zvez načrtujemo na različne načine. Pri brezvrvičnem prenosu električne energije želimo s sprejemnikom ujeti skoraj vso moč oddajnika, kar

zahteva sprejemno anteno $A_{RX} \geq A = \Omega_{TX} r^2$ večjo od preseka snopa oddajnika. Izgubo moči predstavljajo kvečjemu izgube v oddajni anteni $\eta_{TX} < 1$ in v sprejemni anteni $\eta_{RX} < 1$.

Pri brezvrvičnem prenosu informacije običajno uporabljamo manjše in cenejše antene, saj si lahko privoščimo $P_{RX} \ll P_{TX}$. Antena za sprejem informacije je običajno dosti manjša $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ od preseka snopa oddajnika:



Friisova enačba za domet radijske zveze velja na dovolj veliki razdalji od oddajnika, kjer gostota sevane moči $\vec{S} = \vec{1}_r P_{sevana} / 4\pi r^2$ upada s kvadratom razdalje. Na dovolj veliki razdalji je presek snopa sevanja $A = \Omega_{TX} r^2 \gg A_{TX}$ dosti večji od oddajne antene. V primeru koherentne oddaje lahko izračunamo pogoj za razdaljo iz velikosti oddajne antene:

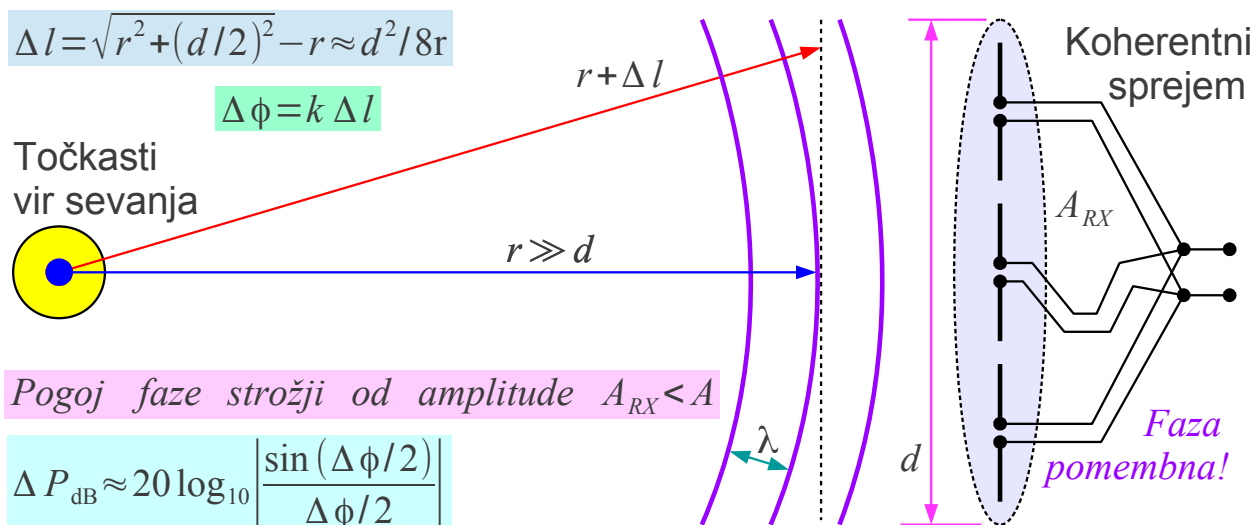
$$D_{TX} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{effTX} \Rightarrow \Omega_{TX} = \frac{4\pi}{D_{TX}} = \frac{\lambda^2}{A_{effTX}} \Rightarrow A = \Omega_{TX} r^2 = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}}$$

$$A_{TX} \gg A = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}} \approx \frac{\lambda^2 r^2}{A_{TX}} \rightarrow r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda}$$

V majhni sprejemni anteni $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ je v primerjavi s presekom snopa oddajnika sprejeta moč preprosto $P_{RX} = |\vec{S}| A_{effRX} \eta_{RX}$. V primeru koherentne oddaje in koherentnega sprejema velja preprosta recipročnost: oddajno anteno in sprejemno anteno smemo zamenjati med sabo. V tem primeru mora veljati oboje:

$$r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda} \quad \text{in} \quad r \gg \frac{A_{RX}}{\lambda}$$

V primeru koherentnega sprejema lahko določimo natančnejšo mejo iz napake faze. Koherentna sprejemna antena je ostrena v neskončnost, torej prirejena za sprejem ravnih valovnih front. Na premajhni razdalji r ukrivljenost valovnih front povzroči napako faze. Napaka faze znižuje kazalčno vsoto prispevkov v sprejemni anteni:



Δl	$\Delta \phi [\text{rd}]$	$\Delta P [\text{dB}]$	$r \geq$	Uporaba
$\lambda/2$	π	-3.922	$d^2/4\lambda$	Globinska ostrina fotoaparata
$\lambda/4$	$\pi/2$	-0.912	$d^2/2\lambda$	Lord Rayleigh 1891
$\lambda/8$	$\pi/4$	-0.224	d^2/λ	
$\lambda/16$	$\pi/8$	-0.056	$2d^2/\lambda$	Meritve radijskih signalov

Fraunhoferjev pogoj (Rayleighjeva razdalja)

Pojav, ki ga je najprej opisal Lord Rayleigh leta 1891, pri meritvah anten običajno imenujemo Fraunhoferjev pogoj. V tabeli je izračunano relativno

znižanje sprejete moči $\Delta P[\text{dB}]$ iz odstopanja faze na robu enakomerno vzbujane sprejemne odprtine krožne oblike premera d . Fotoapararat je natančno takšna koherentna sprejemna antena za svetlobne frekvence. Leča objektiva poskrbi, da se vsi prispevki seštejejo sofazno na enem samem slikovnem elementu (pixel) CCD tipala.

V primeru izračuna globinske ostrine fotoapararata dopuščamo razmeroma velik upad moči $\Delta P \approx 4\text{dB}$. Pri nastavitvi ostrenja fotoapararata v neskončnost dobimo ostro sliko vse do razdalje $r \geq r_{\text{MIN}} = d^2/4\lambda$:



Veliko globinsko ostrino dobimo z majhno odprtino objektiva premera komaj $d = 1\text{mm}$ (objektiv "pinhole"). Majhna odprtina omogoča celo fiksni fokus fotoapararata na razdaljo $r_0 = d^2/4\lambda = 50\text{cm}$, ki daje ostro sliko v območju $r_0/2 = 25\text{cm} < r < \infty$. Majhna odprtina objektiva žal dobro deluje samo podnevi na prostem, saj zbere zelo malo vpadne svetlobe.

Z večanjem premera objektiva se področje globinske ostrine hitro krči. Leča premera $d = 1\text{cm}$ daje ostro sliko šele od $r_{\text{MIN}} = d^2/4\lambda = 50\text{m}$ naprej, ko je fotoapararat ostren v neskončnost. Kje je potem smisel velikih

objektivov, ko je že leča premera $d = 1\text{ cm}$ komaj uporabna?

Razloga za velike odprtine sta dva: velik objektiv zbere več vpadne svetlobe in sliko na CCD tipalu ostri z večjo ločljivostjo. "Pinhole" premera $d = 1\text{ mm}$ z goriščnico $f = 2\text{ cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso premera $d_p = 13\text{ }\mu\text{ m}$ na površini CCD tipala. Leča desetkrat večjega premera $d = 1\text{ cm}$ z enako goriščnico $f = 2\text{ cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso desetkrat manjšega premera $d_p = 1.3\text{ }\mu\text{ m}$.

Če uporabimo isto CCD tipalo slabše ločljivosti $d_p \approx 13\text{ }\mu\text{ m}$, primerne za majhen objektiv, z večjimi objektivi oziroma z večjo odprtino zaslonke ločljivost fotografije omejuje tipalo! Zahteve za globinsko ostrino so v tem primeru dosti manj stroge od Rayleighjeve razdalje velikih odprtin z majhnim f/d !

Antene za radijske zveze na velike razdalje običajno ostrimo v neskončnost. Pri meritvah anten smo dosti bolj natančni kot v fotografiji. Če zahtevamo skupni pogrešek meritve pod $\Delta P < 0.1\text{ dB}$, kot Rayleighovo razdaljo oziroma Fraunhoferjev pogoj izberemo:

$$r > r_{\text{MIN}} = \frac{2d^2}{\lambda} \quad \text{kar je natančneje od} \quad r \gg \frac{\pi(d/2)^2}{\lambda} = \frac{A_{\text{TX}}}{\lambda}$$

Dodatna razlika med radijsko zvezo in fotografijo je v frekvenčni pasovni širini signalov. Fotografija deluje z belo svetlobo, ki ima zelo veliko pasovno širino $B \approx f_0$ v velikostnem razredu osrednje frekvence, kar ustreza vzdolžni koherentni dolžini $l = c_0/B \approx 1\text{ }\mu\text{ m}$. Odbiti valovi in drugi pojavi razširjanja svetlobe v fotografiji ne povzročajo interferenčnih pojavov, saj so razlike poti dosti večje od vzdolžne koherentne dolžine. Seštevajo se samo moči signalov. Medsebojna faza prispevkov je nepomembna.

V radijski zvezi uporabljamo ozkopasovne signale $B \ll f_0$ v primerjavi z osrednjo frekvenco. Vzdolžna koherentna dolžina je izredno velika $l = c_0/B \gg 10\text{ m}$. Pojavi v radijski zvezi so podobni fotografiji z ozkopasovno svetlobo laserja, kjer interferenčni pojavi povzročijo migotanje (angleško: speckle). Odboji in drugi pojavi razširjanja radijskih valov se seštevajo kot kazalci, ko so razlike poti dosti manjše od vzdolžne koherentne dolžine. Medsebojna faza prispevkov je bistvena. Vpliv motečih pojavov je drugačen in večji kot pri beli svetlobi.

Odboje in druge moteče pojave pri meritvah anten se običajno da omejiti tako, da antene merimo na najmanjši razdalji, ki jo dopušča vsota

Fraunhoferjevih pogojev za oddajno in sprejemno anteno:

$$r_{\text{merilni}} \approx \frac{2 d_{TX}^2}{\lambda} + \frac{2 d_{RX}^2}{\lambda}$$

Dobitek antene s površino $A = \pi (d/2)^2$ z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta \approx 1$ in dobrim izkoristkom osvetlitve odprtine $\eta_o \approx 1$ znaša približno $G \approx 4 \pi A / \lambda^2 = (\pi d / \lambda)^2$. Slabljenje radijske zveze med dvema enakima antenama $d_{TX} = d_{RX} = d$ na medsebojni razdalji $r_{\text{merilni}} \approx 4 d^2 / \lambda$ znaša po Friisovi enačbi:

$$\frac{P_{TX}}{P_{RX}} = \frac{1}{G_{TX} G_{RX}} \left(\frac{4 \pi r_{\text{merilni}}}{\lambda} \right)^2 \approx \frac{1}{\left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2} \left(\frac{16 \pi d^2}{\lambda^2} \right)^2 = \frac{256}{\pi^2} \approx 25.94$$

$$a_{\text{MIN}} [\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{P_{TX}}{P_{RX}} \approx 10 \log_{10} 25.94 \approx 14.14 \text{ dB}$$

V praktični meritvi anteni na obeh koncih merilne zveze nista nujno enaki med sabo. S stališča pogreškov odbojev in drugih motečih pojavov je sicer smiselno uporabljati podobni anteni na obeh koncih zveze. Referenčno anteno na enem koncu merilne zveze izberemo čimbolj podobno merjencu na drugem koncu.

Iz previdnosti pogosto merimo na malenkost večji razdalji od najmanjše dovoljene iz Fraunhoferjevega pogoja. Skupno slabljenje takšne merilne zveze je običajno v razponu $a_{\text{MIN}} \approx 20 \text{ dB} \dots 30 \text{ dB}$, ko sta anteni usmerjeni ena v drugo.

Pri določanju lastnosti anten moramo natančno poznati razdaljo med oddajno in sprejemno anteno. V resnični radijski zvezi je razdalja

$r \gg d_{TX}, d_{RX}$ dosti večja od izmer oddajne oziroma sprejemne antene. V resnični radijski zvezi je zato vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo.

V merilni radijski zvezi je razdalja $r_{\text{merilni}} \approx d_{TX}, d_{RX}$ istega velikostnega razreda kot izmere oddajne oziroma sprejemne antene. V merilni zvezi ni vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo. Ko merimo smerni diagram, ni vseeno, okoli katere točke vrtimo merjeno anteno.

Smerni diagram antene $F(\Theta, \Phi)$ je kompleksna funkcija, ki jo lahko razstavimo v dve realni funkciji, amplitudo $A(\Theta, \Phi)$ in fazo $\phi(\Theta, \Phi)$. Če skrbno izberemo izhodišče koordinatnega sistema, pri večini anten uspemo doseči, da se faza ne spreminja $\phi(\Theta, \Phi) = \text{konst.}$ Skrbno izbrano točko imenujemo fazno središče antene. Valovanje navidezno izhaja iz faznega središča:

$$F(\Theta, \Phi) = A(\Theta, \Phi) e^{j\phi(\Theta, \Phi)}$$

$$A(\Theta, \Phi) = \pm |F(\Theta, \Phi)|$$

Skica antene
ni v merilu!



Fazno središče antene

Antena na sliki ni narisana v merilu, pač pa je približno 16-krat prevelika v primerjavi z valovnimi frontami. Slika hoče pokazati, da fazno središče običajno ne sovпада s kakšno značilno točko antene, na primer s točko napajanja. Ko anteno vrtimo okoli faznega središča, se faza sevanega valovanja ne spreminja. Izjema so obrati faze $A(\Theta, \Phi) = \pm |F(\Theta, \Phi)|$ za pol periode v smereh ničel smerne diagrama.

Za meritev anten na majhni medsebojni razdalji $r_{\text{merilni}} \approx 4d^2/\lambda$ moramo obvezno poznati položaj faznih središč obeh anten. Razdaljo merimo od faznega središča oddajne antene do faznega središča sprejemne antene. Pri merjenju smerne diagrama merjenec obvezno vrtimo okoli njegovega faznega središča, da se razdalja do referenčne antene in z njo slabljenje praznega prostora med vrtenjem merjenca ne spreminjajo.

Če položaja faznega središča natančno ne poznamo, moramo meriti na dovolj velikih razdaljah, da nedoločenost faznega središča ne kvari rezultata meritve. Nekaterne antene sploh nimajo faznega središča. V slednjem primeru moramo meriti na še večji razdalji $r_{\text{merilni}} \gg d$, da nedoločenost faznega središča v velikostnem razredu izmer antene ne kvari rezultata meritve.

Če smernost D računamo iz izmerjenega smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$, moramo meriti smerni diagram dovolj natančno v dovolj velikem razponu moči $\Delta P_{\text{dB}} \gg D_{\text{dB}}$, da pravilno seštejemo sevano moč stranskih snopov antene. Za točnost meritve 1% mora biti razpon meritve moči vsaj 100-krat večji od pričakovane smernosti merjenja oziroma $\Delta P_{\text{dB}} \geq D_{\text{dB}} + 20\text{dB}$. Končno moramo pri praktični izvedbi meritev upoštevati, da je tako na prostem kot tudi v kakovostni gluhi sobi težko dušiti neželjene odboje za več kot 40dB.

V merilni radijski zvezi merimo vstavitveno slabljenje oziroma prevajalno funkcijo četveropola $S_{21} = S_{12}$ (recipročni S parametri), ki ga predstavljajo priključki oddajne in sprejemne antene. Najmanjše slabljenje v razponu $a_{\text{MIN}} \approx 20\text{dB} \dots 30\text{dB}$ z antenama usmerjenima ena v drugo ter razpon moči $\Delta P \approx 40\text{dB} \dots 50\text{dB}$ za meritev smernega diagrama skupaj zahtevata meritev slabljenja v razponu $a \approx 20\text{dB} \dots 80\text{dB}$.

Običajni komunikacijski radijski oddajniki in sprejemniki za zveze na velike razdalje v opisani meritvi niso uporabni. Komunikacijski radijski oddajniki imajo previsoko izhodno moč. Komunikacijski radijski sprejemniki ne merijo jakosti sprejetega signala dovolj natančno niti v dovolj velikem razponu moči. Končno niti komunikacijski oddajniki niti sprejemniki niso vedno dovolj oklopljeni za laboratorijske meritve, saj sami sevajo oziroma sprejemajo sevanje brez priključene antene.

Kot antenski merilni oddajnik običajno zadošča laboratorijski visokofrekvenčni vir izhodne moči v razredu $P_{\text{TX}} \approx 10\text{mW} = +10\text{dBm}$. Laboratorijski visokofrekvenčni spektralni analizator sicer zmore dovolj velik razpon moči kot merilni sprejemnik. Natančnost merjenja moči s spektralnim analizatorjem običajno žal ne zadošča za meritve anten. Oba laboratorijski visokofrekvenčni vir in spektralni analizator sta dovolj oklopljena, da sama ne sevata oziroma ne sprejemata sevanja brez priključene antene.

Kot antenski merilni sprejemnik je najbolj uporaben vektorski (točneje kazalčni) voltmeter oziroma vektorski analizator vezij. Kazalčni merilniki zmorejo primeren razpon moči s primerno natančnostjo. Kazalčni merilniki merijo amplitudo in fazo prevajalne funkcije. S pomočjo kazalčnega merilnika

preprosto poiščemo fazno središče neznane antene.

Kazalčni merilniki so koherentni sprejemniki. Odzivajo se samo na signale, ki so natančno sinhronizirani z referenco oddajnika. Kazalčni merilniki so v primeru meritev na prostem manj občutljivi na motnje drugih oddajnikov.

Glavna pomanjkljivost kazalčnih merilnikov je zahteva po primernih visokofrekvenčnih kablh od merilnega oddajnika do oddajne antene, od sprejemne antene do merilnega sprejemnika in še referenčni vod med merilnim oddajnikom in merilnim sprejemnikom:



Slabljenje visokofrekvenčnih kablov $a_{koaks} = \alpha \sqrt{f}$ narašča sorazmerno s korenem frekvence in postane nesprejemljivo visoko na razdaljah, večjih do približno $r > 30m$. Upogibanje kabla okoli osi vrtiljaka pri merjenju smerne diagrama je nerodno, uničuje kabel in vnaša pogreške faze in amplitude. Vrteči koaksialni spoj je pravo mehansko čudo in običajno najdražji sestavni del radarja. Končno, sevanje cenениh visokofrekvenčnih kablov z redko pletenim oklopom ni zanemarljivo. Za resne meritve anten potrebujemo najmanj kable z dvojno pletenim oklopom.

Ko zaradi velike razdalje med antenama ne moremo uporabljati visokofrekvenčnega referenčnega voda, lahko merimo samo amplitudo prevajalne funkcije $|S_{21}| = |S_{12}|$. Glede na izhodno moč laboratorijskega merilnega vira pričakujemo moč v sprejemniku na drugem koncu merilne zveze v razponu $P_{RX} \approx -70dBm \dots -10dBm$.

Kot merilni sprejemnik lahko uporabimo polprevodniško "back" diodo

oziroma "zero-bias" Schottky diodo. Detektorji s polprevodniškimi diodami imajo kvadratni odziv $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ pri nizkih močeh

$P_{RX} \approx -70\text{dBm} \dots -20\text{dBm}$ ter linearni odziv $U_{DET} = \alpha' \sqrt{P_{RX}}$ pri velikih močeh $P_{RX} \approx 0\text{dBm} \dots +30\text{dBm}$. Vmes je prehodno območje med obema načinoma delovanja diodnega detektorja.

Namesto diode lahko uporabimo tudi bolometer, to je termistor, ki se mu upornost spreminja sorazmerno sprošeni toploti visokofrekvenčnega signala. Tanka nitka žarnice ali talilne varovalke je uporaben bolometer. Bolometer ima natančnejši kvadratni odziv $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ od diodnih detektorjev. Bolometer je manj občutljiv od diodnega detektorja in potrebuje močnejši merilni oddajnik moči okoli $P_{TX} \approx 1\text{W} = +30\text{dBm}$.

Detektorji s kvadratnim odzivom $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ dajejo na svojem izhodu zelo nizko napetost v območju mikrovoltov. Tako nizke enosmerne napetosti je težko meriti. Detektorje s kvadratnim odzivom zato običajno uporabljamo skupaj z moduliranimi merilnimi oddajniki, saj je detektirano modulacijo dosti lažje ojačati z izmeničnimi ojačevalniki.

Modulacijo merilnega oddajnika izbiramo tako, da je čimbolj različna od motilcev, ki se jim pri meritvah na prostem ne moremo izogniti. Bolometri običajno delujejo z amplitudno ON/OFF modulacijo oddajnika frekvence

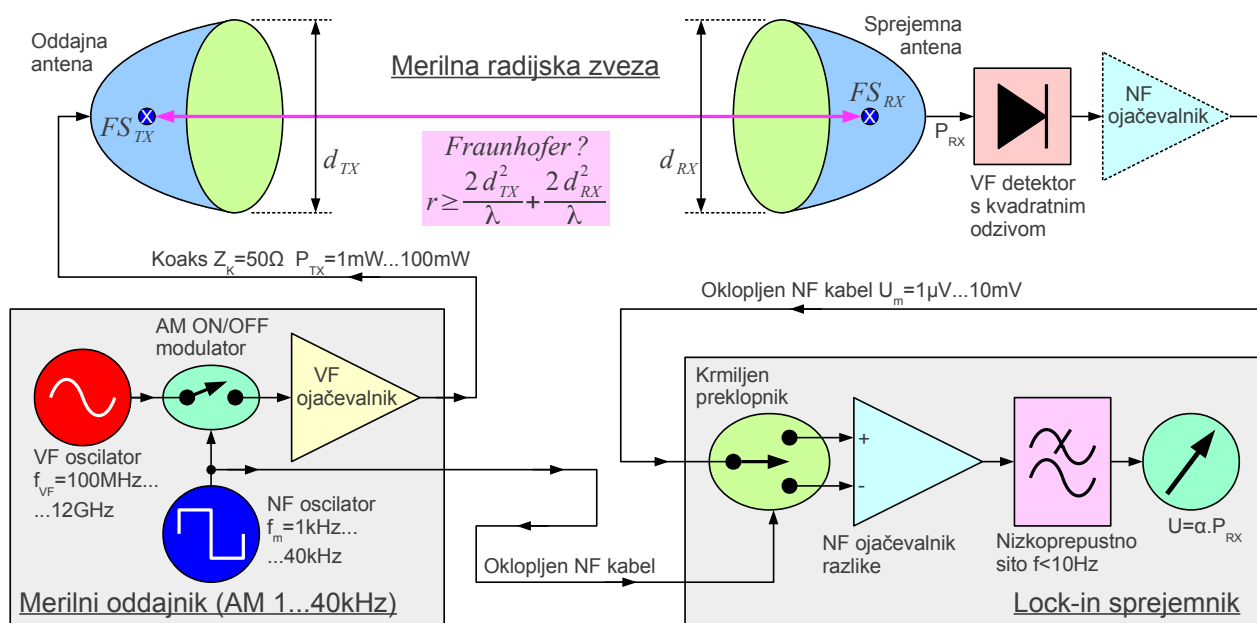
$f_m = 1\text{kHz}$. Hitrejši odziv diodnih detektorjev omogoča uporabo višjih frekvenc amplitudne ON/OFF modulacije, na primer $f_m = 27.8\text{kHz}$.

Bolometer oziroma diodni detektor je lahko opremljen že s prvo stopnjo nizkofrekvenčnega ojačevalnika. Vse skupaj je vgrajeno v majhno ohišje, da merilno glavo pritrdimo neposredno na sprejemno anteno. Od merilne glave na anteni do nizkofrekvenčnega merilnega sprejemnika zadošča tanek, gibek in cenen nizkofrekvenčni kabel:



Nizkofrekvenčni merilni sprejemnik (imenovan tudi skalarni analizator vezij) vsebuje nizkofrekvenčno pasovno sito, ki izlušči željeno modulacijo. Nizkofrekvenčnemu ojačevalniku sledi nizkofrekvenčni detektor. Iz slike ni razvidno, da je treba v končnem rezultatu upoštevati območje delovanja detektorja: kvadratni odziv, prehodno območje ali linearni odziv.

Majhne veličine v močnem ozadju šuma v fiziki pogosto merimo s tehniko lock-in. Tudi v tem primeru uporabljamo amplitudno ON/OFF modulacijo v oddajniku in detektor s kvadratnim odzivom. Lock-in sprejemnik vsebuje preklopnik namesto nizkofrekvenčnega pasovnega sita. Modulator oddajnika krmili preklopnik tako, da se pri vključenem oddajniku signal detektorja prišteva, pri izključenem oddajniku pa odšteva od povprečja na izhodu. Krmiljeni preklopnik imenujemo tudi sinhroni demodulator:



Prednost lock-in sprejemnika je višja odpornost na motnje v primerjavi s sprejemnikom z nizkofrekvenčnim sitom. Slaba lastnost lock-in sprejemnika je zahteva po dodatnem nizkofrekvenčnem vodu od merilnega oddajnika do lock-in sprejemnika. Nizkofrekvenčni vod je običajno oklopljen kabel. Možna je celo uporaba navadne telefonske parice dolžine več kot $r > 3\text{km}$.

Od vseh antenskih meritev je najpomembnejša in najzahtevnejša meritev smerne diagrama $F(\Theta, \Phi)$. Slednji je kompleksna funkcija dveh spremenljivk. Brez kazalčnih merilnikov lahko merimo samo amplitudo smerne diagrama $|F(\Theta, \Phi)|$. Amplituda smerne diagrama sicer zadošča, da iz nje natančno izračunamo smernost neznane antene:

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 \sin\Theta d\Theta d\Phi}$$

Ker lahko anteno naenkrat vrtimo samo po eni osi, potrebujemo zelo veliko število meritev za poljubno funkcijo dveh spremenljivk $F(\Theta, \Phi)$ oziroma $|F(\Theta, \Phi)|$. Glede na izvedbo merjene antene je smiselno izmeriti izbrano število N značilnih prerezov smerne diagrama.

Koordinatni sistem običajno zasukamo tako, da kaže os z v smeri največjega sevanja glavnega snopa smerne diagrama antene. Opisana izbira pomeni $\Theta_{MAX} = 0$ pri poljubnem Φ_{MAX} . Anteno nato sukamo po polarnem kotu Θ , da izmerimo prerez smerne diagrama pri izbrani zemljepisni dolžini Φ .

N značilnih prerezov smerne diagrama po poldnevnikih izmerimo pri N skrbno izbranih zemljepisnih dolžinah $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_N$. Približek integracije smerne diagrama se tedaj glasi:

$$\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega \approx \frac{2\pi}{N} \int_0^\pi \left[|F(\Theta, \Phi_1)|^2 + |F(\Theta, \Phi_2)|^2 + |F(\Theta, \Phi_3)|^2 + \dots + |F(\Theta, \Phi_N)|^2 \right] \sin\Theta d\Theta$$

Praktična izvedba opisane meritve vsebuje nerodnost. Meritev naj bi vsakokrat začenjala pri $\Theta_{MAX} = 0$, pri tem pa ne vemo povsem natančno, kje sploh je maksimum sevanja glavnega snopa neznane antene, ki mogoče nima simetrične oblike, zagotovo pa ima antena končne tolerance izdelave.

Natančnejša meritev je v območju $-\pi \leq \Theta \leq \pi$, kjer se vedno zapeljemo preko celotnega glavnega snopa smernega diagrama antene. Povrhu na ta način izmerimo dva prereza smernega diagrama antene $|F(\Theta, \Phi_j)|$ in $|F(\Theta, \Phi_j + \pi)|$ z eno samo meritvijo! N meritev tedaj daje $2N$ prerezov smernega diagrama, približek integracije smernega diagrama postane:

$$\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega \approx \approx \frac{\pi}{N} \int_{-\pi}^{\pi} \left[|F(\Theta, \Phi_1)|^2 + |F(\Theta, \Phi_2)|^2 + |F(\Theta, \Phi_3)|^2 + \dots + |F(\Theta, \Phi_N)|^2 \right] \sin \Theta d\Theta$$

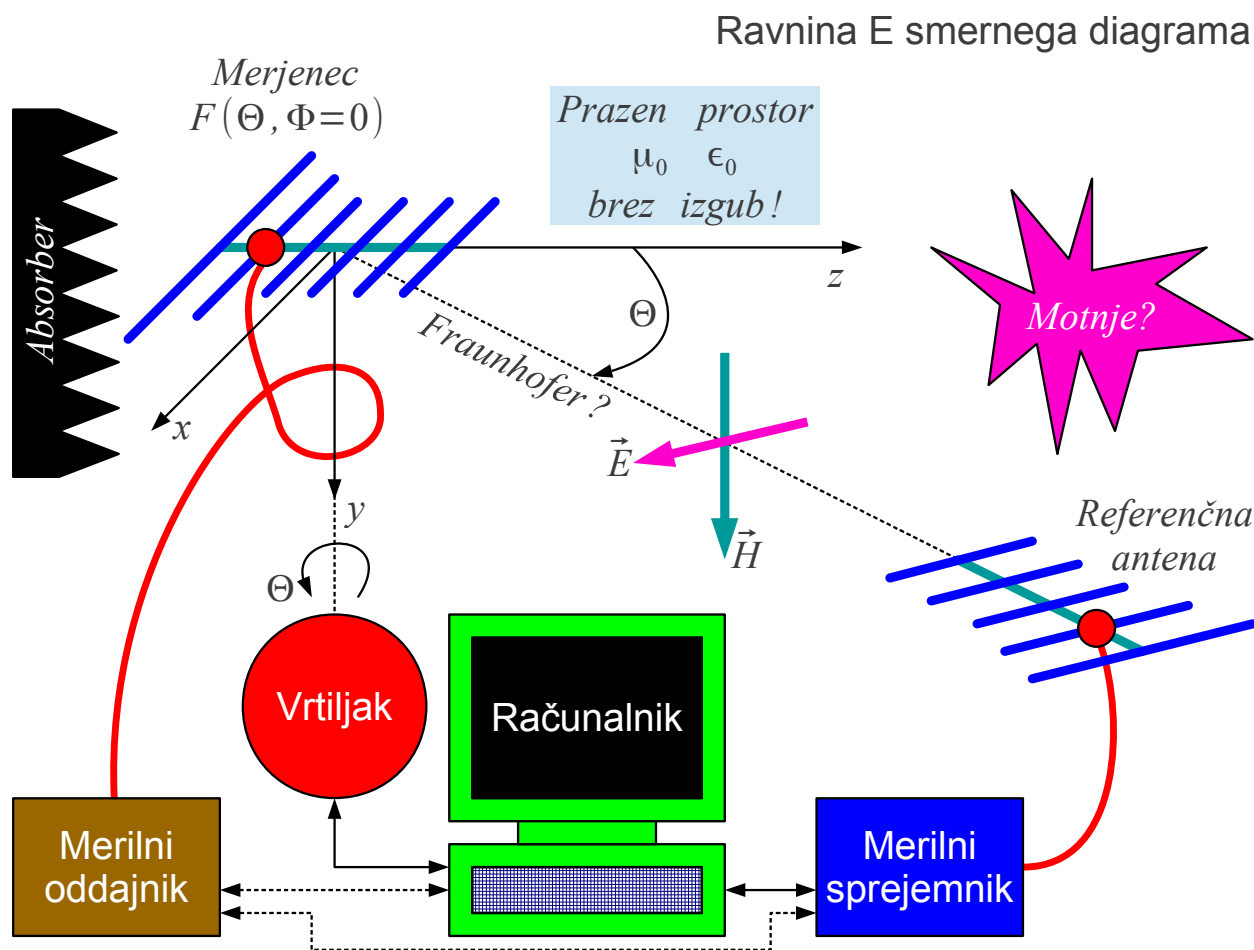
Za vsak par prerezov pri izbrani zemljepisni dolžini Φ_j ter pripadajoči $\Phi_j + \pi$ lahko izračunamo grob približek smernosti D_j , kot da bi bil smerni diagram rotacijsko simetričen okoli osi z :

$$D_j = \frac{4 |F(\Theta_{MAX}=0, \Phi_{MAX}=\Phi_j)|^2}{\int_{-\pi}^{\pi} |F(\Theta, \Phi_j)|^2 \sin \Theta d\Theta}$$

N meritev pri $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_N$ daje grobe približke smernosti $D_1, D_2, D_3 \dots D_N$. Približku integracije vseh prerezov smernega diagrama je povsem enakovreden izračun natančnejše smernosti po izrazu:

$$D = \frac{N}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_3} + \dots + \frac{1}{D_N}}$$

Za večino preprostih anten zadošča meritev smernega diagrama pri $N=2$ med sabo pravokotnih parih prerezov $\Phi_1 = \Phi_E = 0$ in $\Phi_2 = \Phi_H = \pi/2$, ki ustrezata sukanju merjene antene v ravnini električnega oziroma magnetnega polja. Meritev para prerezov smernega diagrama $F(\Theta, \Phi_E)$ in $F(\Theta, \Phi_E + \pi)$ v ravnini E je prikazana na risbi:



Merilna zveza je recipročna, merilni oddajnik in merilni sprejemnik smemo zamenjati med sabo. Radijskim motnjam se je lažje izogniti, če priključimo sprejemnik na referenčno anteno. Gibek nizkofrekvenčni kabel do merilne diode je sicer ugoden za merjenja na vrtljaku.

Nadležnim odbojem od tal se izognemo tako, da namestimo obe anteni na dovolj veliki višini nad tlemi. Od ostalih odbojev je najbolj nadležen odboj od predmetov za merjencem, kamor namestimo absorber.

Računalnik krmili vrtljak z merjencem in hkrati beleži podatke iz sprejemnika. Dodatno lahko računalnik nastavlja merilni oddajnik v avtomatizirani meritvi. Glede na izvedbo meritve lahko merilni oddajnik in merilni sprejemnik potrebujeta medsebojno povezavo za referenčni signal.

Za meritev para prerezov smernega diagrama $F(\Theta, \Phi_H)$ in $F(\Theta, \Phi_H + \pi)$ v ravnini H zamenjamo polarizaciji obeh anten, merjenca in referenčne:



Primer izmerjenih prerezov smernega diagrama SBFA (angleško: Short Back-Fire Antenna) v ravninah E in H je prikazan v polarnih diagramih v logaritemskem radialnem merilu z razponom 40dB :



Za SBFA je značilno, da ima razmeroma čist smerni diagram z dvema stranskima snopoma v ravnini H in skoraj brez stranskih snopov v ravnini E. Ostali snopi pod -20dB so posledica odbojev od sten in druge opreme v laboratoriju, saj absorber pri tej meritvi ni bil uporabljen. Če bi namesto logaritemskega merila narisali isti smerni diagram v linearnem radialnem merilu, bi bili ti snopi komaj vidni. Absorber za merjencem bi sicer lahko oslabil nadležne odboje iz ozadja za dodatnih -20dB .

Iz izmerjenih smernih diagramov je tudi razviden pomen meritve prerezov v celotnem območju polarne razdalje $-\pi \leq \Theta \leq \pi$. Slednji omogoča določiti odklon glavnega snopa zaradi konstrukcijskih toleranc antene oziroma napak pri meritvi. Hkrati postane meritev širine -3dB glavnega snopa α dosti bolj natančna. Nesimetrija stranskih snopov je nazorno merilo za konstrukcijske tolerance antene oziroma neželjene pojave razširjanja (odboje) pri meritvi antene.

Računalniški program samodejno popravi odklon glavnega snopa in prestavi os z koordinatnega sistema v smer maksimuma pri računanju smernosti. Izmerjeni smernosti sta $D_E = 44.8 = 16.51\text{dBi}$ v ravnini E in $D_H = 41.4 = 16.17\text{dBi}$ v ravnini H. Natančnejšo smernost izračunamo po izrazu, v katerega vstavimo obe smernosti kot neimenovana razmerja:

$$D = \frac{2}{\frac{1}{D_E} + \frac{1}{D_H}} = \frac{2}{\frac{1}{44.8} + \frac{1}{41.4}} = 43.03 \quad 10 \log_{10} 43.03 = 16.34\text{dBi}$$

Koliko lahko zaupamo izračunani smernosti, sklepamo iz opaženih neželjenih pojavov. Če so odboji v povprečju oslabljeni za

$a_{\text{odboj}} \approx 30\text{dB} = 1000$ glede na glavni snop in je smernost v velikostnem razredu $D \approx 16\text{dBi} = 40$, pričakujemo relativno napako meritve v velikostnem razredu $D/a \approx 0.04 = 4\%$ oziroma $10 \log_{10} 1.04 \approx 0.2\text{dB}$.

Ko izmerjeni smerni diagrami še niso bili dostopni v računalniški obliki, je bila integracija smernega diagrama silno zamudno opravilo, končni rezultat pa nenatančen. Razvijalci anten so se pogosto zanašali na oceno smernosti svojih izdelkov iz širine -3dB glavnega snopa α_E v ravnini E in širine -3dB glavnega snopa α_H v ravnini H.

John D. Kraus navaja v svoji odlični, zelo dobro znani knjigi Antennas iz leta 1950, ki je doživela kar šest izpopolnjenih ponatisov vse do leta 2001, naslednji približek za prostorski kot sevanja Ω , če privzamemo snop

sevanja pravokotnega prereza s stranicama, ki se odpirata v α_E in α_H :

$$\Omega[\text{srd}] \approx \alpha_E[\text{rd}] \alpha_H[\text{rd}]$$

Iz približka za prostorski kot sevanja sledi Krausov približek za smernost iz kotov α_E in α_H zapisanih vadianih oziroma v stopinjah:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} \approx \frac{4\pi}{\alpha_E[\text{rd}] \alpha_H[\text{rd}]} \approx \frac{41253^\circ{}^2}{\alpha_E[^\circ] \alpha_H[^\circ]}$$

Približek dokaj dobro velja, če smerni diagram antene nima pomembnih stranskih snopov. Približek daje prevelik rezultat za smernost, če ima smerni diagram antene velike stranske snope.

Ocena smernosti SBFA je nazoren zgled uporabe opisanega približka. SBFA ima izmerjeni širino -3dB glavnega snopa $\alpha_E = 28.9^\circ$ v ravnini E in širino -3dB glavnega snopa $\alpha_H = 24.1^\circ$ v ravnini H. Ocena smernosti SBFA iz izmerjenih širin -3dB glavnega snopa znaša:

$$D \approx \frac{41253^\circ{}^2}{(28.9^\circ \cdot 24.1^\circ)} = 59.23 \quad 10 \log_{10} 59.23 = 17.73 \text{dB}$$

Ocena smernosti SBFA je očitno previsoka za skoraj poldrugi decibel na račun velikih stranskih snopov SBFA v ravnini H, okoli -12dB glede na glavni snop! Izmerjena smernost SBFA v ravnini H je navsezadnje manjša $D_H < D_E$ od izmerjene smernosti v ravnini E kljub $\alpha_H < \alpha_E$.

Na podobne, previsoke ocene smernosti naletimo v številnih člankih in knjigah, od najbolj uglednih znanstvenih revij do radioamaterskih priročnikov. Poleg Krausovega približka obstajajo še drugi približki, ki v nekaterih primerih dajejo točnejši rezultat, v drugih primerih pa so še manj natančni. Navedbe smernosti in dobitkov anten moramo zato obravnavati previdno in vzeti z razumevanjem pogojev, v katerih so nastale.

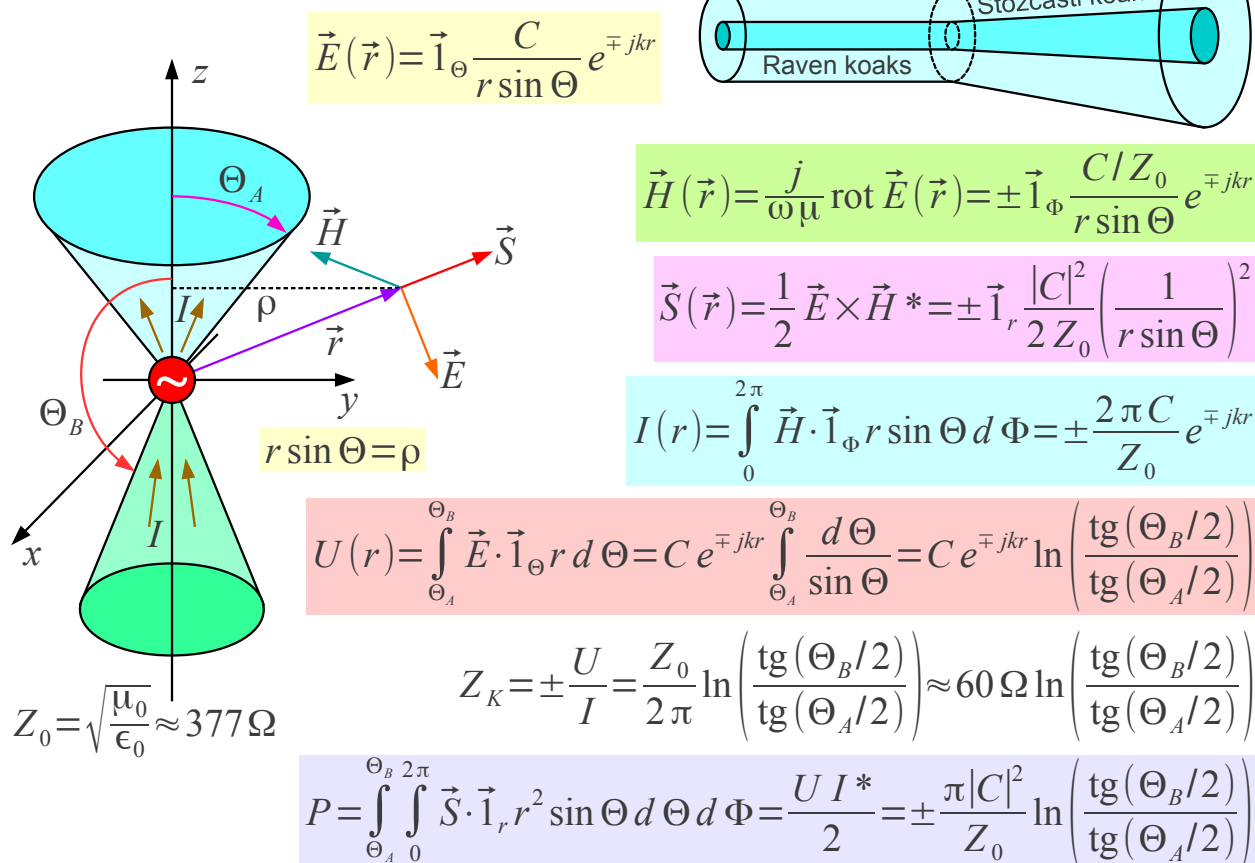
* * * * *

6. Žične antene

Konec 19. stoletja je tehnika omogočala izdelavo učinkovitih oddajnikov in doseganje velikega dometa radijske zveze le pri razmeroma nizkih frekvencah $f < 100 \text{ kHz}$. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na previsokih frekvencah, da bi bili praktično uporabni. V področju dolgih valov $\lambda > 3 \text{ km}$ so vse naprave majhne v primerjavi z valovno dolžino. Tokovni element $h \ll \lambda$ je kot točkasti električni dipol (Teslov transformator) silno neučinkovita antena. Podobno je majhna zanka $\sqrt{A} \ll \lambda$ kot točkasti magnetni dipol (okvirna antena) silno neučinkovita antena.

Guglielmo Marconi je s številnimi poskusi našel ceneno rešitev za učinkovito anteno v obliki zelo dolge in tanke žice, ki jo je dvigoval nad tla celo s pomočjo balona ali zmaja. Antene v obliki dolge in tanke žice ostajajo pomembne tudi danes. Kako izdelati anteno z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta \rightarrow 1$, si najlažje ogledamo na stožčastem vod, kjer ima elektromagnetno polje razmeroma preprosto analitsko rešitev:

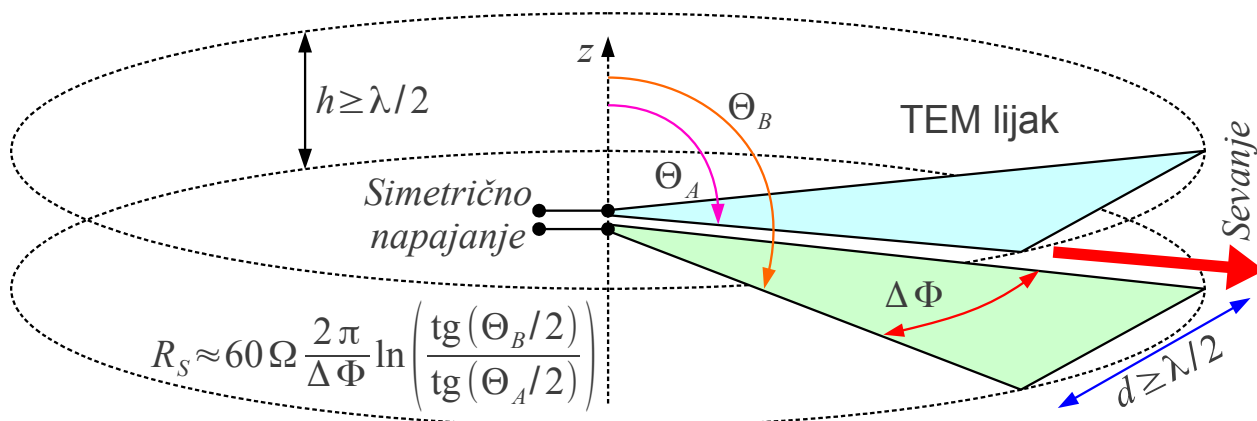
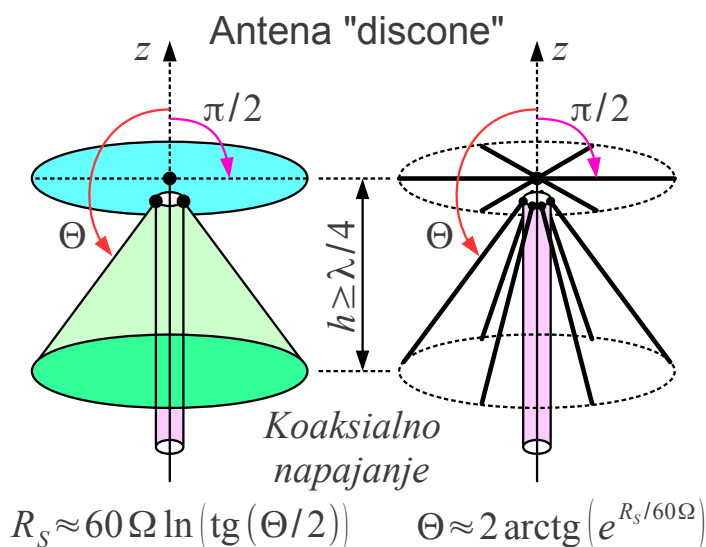
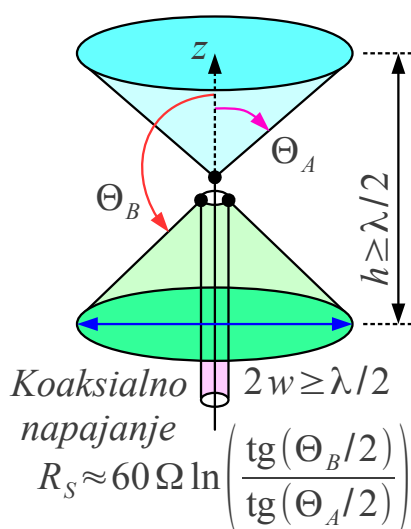
Stožčasti vod



Stožčasti vod je lahko stožčasti koaksialni kabel, kjer sta oba, žila in oklop, plašča dveh vgnezenih stožcev. Točna rešitev Maxwellovih enačb $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_\Theta C e^{\mp jkr} / (r \sin \Theta)$ opisuje oba valova, v smeri odpiranja stožcev e^{-jkr} in v smeri krčenja stožcev e^{+jkr} . Kot antena je najbolj uporaben široko odprt stožčasti vod $\Theta_A \leq \pi/2$ in $\Theta_B > \pi/2$, kjer se valovanje iz generatorja v koordinatnem izhodišču širi v prostor med stožcema na obe strani ravnine xy .

Točna rešitev Maxwellovih enačb zahteva dva neskončno velika kovinska stožca, kar ni izvedljivo. Pri končno velikih stožcih dobimo zelo podobno elektromagnetno polje v primeru, ko sta premer $2w \gg \lambda$ in višina naprave $h \gg \lambda$ dosti večja od valovne dolžine. Učinek odbojev na odrezanih robovih stožcev je takrat zanemarljiv. Bikonična antena (Sergei Alexander Schelkunoff 1941) je povsem uporabna že pri frekvenci, ko premer $2w \geq \lambda/2$ in višina $h \geq \lambda/2$ presežeta polovico valovne dolžine:

Bikonična antena



Od vseh bikoničnih anten ima najmanjše izmere v primerjavi z valovno

dolžino antena "discone" (iz angleških izrazov: disc+cone, Armig G. Kandoian 1943), kjer z uporabo dveh med sabo zelo različnih stožcev, ploščatega diska in srednje vitkega stožca, še dodatno zmanjšamo učinek odbojev na odrezanih robovih. Oba disk in stožec lahko izdelamo tudi iz kovinskih palčk, saj poznamo smer toka. Gornja frekvenčna meja "discone" v teoriji ni omejena, v praksi je odvisna od natančnosti izdelave napajalne točke.

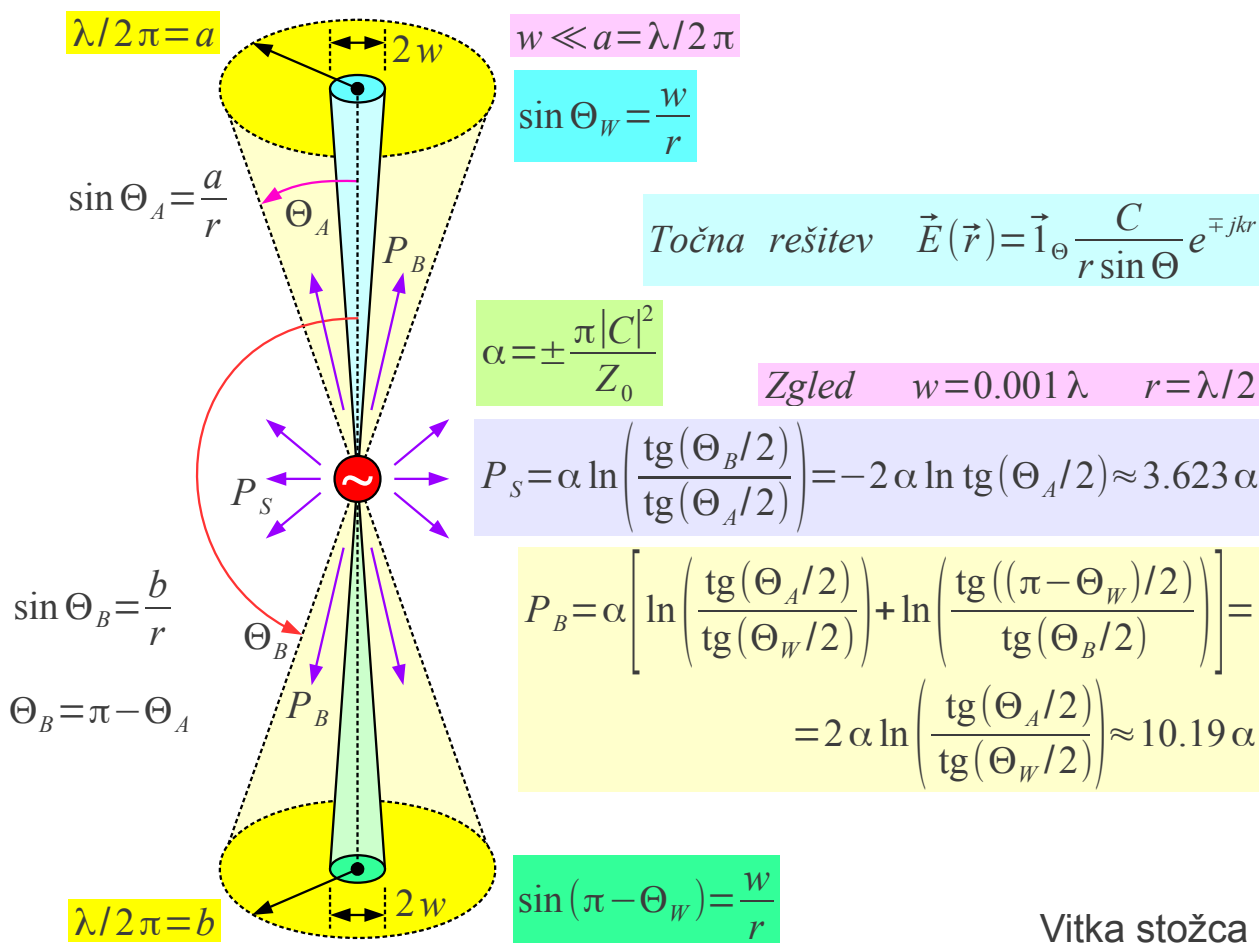
Sevalna upornost bikonične antene in antene "discone" je običajno zelo blizu karakteristični impedanci pripadajočega stožčastega voda. Sevalni izkoristek $\eta \approx 1$ je blizu enote, saj je v anteni malo izgub in je sevalna upornost prilagojena karakteristični impedanci razpoložljivih koaksialnih kablov. Smerni diagram "discone" se pri nizkih frekvencah kaj dosti ne razlikuje od točkastega električnega dipola, bistvena razlika med obema je v sevalnem izkoristku!

Pri višjih frekvencah oziroma večjih izmerah bikonične antene $2w, h \gg \lambda$ se valovanje usmerja v prostor med stožcema $\Theta_A \leq \Theta \leq \Theta_B$. Dodatno lahko valovanje usmerimo še v ravnini xy tako, da izdelamo le izseka obeh stožcev za pokrivanje izbranega območja zemljepisne dolžine $\Delta\Phi < 2\pi$. Pripadajočo anteno imenujemo TEM lijak. Če je TEM lijak dovolj velik in se dovolj blago odpira, lahko poleg odličnega sevalnega izkoristka $\eta \approx 1$ doseže tudi visoko smernost $D \gg 1$.

TEM lijak je antena, ki pokriva širok frekvenčni pas, ima odličen sevalni izkoristek in ga lahko načrtujemo za visoko smernost. Pomanjkljivost TEM in drugih lijakov so potrebne izmere antene. Drugačne antene lahko dosežejo podobne lastnosti z manjšimi izmerami za nižjo ceno. Več o lijakih sledi v pripadajočem poglavju. TEM lijak se danes večinoma uporablja kot merilna antena pri preverjanju elektromagnetne združljivosti (EMC).

S stožčastim dvovodom lahko ponazorimo tudi anteno iz tanke žice s polmerom v velikostnem razredu tisočinke valovne dolžine $w \approx 0.001\lambda$ ali celo še manj. Tanko žico ponazarjata dva zelo vitka stožca, med katera je priključen generator. V neposredni bližini tanke žice $\rho = r \sin \Theta < \lambda/2\pi$ je bližnje elektromagnetno polje dosti močnejše od sevanja. Ne glede na dolžino žice odboj na odrezanem koncu tanke žice ni zanemarljiv, pač pa ima zelo velik učinek na obnašanje antene iz tanke žice.

Velikostni razred pojavov lahko ocenimo iz pretoka moči v stožčastem vodu višine $h = 2r = \lambda$, kjer polmer stožcev dosega $w = 0.001\lambda$. Moč P_B v področju bližnjega polja v neposredni bližini vitkih stožcev je skoraj trikrat večja od sevanje moči P_S v vsem ostalem prostoru:



Odrezani konec tanke žice se torej obnaša kot odprte sponke voda z odbojnostjo v bližini $\Gamma \approx 1$. Na anteni iz tanke žice torej pričakujemo stojne valove podobno kot na nezaključenem vodu. Na anteni iz tanke žice lahko vedno določimo oziroma izmerimo stojni val električnega toka $I(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s na žici. Na odrezanem koncu tanke žice ima stojni val električnega toka vedno vozeli.

Na antenah običajno ne moremo definirati električne napetosti $U(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s po žici, saj je v primeru sevanja vrtnčenje električnega polja $\operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}) \neq 0$ vedno različno od nič. Definicija napetosti na bikoničnem vodu $U(r)$ velja samo na izbrani razdalji $r = \text{konst.}$ od izhodišča in še to samo v primeru neskončno velikih stožcev. Antenska žica nima oblike stožca niti ni neskončno dolga. Na žičnih antenah zato ne moremo definirati napetosti $U(s)$ niti ne smemo govoriti o stojnem valu napetosti, kot to žal počne marsikateri površen učbenik o antenah.

Posledica stojnih valov na tanki žici so rezonančni pojavi. Obnašanje antene iz tanke žice se lahko hitro spreminja s frekvenco. Od tu zmotno prepričanje, da morajo biti antene rezonančne na izbrani delovni frekvenci. Fizikalno gledano je sevanje sorazmerno samo pospešku elektrin, torej ne

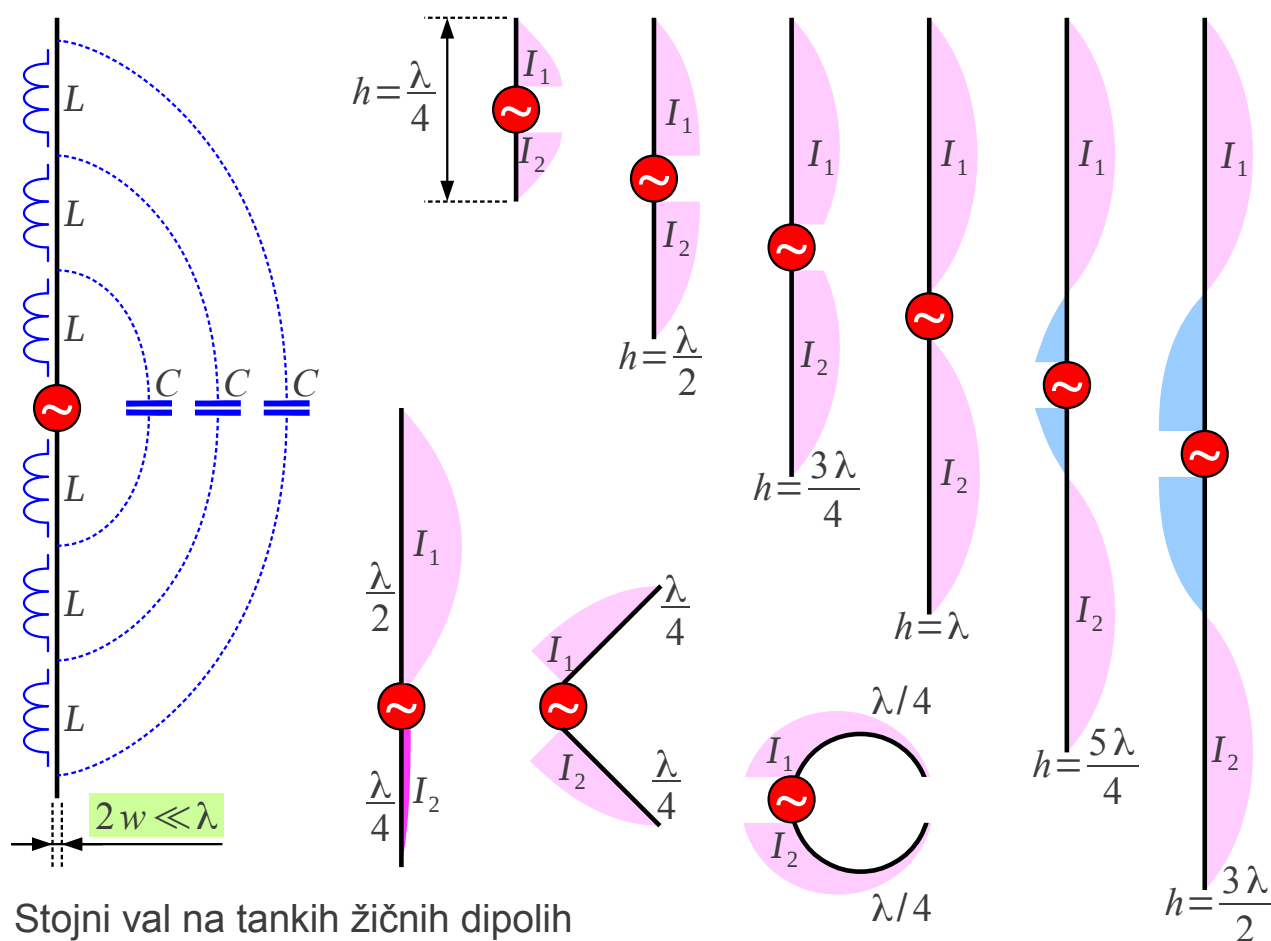
more biti rezonančen pojav. Pač pa pojavi bližnjega polja preslikajo sevalno upornost antene na različne načine. Rezonančni pojavi na tanki žici so samo nadloga bližnjega polja, ki prav nič ne pripomore k sevanju.

Divje spreminjanje impedance antene s frekvenco je samo posledica varčevanja s tanko žico! Rezonančni pojavi slabijo z uporabo debelejših vodnikov in skoraj povsem izginejo pri bikonični anteni. Impedanco antene iz tanke žice merimo v napajalni točki, kjer je razdalja med priključkoma antene dovolj majhna, da smemo zanemariti vrtnčenje električnega polja

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{r}) \approx 0 \quad \text{in definirati napetost generatorja } U_g.$$

Učinke bližnjega polja tanke žice ponazarja porazdeljena induktivnost žice L in porazdeljena kapacitivnost C med krakoma antene. Stojni val toka opisuje izraz $I(s) = I_{\text{MAX}} \cos(ks + \phi)$, kjer valovno število

$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ustreza praznemu prostoru okoli žice in fazni zasuk ϕ poskrbi za vozle toka na koncu žice. Kraka dipola potrebujeta dva ločena izraza $I_1(s) = I_{1\text{MAX}} \cos(ks + \phi_1)$ in $I_2(s) = I_{2\text{MAX}} \cos(ks + \phi_2)$:



Na simetričnih dipolih je porazdelitev toka simetrična $I_1(s) = I_2(-s)$. Uporabne dolžine dipolov so med $\lambda/2 \leq h \leq 5\lambda/4$. Prekratki dipoli

$h < \lambda/2$ imajo zelo nizko sevalno upornost. Predolgi dipoli $h > 5\lambda/4$ imajo neuporaben smerni diagram z več snopi.

Na dipolih s kraki različnih dolžin sta porazdelitvi $I_1(s)$ in $I_2(s)$ zelo različni med sabo. Primer zelo različnih krakov je J antena, kjer seva daljši krak dolžine $\lambda/2$ kot polvalovni dipol, krajši krak $\lambda/4$ pa služi samo zaključitvi generatorja na ugodno visoko impedanco v napajalni točki.

Porazdelitev toka na tanki žici se bistveno ne spremeni v primeru, če kraka polvalovnega dipola zasukamo (V dipol) enega proti drugemu oziroma ukrivimo enega proti drugemu. Obe opisani anteni, V dipol in polvalovni ukrivljeni dipol, sta uporabni kot neusmerjeni anteni z vodoravno polarizacijo.

Od vseh opisanih dipolov se največkrat uporablja polvalovni dipol $h = \lambda/2$, zato je smiselno natančno izpeljati njegovo sevno polje, izračunati sevalno upornost in smernost. Porazdelitev toka na polvalovnem dipolu iz tanke žice se poenostavi v $I(z') = I_g \cos(kz')$. Sevanje polvalovnega dipola izračunamo kot vsoto sevanja diferencialno kratkih tokovnih elementov v osi z :

$h = \frac{\lambda}{2}$

z

$\frac{\lambda}{4}$

dz'

z'

θ'

$\vec{r} - \vec{r}'$

\vec{H}

\vec{E}

\vec{r}

θ

y

x

I_g

$I(z')$

$\frac{\lambda}{4}$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$

Polvalovni dipol

Poenostavitev za sevanje $d\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \cdot \frac{jkZ_0}{4\pi} I(z') dz' \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \sin \Theta'$

$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{r^2 + z'^2 - 2rz' \cos \Theta}$

$r \gg h \rightarrow |\vec{r}-\vec{r}'| \approx r - z' \cos \Theta$

Daljnje polje $r \gg \frac{2h^2}{\lambda}$ $\vec{1}_{\Theta'} \approx \vec{1}_\Theta$

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r}$ $\sin \Theta' \approx \sin \Theta$

$e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr} e^{jkz' \cos \Theta}$

$\vec{E} = \int d\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} I_g \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz') e^{jkz' \cos \Theta} dz'$

Stojni val toka $I(z') = I_g \cos(kz')$

$\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz') e^{jkz' \cos \Theta} dz' = \frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{k \sin^2 \Theta}$

$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jZ_0}{2\pi} I_g \frac{e^{-jkr}}{r} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right) \sin \Theta$

Pri izračunu integrala upoštevamo poenostavitve v Fraunhoferjevem področju $r \gg 2h^2/\lambda$, torej zanemarimo spremembe amplitude posameznih prispevkov in upoštevamo samo spremembe faze. Končni rezultat za jakost polja $\vec{E}(\vec{r})$ je neodvisen od frekvence oziroma valovne dolžine pod pogojem, da dolžino dipola prilagodimo frekvenci generatorja.

V Fraunhoferjevem področju lahko Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$ izračunamo neposredno iz električnega polja. Sevano moč P izračunamo z integracijo gostote pretoka moči po krogli, ki oklepa anteno. Integral po polarni razdalji Θ je najlažje rešiti numerično:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{Z_0}{8\pi^2} |I_g|^2 \frac{1}{r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2$$

$$\int_0^{2\pi} d\Phi = 2\pi$$

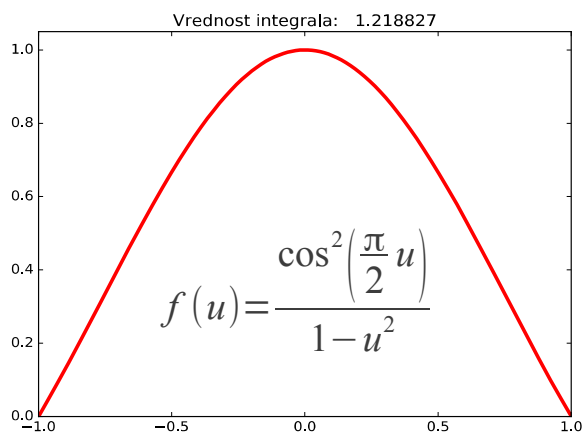
$$P = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \vec{S} \cdot \vec{1}_r r^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi = \frac{Z_0}{4\pi} |I_g|^2 \int_0^\pi \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta$$

$$I_{\lambda/2} = \int_0^\pi \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta = \int_{-1}^1 \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} u\right)}{1-u^2} du \approx 1.218827$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega \approx 120 \pi \Omega$$

$$R_s = \frac{2P}{|I_g|^2} = \frac{Z_0}{2\pi} I_{\lambda/2} \approx 60 \Omega I_{\lambda/2} \approx 73.1 \Omega$$

Upornost polvalovnega dipola



Integracija sevane moči daje zelo ugodno vrednost sevalne upornosti okoli $R_s \approx 73.1 \Omega$. Reaktivna komponenta impedance je v hrbtu stojnega vala toka zelo majhna in jo lahko popolnoma izničimo z manjšimi popravki dolžine dipola. Impedanca polvalovnega dipola je skoraj popolnoma delovna in je hkrati v velikostnem razredu običajnih karakterističnih impedanc visokofrekvenčnih prenosnih vodov. Upornost žice dipola je običajno za dva velikostna razreda manjša od sevalne upornosti, kar daje odličen sevalni izkoristek več kot $\eta > 0.99$.

Čeprav zapis izgleda precej drugače, se smerni diagram polvalovnega dipola (modra krivulja) kaj dosti ne razlikuje od kratkega tokovnega elementa (rdeča krivulja):

$$h = \frac{\lambda}{2} \rightarrow F(\Theta, \Phi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

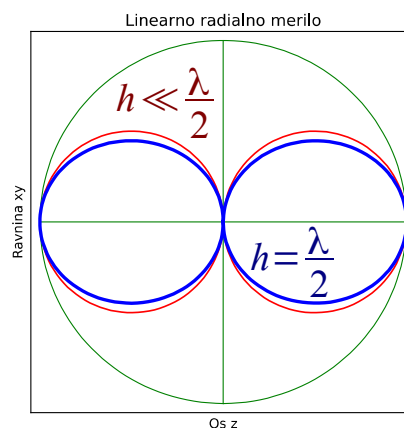
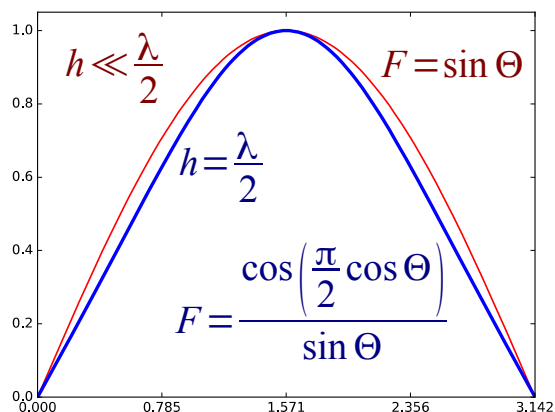
$$D = \frac{4\pi \left| F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX}) \right|^2}{\oint\limits_{4\pi} \left| F(\Theta, \Phi) \right|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = \pi/2) = 1$$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{4\pi}{2\pi I_{\lambda/2}} = \frac{2}{1.218827} = 1.640922$$

$$D_{\text{dBi}} = 10 \log_{10} 1.640922 = 2.150879 \text{ dBi}$$

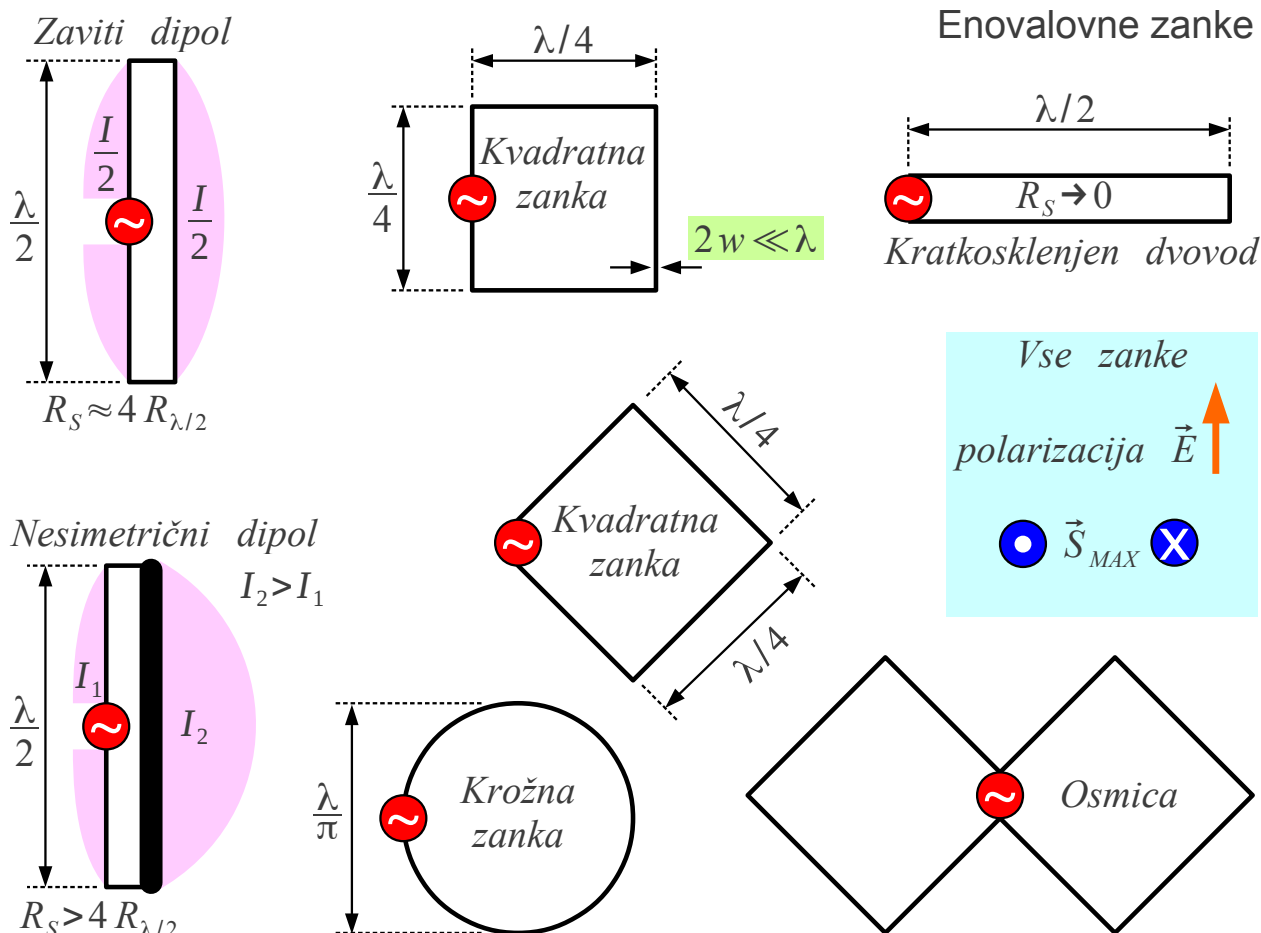


Smernost polvalovnega dipola

Izračun smernost polvalovnega dipola vsebuje enak integral kot izračun sevalne upornosti. Smernost polvalovnega dipola znaša $D = 1.64$ oziroma $D_{\text{dBi}} = 2.15 \text{ dBi}$. Dobitek polvalovnega dipola je približno enak smernosti $G \approx D$, saj je sevalni izkoristek praktičnih polvalovnih dipolov blizu enote.

Polvalovni dipol je preprosta, praktično izvedljiva antena z znano smernostjo in dobitkom. Smernosti in dobitke drugih anten zato pogosto navajamo tudi v merskih enotah $[\text{dBd}]$, to je decibeli glede na polvalovni dipol. Smernosti in dobitke preračunamo $D_{\text{dBd}} = D_{\text{dBi}} - 2.15 \text{ dB}$ oziroma $G_{\text{dBd}} = G_{\text{dBi}} - 2.15 \text{ dB}$.

Iz dveh polvalovnih dipolov lahko sestavimo enovalovno zanko. Oblika enovalovne zanke ima manjši vpliv na smerni diagram antene in zelo velik vpliv na sevalno upornost antene:



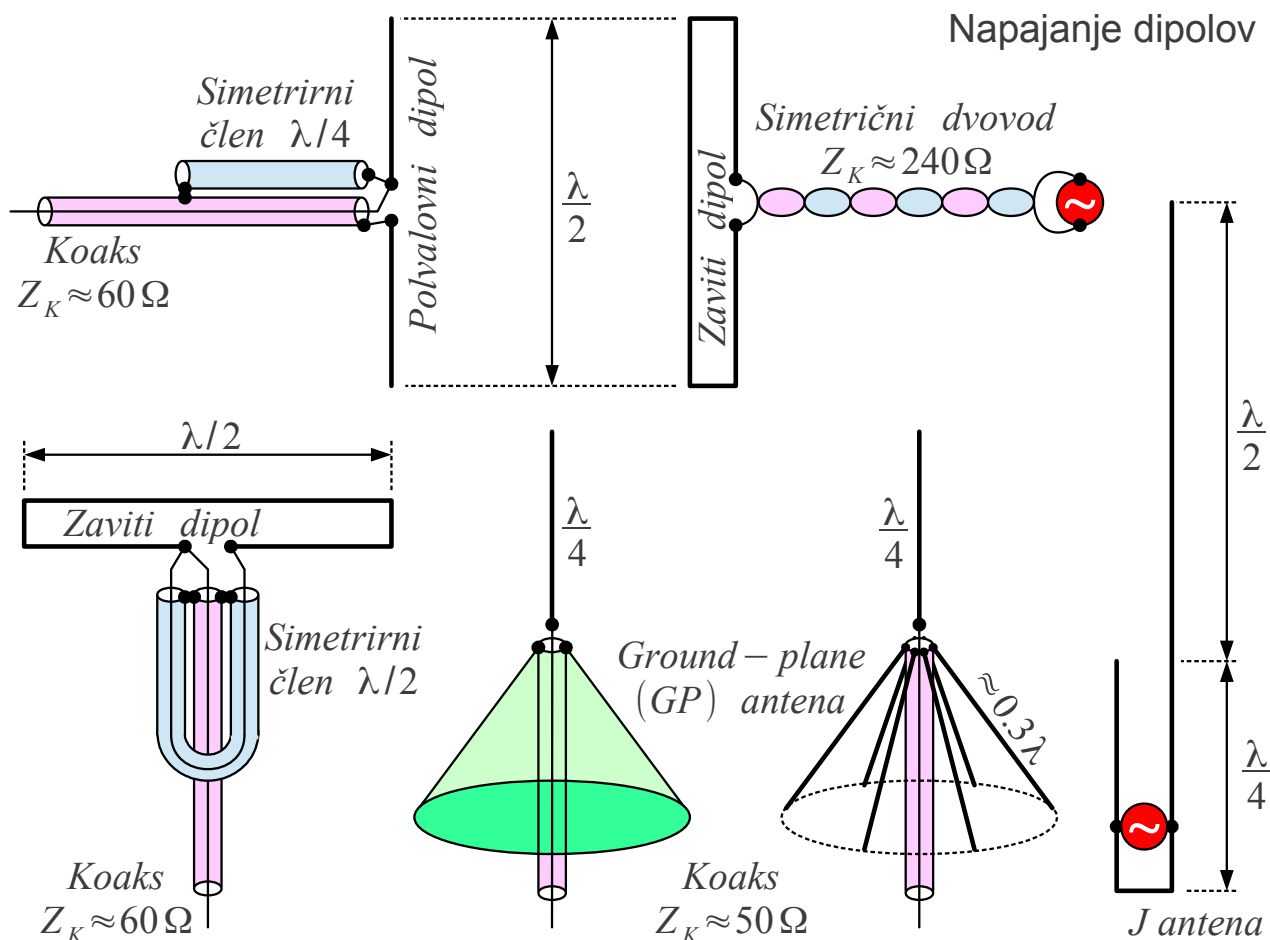
Zaviti dipol je sestavljen iz dveh polvalovnih dipolov na majhni medsebojni razdalji, ki sta vezana vzporedno na obeh koncih. Smerni diagram zavitega dipola je enak smernemu diagramu polvalovnega dipola. Ker je tok skozi napajani krak zavitega dipola polovičen, je sevalna upornost $R_S = 4 R_{\lambda/2}$ štirikratna upornost polvalovnega dipola. Sevalno upornost zavitega dipola lahko še dodatno povečamo z nesimetrično izvedbo.

Kvadratne, krožne zanke in zanke drugih oblik dosegajo malenkost večjo smernost od polvalovnega dipola in nekoliko nižjo sevalno upornost v velikostnem razredu $R_S \approx 100 \Omega$. Skupina dveh kvadratnih zank poimenovana osmica je praktično uporabna antena z večjo smernostjo ugodno sevalno upornostjo. S tlačanjem zanke v smeri električnega polja sevalna upornost upada in gre proti nič $R_S \rightarrow 0$ v primeru kratkosklenjenega dvovoda.

Visokofrekvenčni generator oziroma breme ni vedno vgrajeno v samo anteno. Pogosto moramo od oddajnika do antene napeljati daljši vod, prav tako od antene do sprejemnika. Napajalni vod moramo napeljati tako, da ne moti polja antene.

Dipoli najpogosteje zahtevajo simetrično napajanje. Koaksialni vod ni

simetričen, žila se razlikuje od oklopa. Koaksialni kabel moramo priključiti na simetrični dipol preko primerne simetrisirinega člena (angleško: BALanced-to-UNbalanced ali skrajšano "balun"):



Simetrirni člen $\lambda/4$ je najpreprostejši. Karakteristična impedanca koaksialnega kabla $Z_K \approx R_S$ se dobro prilagaja impedanci polvalovnega dipola. Simetrijo dosežemo s slepim kablom, samo oklop dolžine $\lambda/4$, ki ga pri dipolu vežemo na žilo koaksialnega kabla, oba oklopa pa vežemo skupaj na drugem koncu. Kratek stik se v dvovodu iz obeh oklopov dolžine $\lambda/4$ preslika v odprte sponke na priključkih dipola. Valovna dolžina v dvovodu iz obeh oklopov $\lambda = \lambda_0 = c_0/f$ ustreza vmesnemu praznemu prostoru.

Simetrirni člen $\lambda/2$ uporablja dodaten koaksialni kabel dolžine $\lambda/2$ za obračanje faze. Izhodna napetost se dvakrat poveča. Izhodna impedanca se štirikrat poveča. Primerna antena z $R_S \approx 4Z_K$ je zaviti dipol. Koaksialni kabel za obračanje faze je sicer obremenjen z $R_S/2$, ampak zaradi dolžine $\lambda/2$ se njegova karakteristična impedanca lahko razlikuje od bremena. Pri dolžini kabla za obračanje faze $\lambda/2 = v/(2f)$ moramo

upoštevati hitrost razširjanja valovanja v dielektriku kabla $v = c_0 / \sqrt{\epsilon_r}$!

Zaviti dipol lahko napajamo tudi s simetričnim dvovodom s karakteristično impedanco v velikostnem razredu $Z_K \approx 240 \Omega$. Neželjeno sevanje dvovoda zadušimo tako, da žici prepletamo med sabo. Sevanje sosednjih zankic dvovoda se tedaj odšteva med sabo. V vseh opisanih primerih napeljemo napajalni vod pod pravim kotom glede na dipol, da ne motimo sevanja dipola.

Vgradnja polvalovnega dipola pogosto zahteva napajanje s koaksialnim kablom v osi dipola. Pri bikonični anteni se da napeljati koaksialni kabel skozi enega od stožcev, da ne moti sevanja antene. Priljubljena praktična izvedba je križanec med polvalovnim dipolom in anteno "discone" poimenovan "ground-plane" antena ali na kratko GP antena. Tudi pri GP anteni je plašč stožca lahko izdelan iz kovinskih palčk. Koaksialni kabel najmanj moti sevanje antene, ko dolžina palčk stožca nekoliko presega četrtno valovne dolžine oziroma znaša okoli $l_{palčka} \approx 0.3 \lambda$.

Končno lahko polvalovni dipol napajamo na koncu namesto v sredini. Sevalna uprnost je na koncu dipola zelo visoka in drugo sponko generatorja je treba nekam priključiti. Praktična rešitev je J antena (Hans Beggerow 1909). S stališča sevanja je J antena nesimetrični dipol z gornjim krakom dolžine $\lambda/2$ in spodnjim krakom dolžine $\lambda/4$. Seva večinoma gornji krak, saj je v spodnjem kraku tok dosti manjši. Spodnji krak je izdelan kot kratkosklenjen dvovod, da visoko impedanco antene preslika na impedanco generatorja v velikostnem razredu $R_g \approx 50 \Omega \dots 70 \Omega$.

Dva na koncu napajanja polvalovna dipola sestavljata simetrični enovalovni dipol $h = \lambda$. Sevanje enovalovnega dipola preprosto izračunamo iz sevanja polvalovnega dipola $\vec{E}_{\lambda/2}$ in vezave dveh takih dipolov enega nad drugim v bočno skupino. Skupina dveh sofazno napajanih virov na razdalji $\lambda/2$ v osi z dodaja smerni diagram skupine $F_S(\Theta, \Phi) = 2 \cos((\pi/2) \cos \Theta)$. Izpeljava slednjega sledi v poglavju o skupinah.

Smerni diagram simetričnega enovalovnega dipola $h = \lambda$ je nekoliko ožji od polvalovnega dipola $h = \lambda/2$ oziroma kratkega dipola $h \ll \lambda/2$. Enovalovni dipol ima nekoliko večjo smernost $D \approx 2.41$ oziroma $D_{\text{dBi}} \approx 3.82 \text{ dBi}$:

Stojni val toka
 $I(z') = I_{MAX} |\sin(kz')|$

$$\vec{E} = \vec{E}_{\lambda/2} 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)$$

$h = \lambda$

$$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jZ_0}{\pi} I_{MAX} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

$$I_\lambda = \int_0^\pi \left[\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta \approx 0.829532$$

$D = \frac{2}{I_\lambda} \approx 2.41$

$D_{\text{dBi}} = 10 \log_{10} \frac{2}{I_\lambda} \approx 3.82 \text{ dBi}$

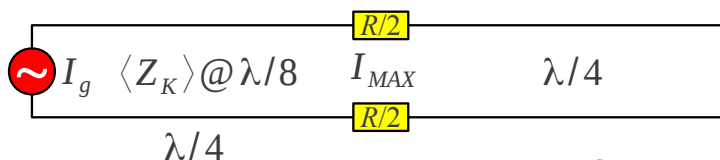
Tanka žica $w = 0.001 \lambda$

$$\Theta_A = \pi - \Theta_B \approx \frac{w}{\lambda/8}$$

$$P = \frac{Z_0}{\pi} |I_{MAX}|^2 I_\lambda$$

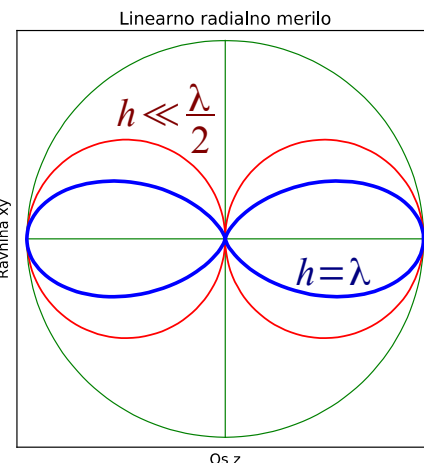
$$R = \frac{2P}{|I_{MAX}|^2} = \frac{2Z_0}{\pi} I_\lambda \approx 199 \Omega$$

Enovalovni dipol



$$Z_K \approx 120 \Omega \ln \frac{\lambda}{4w} \approx 663 \Omega$$

$$R_S = \frac{Z_K^2}{R} \approx 2.2 \text{ k}\Omega$$



Napajanje simetričnega enovalovnega dipola v minimumu toka $I(z')$ pomeni razmeroma visoko impedanco. Sevalno upornost enovalovnega dipola ocenimo iz sevalne upornosti $R(I_{MAX}) \approx 199 \Omega$ z generatorjem v hrbtu toka in invertiranje slednje na četrtvalovnem vodu $R_S = Z_K^2 / R$. Dober približek povprečne karakteristične impedance žičnega dipola $\langle Z_K \rangle$ je karakteristična impedanca stožčastega voda, izračunana sredi četrtvalovnega voda pri $r = \lambda/8$.

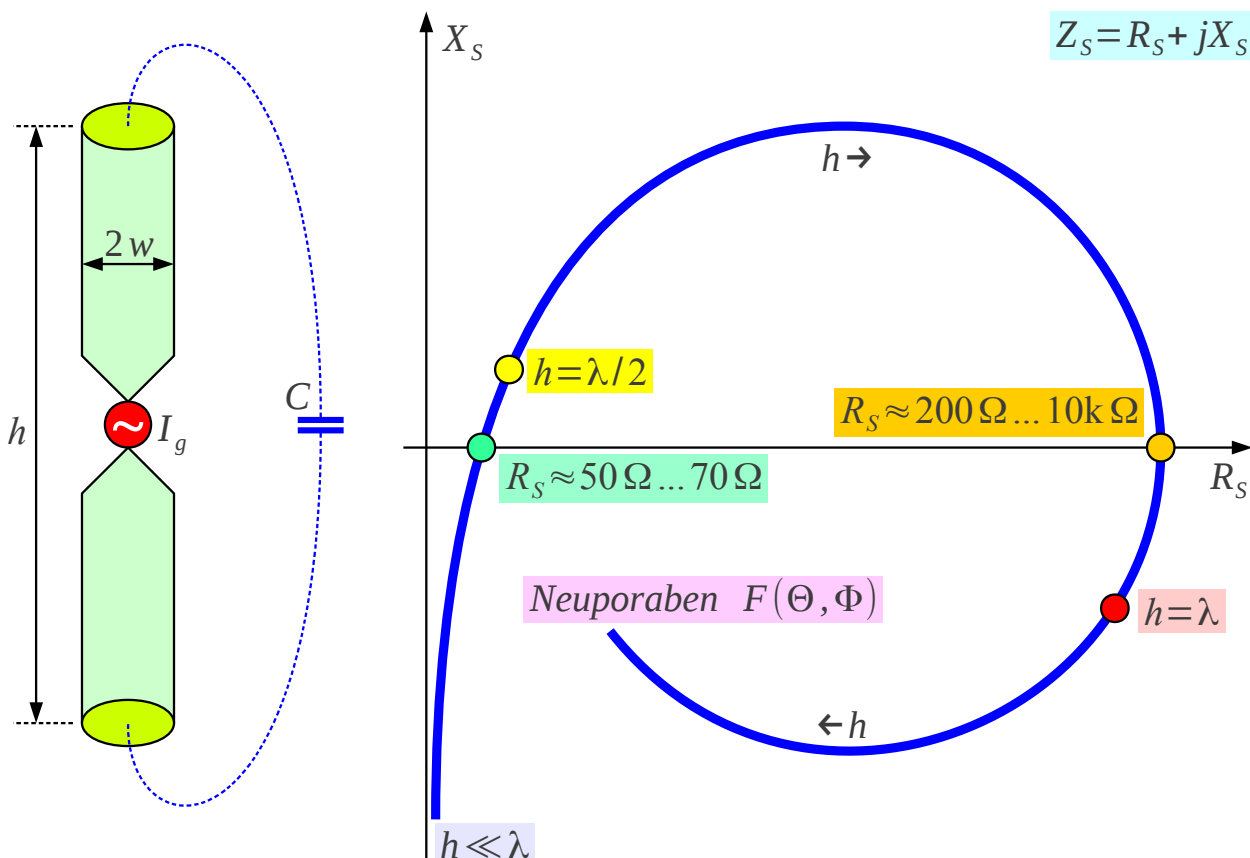
Enovalovni dipol iz tanke žice s polmerom $w = 0.001 \lambda$ ponazorimo z dvema vitkima stožcema. Karakteristična impedanca stožčastega dvovoda dosega $Z_K \approx 663 \Omega$ pri $r = \lambda/8$. Sevalna upornost se preslika v

$R_S \approx (663 \Omega)^2 / 199 \Omega \approx 2.2 \text{ k}\Omega$ v napajalni točki sredi enovalovnega dipola. Praktično je tako visoka impedanca močno odvisna tudi od natančne izvedbe priključkov generatorja!

Heinrich Hertz je v svojih poskusih uporabljal polvalovni dipol $h = \lambda/2$ v oddajniku, kjer je z električno iskro kratko-sklenil kondenzator iz naelektrenih krakov, torej nizka impedanca generatorja. V sprejemniku je Hertz uporabljal enovalovni dipol $h = \lambda$, da je na iskrišču dosegel čim višjo

električno poljsko jakost za preboj, torej visoka impedanca bremena.

Pri dipolih iz žice nezanemarljivega polmera $w \neq 0$ ne smemo zanemariti kapacitivnosti C med odrezanima koncema dipola. Zaradi slednje bo impedanca polvalovnega oziroma celovalovnega dipola povsem delovna pri dolžinah dipolov, ki so nekoliko krajše od $h < \lambda/2$ oziroma $h < \lambda$:



Impedanca debelega dipola

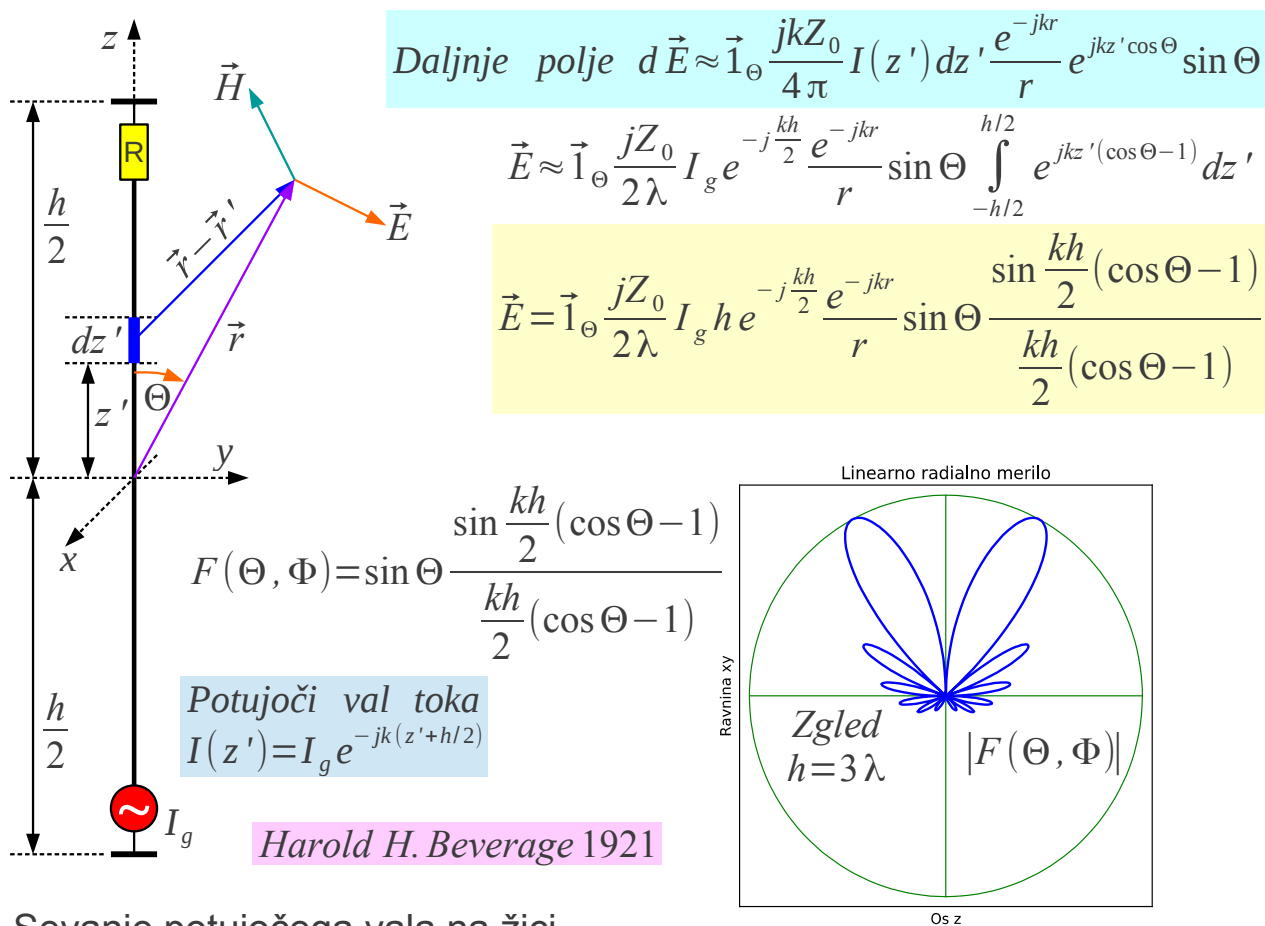
Sevalna upornost skrajšanih dipolov bo nekoliko nižja od sevalne upornosti polvalovnega oziroma celovalovnega dipola. Samo neskončno tanki polvalovni dipol dosega $R_s \approx 73.1 \Omega$. Nekoliko krajši dipol iz tanke žice dosega $R_s \approx 70 \Omega$. Še krajši dipol iz kovinskih cevi dosega $R_s \approx 60 \Omega$. GP antena dosega komaj $R_s \approx 50 \Omega$. V praksi so razlike v sevalni upornosti različnih polvalovnih dipolov nepomembne v primerjavi z jalovim delom impedance, ko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu.

Pri enovalovnem dipolu ima polmer žice w zelo velik učinek na karakteristično impedanco Z_K in z njo povezanim invertiranjem sevalne upornosti $R_s = Z_K^2 / R$. Enovalovni dipol iz debelih kovinskih cevi ima

sevalno upornost manjšo od $R_s < 600 \Omega$. Jalovi del impedance ima pri enovalovnem dipolu manjšo vlogo, kar pomeni, da lahko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu. Preprosto povedano, večja antena je običajno manj občutljiva na rezonančne pojave!

Na zelo dolgi žici se večina moči valovanja izseva, še preden pride val do konca žice. Učinek odboja na koncu žice je tedaj zelo majhen. Smerni diagram tokovnega elementa $\sin \Theta$ preprečuje, da bi dolga žica sevala v svoji osi. Potujoči val na žici tedaj seva v kolobar okoli osi žice. Interferenca posameznih prispevkov vzdolž žice oža kolobar sevanja pri daljšanju žice.

Odbiti val na dolgi žici lahko dodatno zadušimo z zaključnim uporom na koncu žice. Drugo sponko upora ozemljimo. Ozemljimo tudi drugo sponko generatorja. Smerni diagram dolge žice se kaj dosti ne razlikuje od smernega diagrama potujočega vala toka konstantne amplitude, ko bi usihanje vala zaradi sevanja zanemarili:

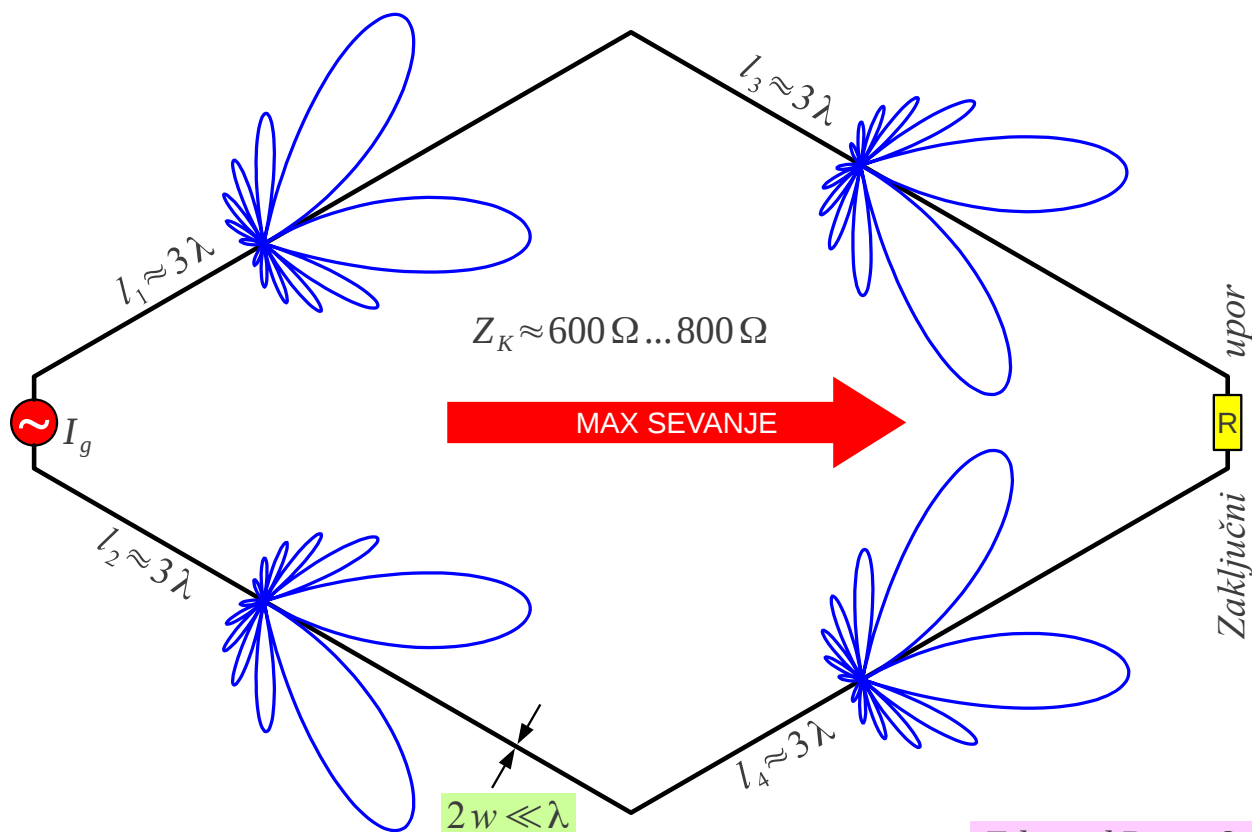


Sevanje potujočega vala na žici

Ozemljitev druge sponke generatorja in zaključnega upora zahteva vodoravno postavitve žice na določeni višini nad tlemi. Izgubi moči v zaključnem uporu je treba dodati še izgube v zemlji. Dolga žica je uporabna kot sprejemna antena v področju srednjih valov $\lambda \approx 300\text{m}$, kjer naravni

šum za več velikostnih razredov presega šum sprejemnika in sevalni izkoristek sprejemne antene ni pomemben.

Več svobode pri postavljanju antene omogoča romb, sestavljen iz štirih dolgih žic. Generator in zaključni upor sta vezana med kraka romba antene, da ozemljitev ni potrebna. Kot odprtja romba načrtujemo tako, da se sevanje vseh štirih krakov sešteva v smeri zaključnega upora:



Romb antena

Edmond Bruce &
Harald Friis 1931

Sevalni izkoristek romba se da izboljšati z nižanjem karakteristične impedance dvovoda. V ta namen krake romba izdelamo iz več vzporednih žic. Poleg izgub v zaključnem uporu romb seva dosti moči tudi v številne stranske snope. Končno zahteva romb ogromno prostora za določeno smernost D oziroma dobitok G , zato ima romb antena danes predvsem zgodovinski pomen.

* * * * *

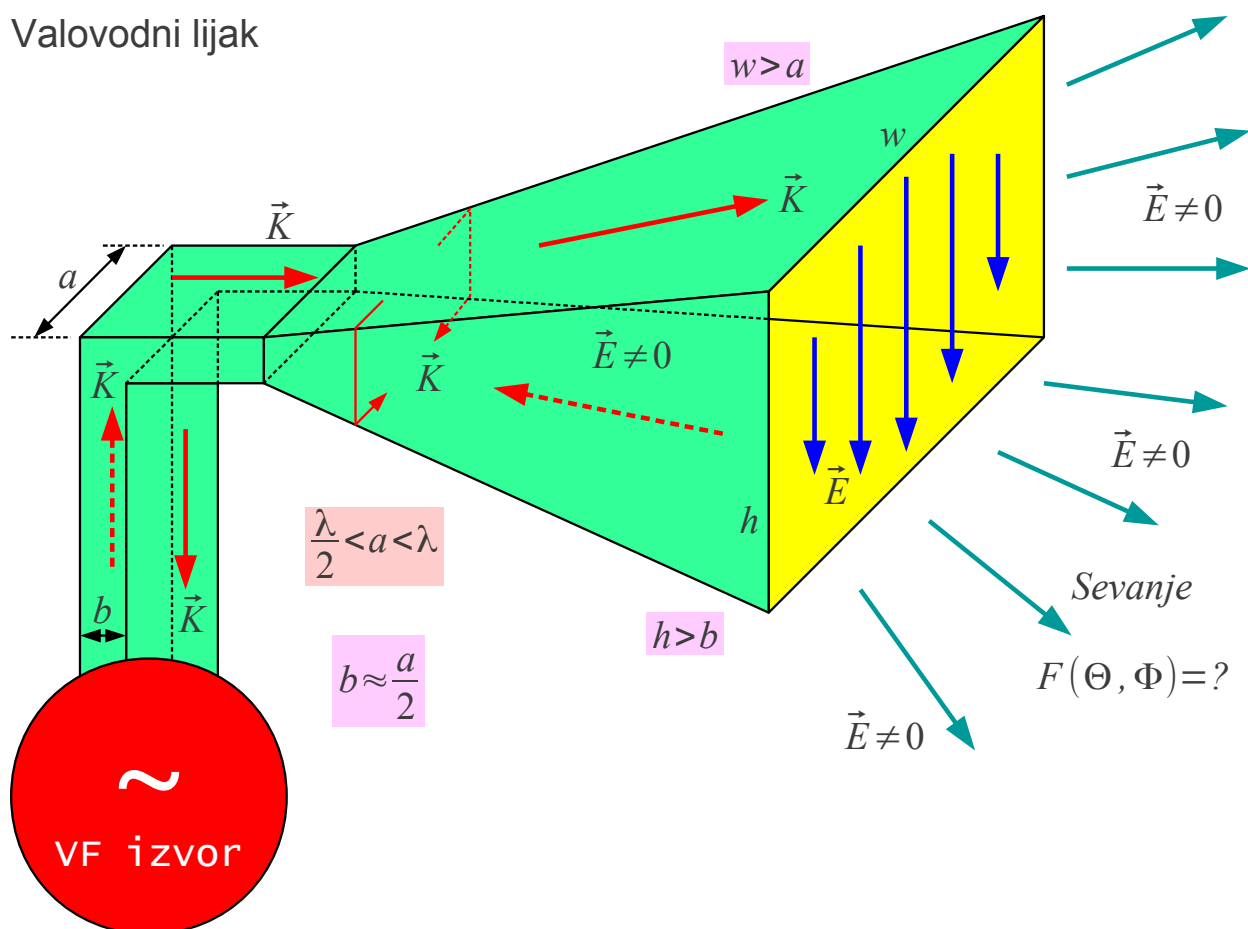
7. Huygensov izvor

V prejšnjih poglavjih je opisano elektromagnetno sevanje znanih virov. Sevajo pospešene elektrine, torej izmenični tokovi. Izračunati sevanje znanih tokov je razmeroma preprosta naloga. Dosti težja naloga je ugotoviti, kje in kakšni sploh so tokovi na anteni.

Antene iz tanke žice so najpreprostejši zgled. Smer žice določa smer toka, torej določa dve od treh skalarnih neznank vektorja gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$. Če amplitudo in fazo toka uganemo iz stojnega ali potujočega vala na žici, se preprosto izognemo najtežjemu delu naloge. Končno pri žičnih antenah običajno izberemo takšen napajalni vod, da smemo njegovo sevanje zanemariti.

Nobena od navedenih poenostavitev žal ne velja za številne uporabne antene, na primer niti za preprost kovinski valovodni lijak:

Valovodni lijak



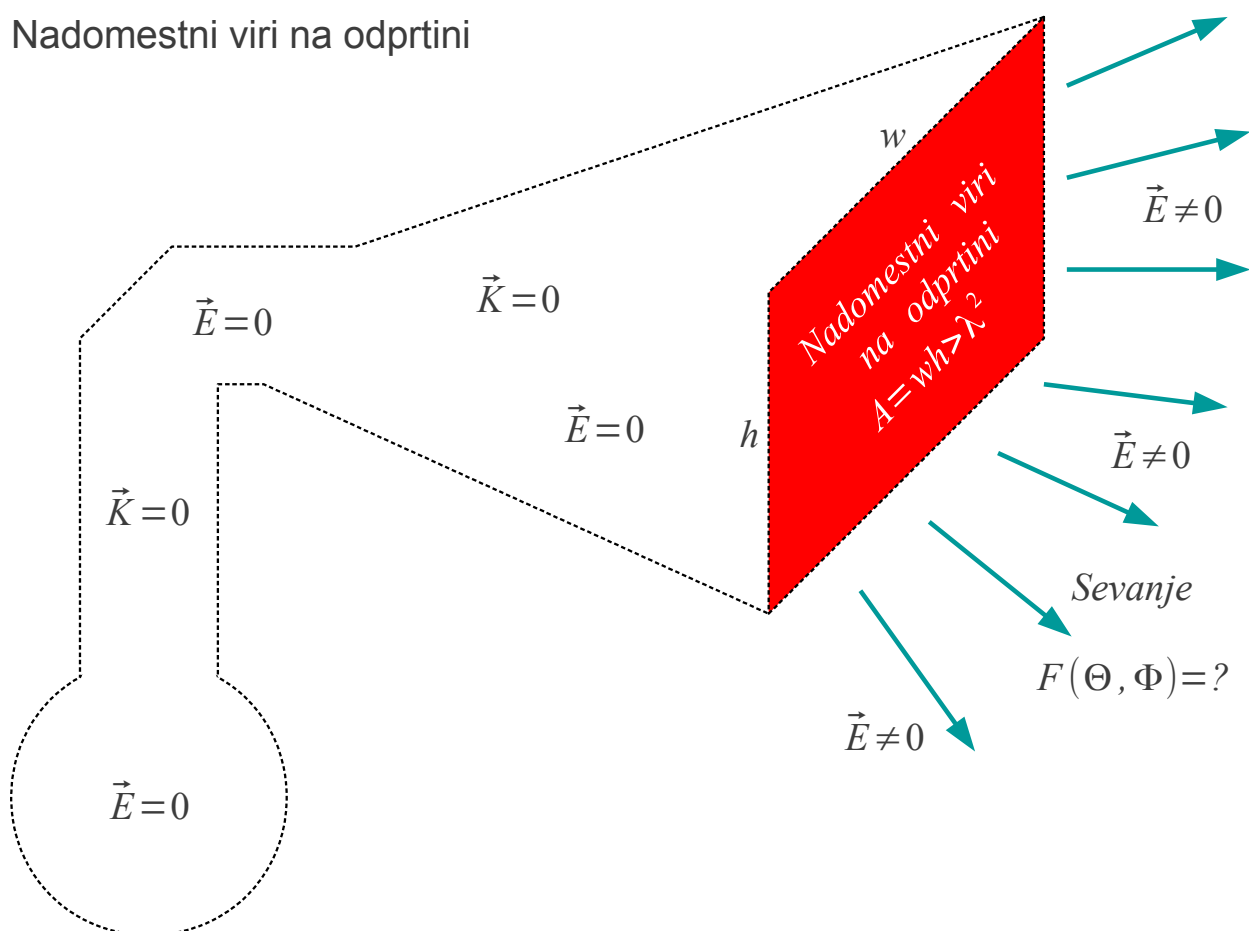
V piramidnem kovinskem lijaku seva ploskovni električni tok v stenah

lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine w in višine h . Ploskovni tok \vec{K} ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri $a > \lambda/2$ in $b \approx a/2$ primerljivi z valovno dolžino.

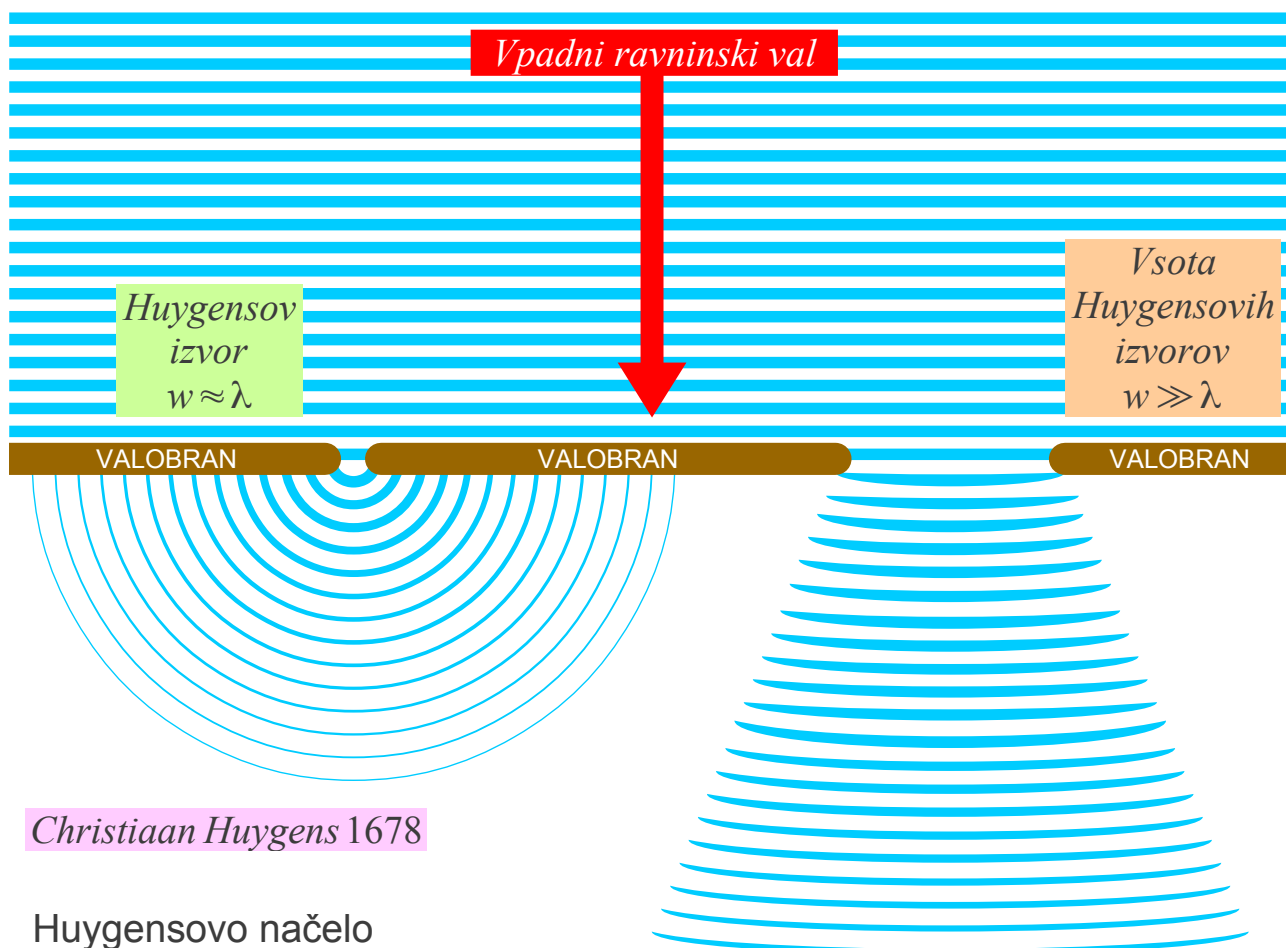
Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino $A = wh > \lambda^2$, ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda $a < \lambda$ in $b < \lambda/2$ zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nimata vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega skušamo poenostaviti tako, da na odprtino $A = wh > \lambda^2$ namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:

Nadomestni viri na odprtini



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina $w \approx \lambda$ v valobranu se obnaša kot točkast vir krogebnega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:



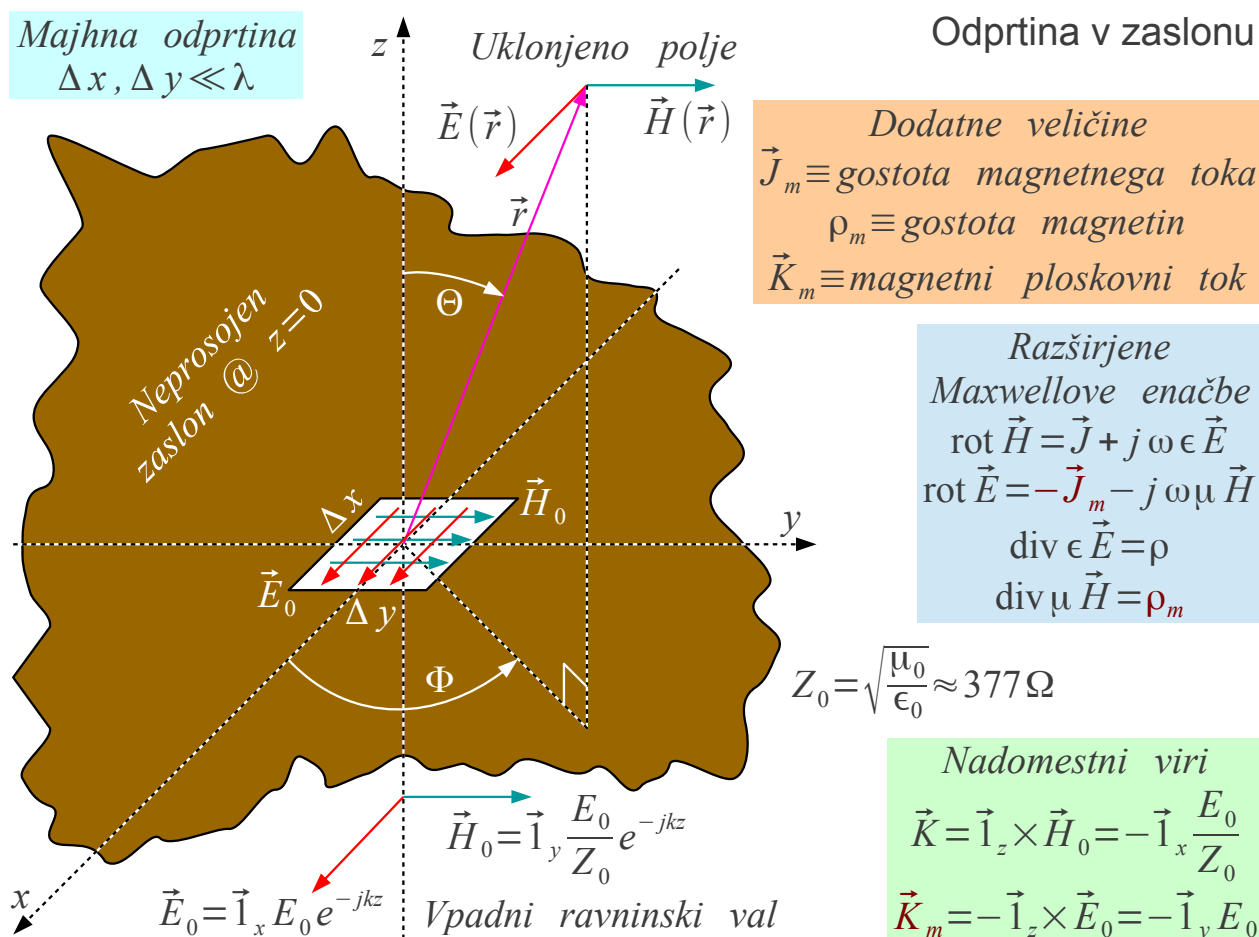
Huygensovo načelo

Valovanje za široko odprtino $w \gg \lambda$ v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevavanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini $A > \lambda^2$, saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega majhnega $\Delta A \ll \lambda^2$ elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ v neprosojnim zaslonu v vodoravni ravnini $z = 0$.

Elektromagnetni ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ se širi navzgor v smeri osi z . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$ v smeri osi x . V gornjem polprostoru $z > 0$ opazujemo uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$:



Ko skušamo nadomestiti ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ z elektromagnetnim Huygensovimi izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{H}_0 = \vec{K}$ lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = 0$.

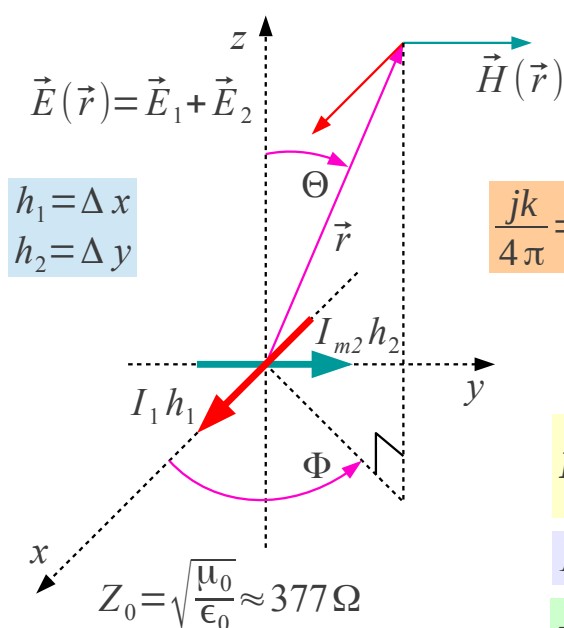
Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwellove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin ρ_m in gostoto magnetnega toka \vec{J}_m . Skok tangencialne komponente električnega polja $-\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = \vec{K}_m$ opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje \vec{E}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$, je takšno reševanje

naloge povsem dopustno.

Ploskovni električni tok seštejemo po širini $\vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta y = I_1$ v električni tok. Slednji seva kot točkasti električni dipol $I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y$ v osi x . Znan izraz za sevano električno polje \vec{E}_1 točkastega električnega dipola samo še zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x .

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini $\vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x = I_{m2}$ v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol

$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y$ v osi y . Iz dualnosti uganemo izraz za sevano magnetno polje \vec{H}_2 magnetnega točkastega dipola in ga zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y . Pripadajoče sevano električno polje je $\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r$:



$$h_1 = \Delta x$$

$$h_2 = \Delta y$$

$$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\text{Majhna odprtina}$$

$$\Delta x, \Delta y \ll \lambda$$

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_1 \approx -\vec{1}_{\Theta_x} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} \sin \Theta_x = -\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi$$

$$\text{Dualnost } \vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y = -E_0 \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r \approx \vec{1}_{\Phi_y} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$\vec{1}_{\Phi_y} \sin \Theta_y = \vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx [\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Sevanje nadomestnih virov

Uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ oziroma $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x in magnetnega točkastega

dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y . Seštevanje polja zahteva enak koordinatni sistem, zato oba delna rezultata najprej pretvorimo v običajne krogelne koordinate (r, Θ, Φ) s tečajem v osi z . V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala E_0 ter izmerami elektromagnetnega Huygensovega izvora $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$. Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element $I_{m2}h_2$ v osi y ali pa kot majhno električno tokovno zanko I_2A_2 v ravnini xz :

Enakovrednost virov

$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$

$\vec{E}_1 \approx \hat{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$

$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$

Dualnost $\vec{H}_2 \approx \hat{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$\vec{E}_2 \approx -\hat{1}_{\Phi_y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

Enakovrednost $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j\omega\mu_0 I_2 A_2$

Zanka $\vec{H}_2 = -\hat{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$\vec{E}_2 = \hat{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$ $kZ_0 = \omega\mu_0$

Električna tokovna zanka $I_2 A_2$ je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$ je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom. Tokova sta enako velika $|I_1| = |I_2|$, ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda / (2\pi)$. Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri $\omega = 0$ oziroma $\lambda \rightarrow \infty$ zaradi zahteve $A_2 \rightarrow \infty$! V elektrodinamiki pri $\omega \neq 0$ je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se seštevata navzgor v smeri osi $+z$. V vodoravni ravnini xy seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi y , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi x . Sevanje obeh točkastih dipolov se sešteje v krožno simetričen smerni diagram v vodoravni ravnini. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi $-z$.

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora $F = 1 + \cos \Theta$, ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos \Theta$$

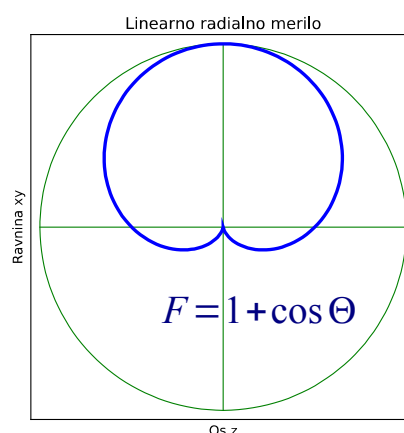
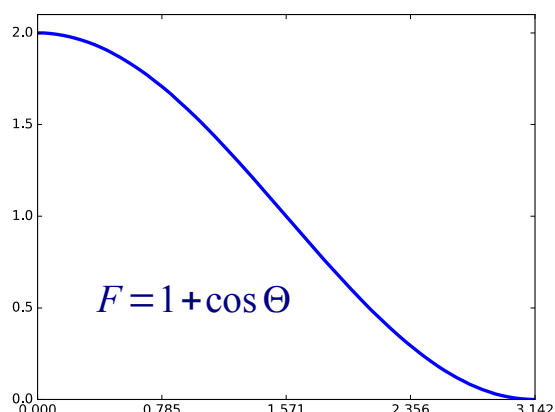
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [1 + \cos \Theta]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^1 [1 + 2u + u^2] du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{dB_i} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77 \text{ dB}_i$$



Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsak majhen Huygensov izvor $A \ll \lambda^2$ dosega smernost $D = 3$ oziroma $D_{dB_i} = 4.77 \text{ dB}_i$. Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in

magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah $A > \lambda^2$.

Predstavljeni zgled opisuje vzbujanje odprtine z ravninskim valom z električnim poljem v smeri $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$, ki daje smernik uklonjenega polja $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$. Nalogo preprosto posplošimo za poljubno polarizacijo vpadnega ravninskega vala $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$:

Polje na odprtini $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A = [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik $|\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi| = 1$ Približek $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$

$$\vec{E}_B = [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik $|\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi| = 1$ Približek $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$

Pravokotnost $[\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \times [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] = \vec{1}_r$ $\vec{E}_A \perp \vec{E}_B$

Sevanje izvora $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = [\vec{1}_\Theta (E_x \cos \Phi + E_y \sin \Phi) + \vec{1}_\Phi (E_y \cos \Phi - E_x \sin \Phi)] \frac{j}{2\lambda} \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Polarizacija Huygensovega izvora

Huygensov izvor ohranja polarizacijo vzbujanja na svoji osi. Na osi z pri $\Theta \rightarrow 0$ se smernika poenostavi v $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$ in $\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$. V vseh ostalih smereh smernika sicer ostajata skladna z vzbujanjem odprtine in med sabo pravokotna, ampak se prilagajata drugačni smeri razširjanja valovanja.

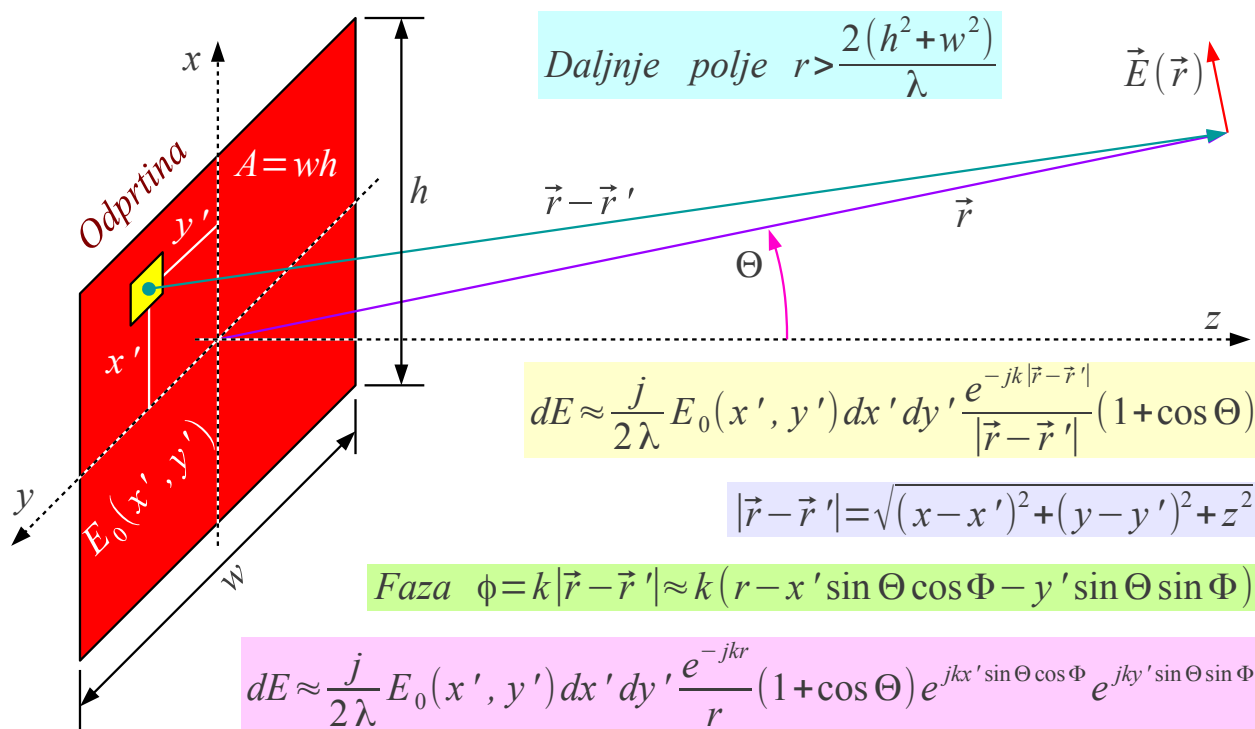
Uklon valovanja na majhni odprtini v zaslonu je torej neodvisen od polarizacije prečnega valovanja. Uklon na majhni odprtini ne spreminja polarizacije valovanja z izjemo prilagajanja slednje smeri širjenja valovanja. Podoben rezultat bi dobili tudi za uklon vzdolžnega valovanja na majhni odprtini, na primer za uklon zvoka.

Pri nadaljnji obravnavi uklonskih pojavov na odprtini pogosto smemo zanemariti polarizacijo prečnega valovanja. Električno polje tedaj preprosto pišemo kot skalarno veličino $E = |\vec{E}|$. Na odprtini $A = wh > \lambda^2$, ki je vsaj

primerljiva oziroma večja od valovne dolžine, preprosto seštejemo sevanje diferencialno majhnih Huygensovih izvorov velikosti $\Delta x \Delta y \rightarrow dx' dy'$.

Koordinate izvorov polja $E_0(x', y')$ označimo s črticami

$\vec{r}' = (x', y', 0)$ skladno z dosedanjim dogovorom, da jih na ta način ločimo od koordinat točke opazovanja polja $\vec{r} = (x, y, z)$:



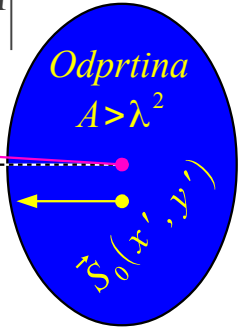
$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dx' dy'$$

Vsota Huygensovih izvorov

V Fraunhoferjevem področju daljnega polja $r > 2(w^2 + h^2)/\lambda$ smemo zanemariti vse spremembe amplitude zaradi majhnih odstopanj razdalje, smeri oziroma polarizacije. Interferenca posameznih diferencialno majhnih Huygensovih izvorov je posledica sprememb faze $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}$! Tudi pri spremembah faze račun poenostavimo na velikih razdaljah. Kazalčno vsoto zapišemo s ploskovnim integralom diferencialno majhnih Huygensovih izvorov po celotni odprtini $A = wh$.

Integracija Huygensovih izvorov daje smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ odprtine. Z integracijo smernega diagrama lahko določimo smernost D odprtine. Integracija kompliciranega smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$ je lahko zelo zamudna!

Za izračun smernosti D potrebujemo celotno sevano moč antene $P = \iint \vec{S} \cdot \vec{1}_n dA$. Sklenjeni ploskovni integral mora oklepiti anteno. Ni pa nujno, da integriramo v daljnem polju! Pri odprtinah je običajno dosti bolj preprosto izračunati integral $\vec{S}_0(x', y')$ po sami odprtini:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|E|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{(1 + \cos \Theta)^2}{8Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dA \right|^2$$


$$\Theta_{MAX} = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad \sin \Theta = 0$$

$$\vec{S}_{MAX} = \frac{\vec{1}_r}{2Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2$$

$$\vec{S}_0 = \vec{1}_z \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0}$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{P/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$P = \iint_A \vec{S}_0 \cdot \vec{1}_z dA = \iint_A \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0} dA$$

$$A_{eff} = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$\text{Zgled } E_0(x', y') = \text{konst.} \rightarrow D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

$$\eta_0 = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{A \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

Izračun smernosti D se dodatno poenostavi pri odprtinah, ki sevajo v smeri $\Theta_{MAX} = 0$, kar je zelo pogost praktični primer. Prispevki posameznih Huygensovih izvorov se v tem primeru seštevajo sofazno v smeri osi z . Smernost D velike odprtine $A = wh > \lambda^2$ je tedaj preprosto razmerje velikosti kvadrata amplitude kazalne vsote $E_0(x', y')$ v števcu deljene s preprosto vsoto moči $|E_0(x', y')|^2$ v imenovalcu.

V preprostem primeru konstantne osvetlitve odprtine

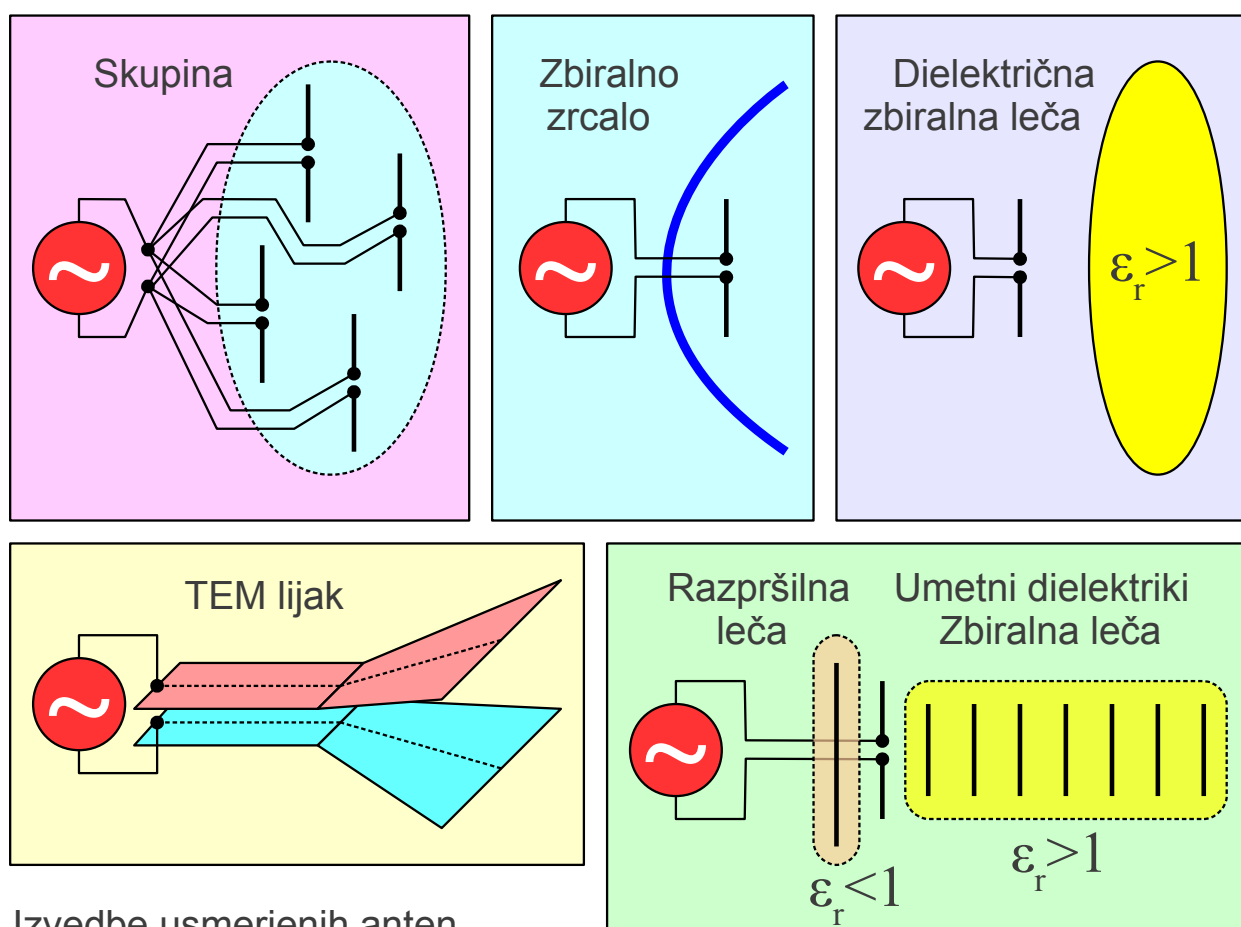
$E_0(x', y') = \text{konst.}$ dobimo pomenljiv rezultat $D = 4\pi A / \lambda^2$. Povezava med velikostjo odprtine A in njeno smernostjo D je tu natančno dokazana na primeru enakomerno in sofazno osvetljene odprtine.

Enakomerno in sofazno osvetljena odprtina je v praksi težko izvedljiva. Jakost osvetlitve večine odprtin običajno zvezno upada proti robu odprtine.

Faza osvetlitve ni konstantna zaradi napak oziroma omejitev izvedbe antene. Spreminjanje faze na odprtini znižuje samo kazalčno vsoto in z njo smernost D . Spreminjanje jakosti osvetlitve na odprtini znižuje kazalčno vsoto in moč, a v skupnem učinku se smernost D tudi v tem primeru znižuje.

Efektivna površina odprtine $A_{eff} \leq A$ je zato manjša ali kvečjemu enaka dejanski površini odprtine. Učinkovitost izrabe površine oziroma izkoristek osvetlitve odprtine opisuje razmerje obeh $\eta_0 = A_{eff} / A$. Učinkovitost izrabe površine antene $\eta_0 \leq 1$ je vedno manjša od enote pri velikih odprtinah $A = wh > \lambda^2$.

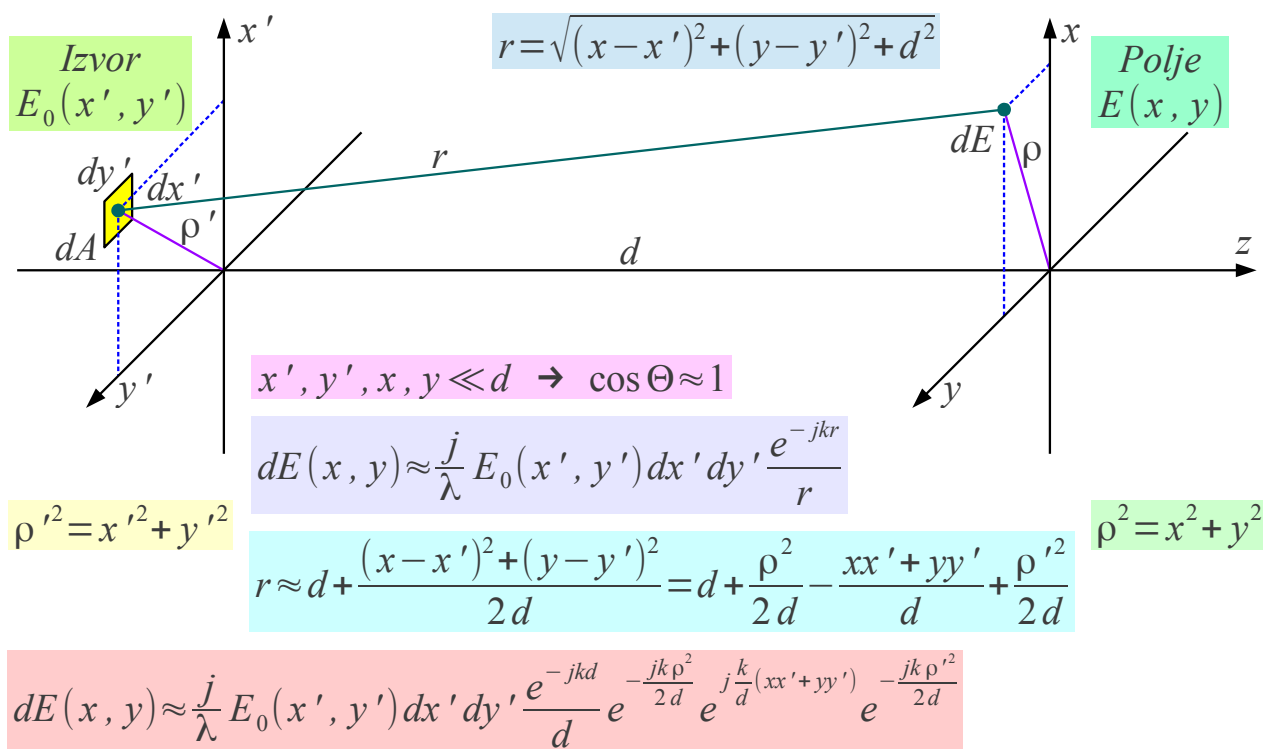
Izvedbe usmerjenih anten je največkrat smiselno obravnavati kot odprtine. Poleg zbiralnih zrcal in dielektričnih zbiralnih leč uporabljamo v radijski tehniki tudi leče iz umetnih dielektrikov, na primer kovinskih palčk, različne valovodne lijake ter skupine manjših anten, da z njimi dosežemo željeno vzbujanje odprtine $E_0(x', y')$:



Izvedbe usmerjenih anten

V iskanju namiga, kako načrtovati učinkovito antensko odprtino, je smiselno zapisati nalogo seštevanja Huygensovih izvorov še na drugačen način. Izvor valovanja postavimo v ravnino $x' y'$ in pripadajoče polje

opazujemo na razdalji d v ravnini xy . Tik ob osi z je smerni diagram Huygensovega izvora približno enak konstanti $1 + \cos \Theta \approx 2$. Amplitudo oziroma razdaljo smemo poenostaviti v imenovalcu $1/r \approx 1/d$. Iskani interferenčni pojav daje spremenljiva faza e^{-jkr} , kjer moramo pri poenostavitvah upoštevati zadosti členov:



$$E(x, y) = \iint_A dE \approx \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkd}}{d} e^{-\frac{jk\rho^2}{2d}} \iint_A \left[E_0(x', y') e^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}} \right] e^{j\frac{k}{d}(xx' + yy')} dx' dy'$$

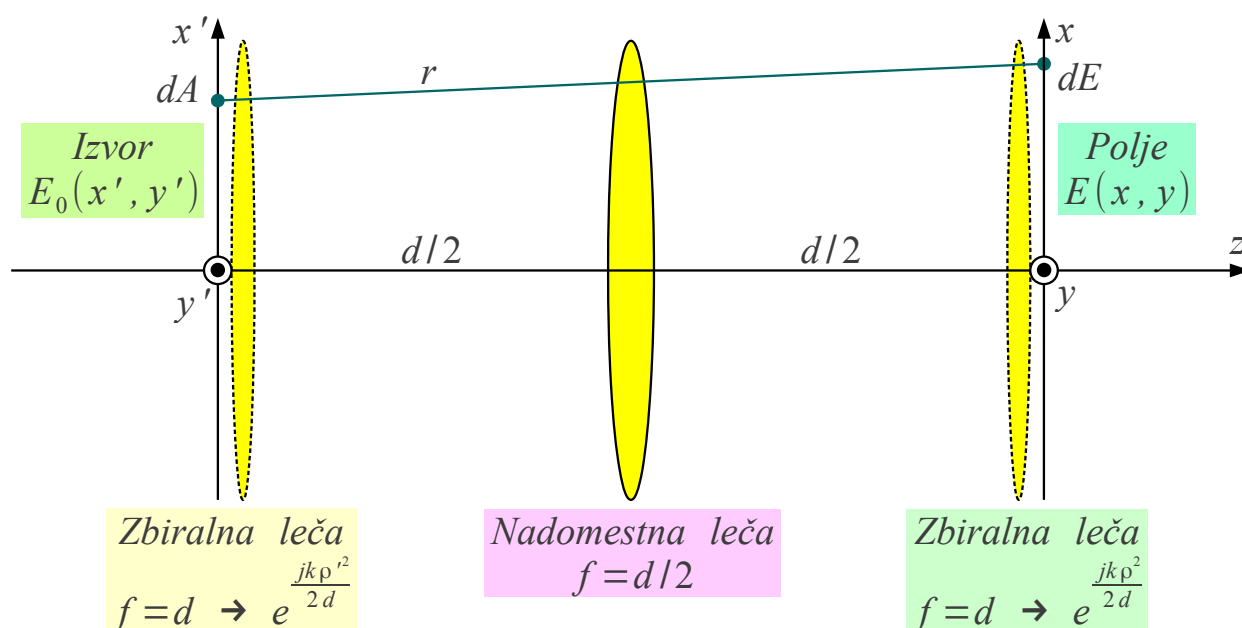
Razširjanje valovanja ob osi z

Izpeljani izraz za električno polje $E(x, y)$ je zelo podoben dvo-dimenzijski Fourierjevi transformaciji. Od načelne Fourierjeve transformacije se razlikuje v nekaj množilnih konstantah in dveh členih kvadratne faze:

$$e^{-j\phi'(\rho')} = e^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}} \quad \text{ter} \quad e^{-j\phi(\rho)} = e^{-\frac{jk\rho^2}{2d}}$$

Prvi člen kvadratne faze $\phi'(\rho')$ postane zanemarljivo majhen na velikih razdaljah d v Fraunhoferjevem področju. Smerne diagrama antene $F(\Theta, \Phi)$ običajno ne opazujemo v ravnini xy , pač pa na površini velike krogle s polmerom d , kjer izgine drugi člen kvadratne faze $\phi(\rho)$. Smerni diagram antene $F(\Theta, \Phi)$ je torej dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija vzbujaanja odprvine $E_0(x', y')$!

Sliko predmeta lahko iz neskončnosti prestavimo na končno razdaljo $d < \infty$ s pomočjo zbiralne leče. Zbiralna leča z goriščno razdaljo $f = d$ tik ob izvoru natančno odstrani prvo kvadratno napako faze $\phi'(\rho')$. Zbiralna leča z goriščno razdaljo $f = d$ tik ob ravnini opazovanja polja natančno odstrani drugo kvadratno napako faze $\phi(\rho)$. Dve enaki zbiralni leči na razdalji d lahko nadomestimo z dvakrat močnejšo lečo s polovično goriščno razdaljo $f = d/2$ točno na sredini med izvorom in ravnino opazovanja polja:



$$dE(x, y) \approx \alpha E_0(x', y') dx' dy' e^{j \frac{k}{f}(xx' + yy')}$$

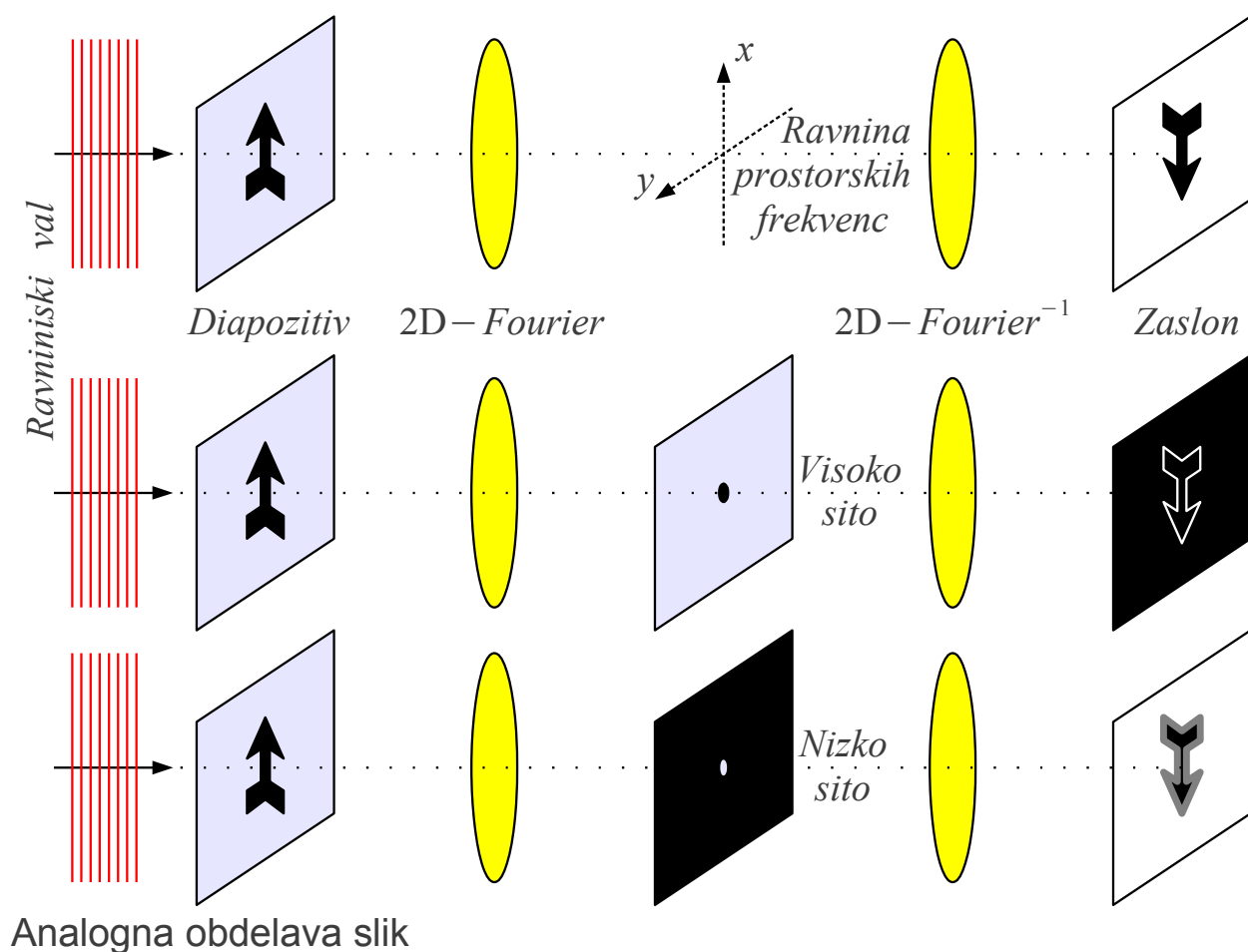
$$E(x, y) = \iint_A dE \approx \alpha \iint_A E_0(x', y') e^{j \frac{k}{f}(xx' + yy')} dx' dy'$$

Dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija

Zbiralna leča torej omogoča analogno računanje dvo-dimenzijske Fourierjeve transformacije na končni razdalji $d < \infty$. Samo Fourierjevo transformacijo pri tem opravlja razširjanje valovanja v prostoru. Leča le preslika rezultat iz neskončnosti na končno razdaljo. Povedano drugače, Fourierjeva transformacija je samo matematični opis pomembnega naravnega naravnega pojava, razširjanja valovanja.

Fourierjeva transformacija ima pomembno lastnost, da jo na zelo podoben način računamo tudi v obratni smeri. Razlika je samo v predznaku eksponentne funkcije imaginarnega argumenta $e^{\pm j \frac{k}{f}(xx' + yy')}$ pod

integralom. V primeru analognega računanja obratne Fourierjeve transformacije z razširjanjem valovanja in zbiralno lečo se obrneta predznaka obeh prečnih koordinat. Slika rezultata računanja bo obrnjena na glavo:



Z dvema lečama in razširjanjem valovanja v prostoru lahko opravimo Fourierjevo transformacijo v obe smeri. V ravnini prostorskih frekvenc xy si lahko omislimo preprosto analogno obdelavo slik. Visokoprepustno sito duši nizke prostorske frekvence, torej sliko izostri. Nizkoprepustno sito duši visoke prostorske frekvence, torej zamegli ostre robove na sliki.

Opisana obdelava slik preračunava amplitudo in fazo. Pri obdelavi amplitude moramo paziti, da ne vnašamo neželjenih sprememb faze, ki bi razširile spekter prostorskih frekvenc. Predmet in sita morajo biti prozorni diapozitivi. Belo-matirana površina naključno modulira fazo! Predmet moramo osvetliti z ravninskim valom, ki razen enosmerne ne vsebuje prečnih prostorskih frekvenc. Ravninski val dobimo s točkastim izvorom in dodatno zbiralno lečo oziroma s kolimiranim žarkom laserja.

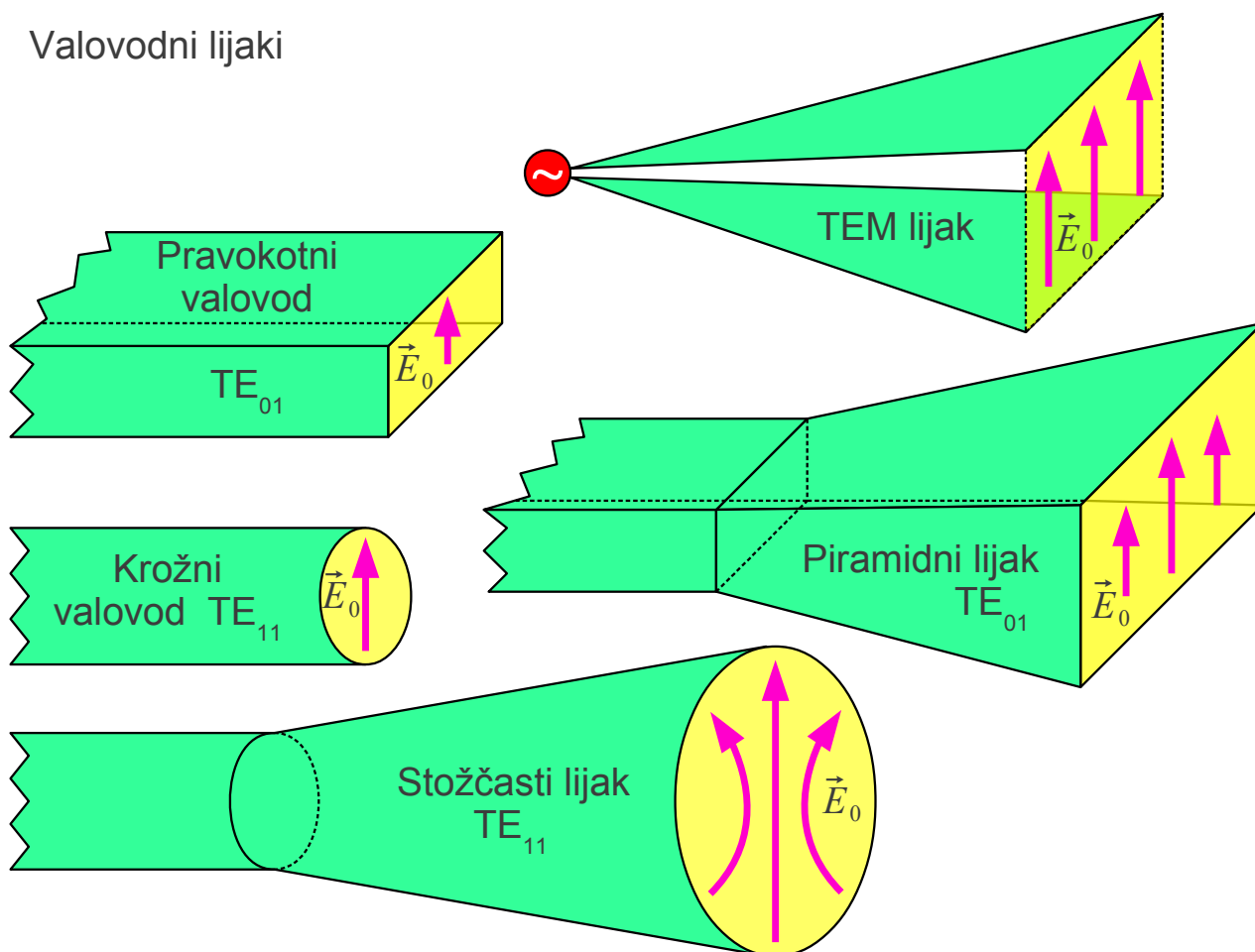
8. Valovodni lijaki

Valovodni lijaki (angleško: waveguide horn) sodijo med najpreprostejše usmerjene antene. Osnova je električni prenosni vod, kjer sta električno polje in magnetno polje med sabo približno pravokotna $\vec{E} \perp \vec{H}$ in v razmerju

$E/H \approx Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ valovne impedance praznega prostora. Prečne izmere prenosnega voda lijak počasi razširi, da postanejo primerljive oziroma večje od valovne dolžine. Odboj na odprtini lijaka je tedaj majhen, večina valovanja nadaljuje pot v prazen prostor.

Valovodni lijaki so nezahtevne antene za telebane. Skoraj vsaka kovinska trobenta je povsem uporabna usmerjena antena v določenem frekvenčnem pasu. Najpreprostejša antena je trakasti TEM (prečno električno in magnetno polje brez vzdolžnih komponent) dvovod, razširjen v TEM lijak. Sevalne lastnosti TEM lijaka kazi neskončno veliko stresano elektromagnetno polje, ki ni omejeno na prostor med trakastima vodnikoma:

Valovodni lijaki

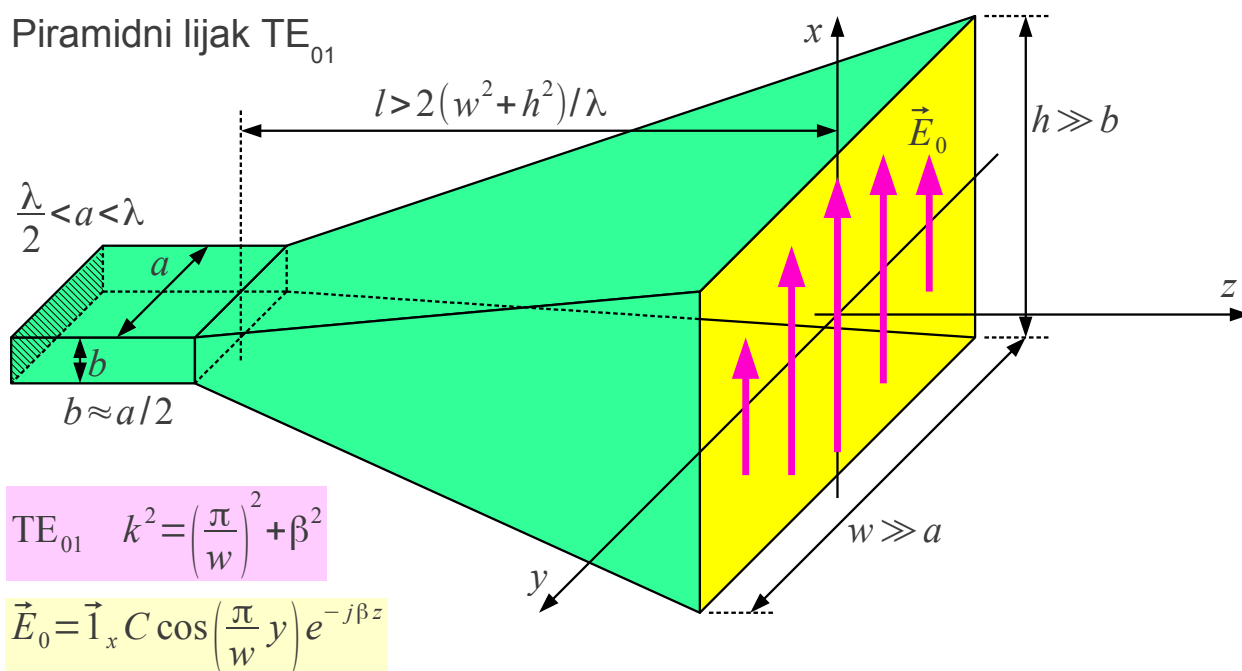


Sevalne lastnosti antene lažje nadziramo z lijaki iz prenosnih vodov, kjer

je elektromagnetno polje omejeno na notranjost voda. Koaksialni kabel lahko odpremo v bikonično anteno. Različne kovinske valovode: pravokotni, krožni, eliptični, grebenasti lahko razširimo v učinkovite lijake. Prve valovodne lijake je izdelal in uspešno uporabil v svojih poskusih z mikrovalovi že Jagadish Chandra Bose leta 1897.

Povsem uporabna antena je že odrezani konec valovoda pravokotnega oziroma krožnega prereza. Ker so prečne izmere kovinskega valovoda, v katerem se razširja osnovni rod TE_{01} (pravokotni) oziroma TE_{11} (krožni), primerljive z valovno dolžino, je odbojnost odrezanega konca valovoda običajno manjša od $\Gamma_{dB} = 20 \log_{10} |\Gamma| < -10 \text{ dB}$. Če pravokotni oziroma krožni valovod razširimo v piramidni oziroma stožčasti lijak, postane odbojnost odprtega konca zanemarljivo majhna.

Učinkovita antena zahteva enakomerno in sofazno osvetljeno odprtino. Blag prehod iz valovoda v lijak zagotavlja, da ne vzbudimo višjih valovodnih rodov. Majhno napako faze zagotavlja lijak, daljši od $l > 2(w^2 + h^2)/\lambda$. Rayleighove razdalje:



$$\vec{H}_0 = \frac{j}{k Z_0} \text{rot } \vec{E}_0 = \vec{1}_y \frac{\beta C}{k Z_0} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{-j\beta z} + \vec{1}_z \frac{jC \pi}{k Z_0 w} \sin\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{-j\beta z}$$

$$k \gg \frac{\pi}{w} \rightarrow \beta \approx k, H_{0z} \ll H_{0y} \quad \vec{E}_0 \approx \vec{1}_x C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{-jkz} \quad \vec{H}_0 \approx \vec{1}_y \frac{C}{Z_0} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{-jkz}$$

Elektromagnetno polje osnovnega rodu TE_{01} v pravokotnem valovodu z

ima prečno komponento električnega polja E_{0x} ter prečno H_{0y} in vzdolžno H_{0z} komponenti magnetnega polja. Ko pravokotni valovod razširimo v piramidni lijak $w \gg a$ in $h \gg b$, postane vzdolžna komponenta magnetnega polja $H_{0z} \gg H_{0y}$ zelo majhna v primerjavi s prečno komponento. Elektromagnetno polje na odprtini piramidnega lijaka približno ustreza ravninskemu valu E_{0x} in H_{0y} .

Sevanje piramidnega lijaka računamo kot vsoto Huygensovih izvorov. Porazdelitev polja na odprtini dolgega in položnega lijaka $\vec{E}_0(x, y, z=0)$ ustreza povečani sliki polja v pravokotnem valovodu: konstantna porazdelitev v ravnini E in kosinusna porazdelitev $\cos(\pi y/w)$ v ravnini H:

Sevanje piramidnega lijaka

$$\vec{E}_0(x, y, z=0) \approx \vec{1}_x C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right)$$

$$\vec{E} \approx (\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi) \frac{jC}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{jkx \cos \Theta_x} e^{jky \cos \Theta_y} dx dy$$

$$I_x = \int_{-h/2}^{h/2} e^{jkx \cos \Theta_x} dx = \frac{e^{\frac{jkh}{2} \cos \Theta_x} - e^{-\frac{jkh}{2} \cos \Theta_x}}{jk \cos \Theta_x} = h \frac{\sin\left(\frac{kh}{2} \cos \Theta_x\right)}{\frac{kh}{2} \cos \Theta_x}$$

$$\begin{aligned} \cos \Theta_x &= \sin \Theta \cos \Phi \\ \cos \Theta_y &= \sin \Theta \sin \Phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_y &= \int_{-w/2}^{w/2} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{jky \cos \Theta_y} dy = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{1}{2} \left[e^{j\left(k \cos \Theta_y + \frac{\pi}{w}\right)y} + e^{j\left(k \cos \Theta_y - \frac{\pi}{w}\right)y} \right] dy = \\ &= w \left[\frac{\sin\left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y + \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{kw}{2} \cos \Theta_y + \frac{\pi}{2}} + \frac{\sin\left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y - \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{kw}{2} \cos \Theta_y - \frac{\pi}{2}} \right] = \left(\frac{w}{\pi/2}\right) \frac{\cos\left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y\right)^2} \end{aligned}$$

$$\vec{E} \approx (\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi) \frac{jCwh}{\lambda \pi/2} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{\sin\left(\frac{kh}{2} \cos \Theta_x\right)}{\frac{kh}{2} \cos \Theta_x} \frac{\cos\left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{kw}{2} \cos \Theta_y\right)^2}$$

Integracija po odprtini lijaka se preprosto razcepi na integracijo v smeri x , ki daje odvisnost sevanja od $\cos \Theta_x$ v ravnini E in na integracijo v smeri y , ki daje odvisnost od $\cos \Theta_y$ v ravnini H. Sam Huygensov izvor dodaja odvisnost $1 + \cos \Theta$. Če normiramo smerni diagram

$F(\Theta_{MAX}=0)=1$, je končni rezultat sorazmeren $Cwh/(\pi/2)$.

Kosinusna porazdelitev v ravnini H dodaja faktor $\pi/2$ v imenovalcu.

Smerni diagram zapišemo v običajnih krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) s tečajem v osi z v smeri največjega sevanja. Zapis smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$ se zelo poenostavi v ravnini E $\Phi=0$ oziroma v ravnini H $\Phi=\pi/2$:

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{\sin\left(\frac{kh}{2} \sin \Theta \cos \Phi\right)}{\frac{kh}{2} \sin \Theta \cos \Phi} \frac{\cos\left(\frac{k w}{2} \sin \Theta \sin \Phi\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{k w}{2} \sin \Theta \sin \Phi\right)^2}$$

$$F(\Theta, \Phi=0) = \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{\sin\left(\frac{kh}{2} \sin \Theta\right)}{\frac{kh}{2} \sin \Theta} \equiv \text{ravnina E}$$

$$E_0(x, y, z=0) \approx C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right)$$

$$F(\Theta, \Phi=\pi/2) = \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{\cos\left(\frac{k w}{2} \sin \Theta\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{k w}{2} \sin \Theta\right)^2} \equiv \text{ravnina H}$$

$$A = wh$$

$$D = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0 dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0|^2 dA} = \frac{4\pi \left| \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) dx dy \right|^2}{\lambda^2 \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} \left| C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) \right|^2 dx dy} = \frac{4\pi \left| C h \frac{w}{\pi/2} \right|^2}{\lambda^2 |C|^2 h \frac{w}{2}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} w h \frac{8}{\pi^2}$$

Smerni diagram in smernost piramidnega lijaka

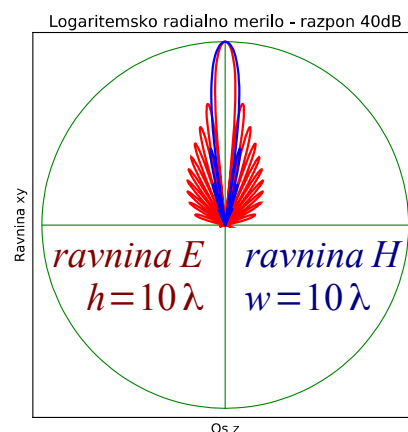
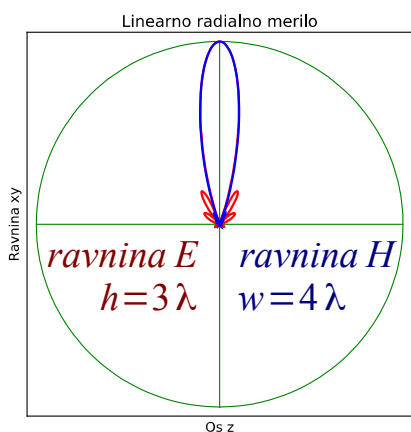
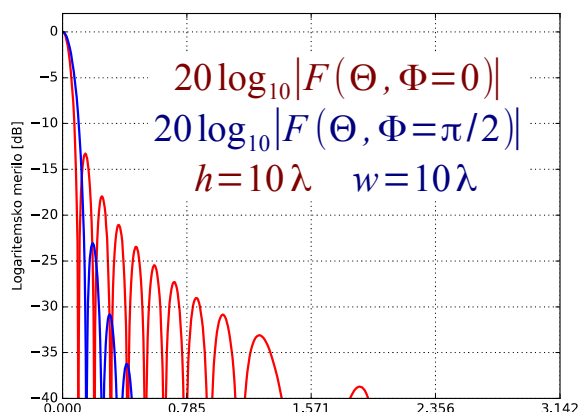
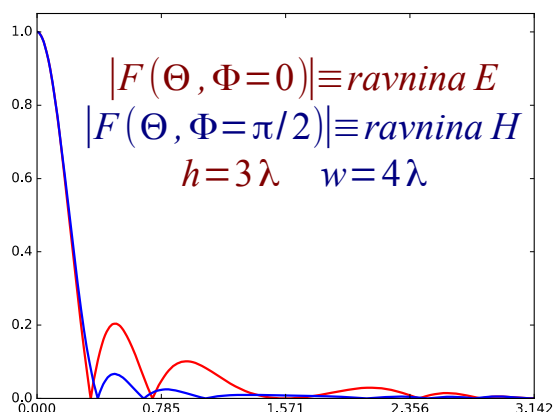
$$\eta_0 = \frac{8}{\pi^2} \approx 0.81 = 81\%$$

Smernost piramidnega lijaka dobimo preko integracije gostote moči po odprtini lijaka. Izkoristek osvetlitve dolgega piramidnega lijaka s kosinusno porazdelitvijo v ravnini H in zanemarljivo napako faze dosega $\eta_0 \approx 81\%$. Smernost dolgega piramidnega lijaka je za približno -1dB manjša od smernosti enako velike enakomerno osvetljene odprtine. Bolj enakomerno osvetlitev odprtine in višji izkoristek osvetlitve bi omogočalo vzbujanje lijaka z osnovnim rodом TE_{01} in višjim rodом TE_{03} v skrbno izbranem razmerju amplitud in medsebojne faze.

Smerna diagrama lijaka TE_{01} v ravninah E in H sta različna med sabo. Konstantna porazdelitev osvetlitve odprtine v ravnini E sicer daje močne stranske snope. Prvi stranski snop v ravnini E dosega -13dB glede na jakost glavnega snopa. Stranski snopi v ravnini H so šibkejši zaradi kosinusne porazdelitve. Prvi stranski snop v ravnini H dosega -23dB glede na jakost glavnega snopa. Jakost ostalih stranskih snopov upada dosti

hitreje v ravnini H.

Rotacijsko simetričen glavni snop sevanja dobimo v primeru, ko razmerje stranic odprtine dolgega piramidnega lijaka TE_{01} dosega približno $w:h \approx 4:3$. Kot zgled sta prikazana smerna diagrama dolgega piramidnega lijaka s stranicama odprtine $h=3\lambda$ v ravnini E in $w=4\lambda$ v ravnini H:



Jakost in širino različnih snopov smerne diagrama piramidnega lijaka sicer lažje primerjamo v logaritemski skali $20 \log_{10}|F(\Theta, \Phi)|$ za kvadratno odprtino $h=w=10\lambda$ dolgega lijaka z zanemarljivo napako faze.

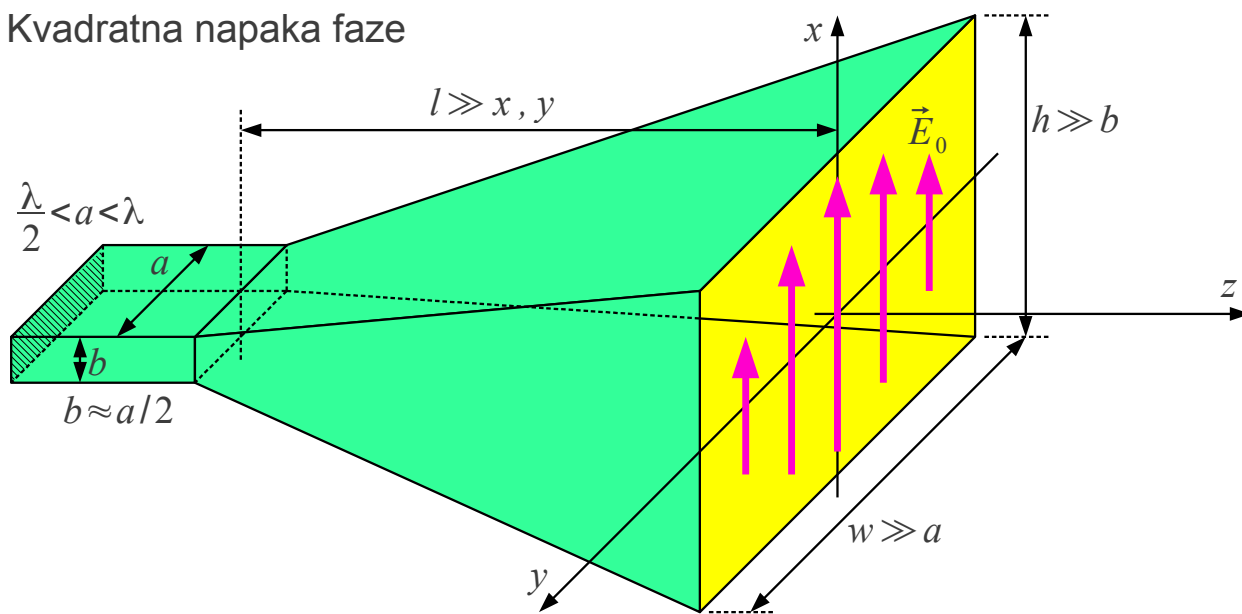
Zanemarljivo majhna napaka faze sicer zahteva zelo dolge lijake. Primer pravokotne odprtine $h=3\lambda$ in $w=4\lambda$ zahteva lijak dolžine $l \approx 2(w^2 + h^2)/\lambda = 50\lambda$. Primer kvadratne odprtine $h=w=10\lambda$ zahteva lijak dolžine kar $l \approx 2(w^2 + h^2)/\lambda = 400\lambda$! Opisani anteni sta nepraktično dolgi $l \gg w, h, \sqrt{A}$.

Isto smernost oziroma dobiček je zagotovo možno doseči s krajšimi in cenejšimi antenami. V primeru piramidnega lijaka TE_{01} je smiselno dopustiti

določeno napako faze na odprtini. Napaka faze znižuje izkoristek osvetlitve odprtine. Za doseganje enake smernosti krajši lijak zahteva večjo odprtino.

Napaka faze osvetlitve odprtine narašča sorazmerno s kvadratom razdalje $\rho^2 = x^2 + y^2$ od osi lijaka, zato jo imenujemo kvadratna napaka faze:

Kvadratna napaka faze



$$\Delta\phi = k[\sqrt{l^2 + x^2 + y^2} - l] \approx \frac{k(x^2 + y^2)}{2l} = \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda l}$$

$$\vec{E}_0(x, y, z=0) \approx \vec{1}_x C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{-j\Delta\phi(x, y)}$$

Optimalni lijak

$$\Delta\phi_E \leq \pi/2 \rightarrow h \approx \sqrt{2\lambda l}$$

$$\Delta\phi_H \leq 3\pi/4 \rightarrow w \approx \sqrt{3\lambda l}$$

$$\eta_0 \approx 50\%$$

$$\text{Zelo dolgi lijak } \Delta\phi \leq \pi/8 \rightarrow l \approx 2(w^2 + h^2)/\lambda \rightarrow \eta_0 \approx 81\%$$

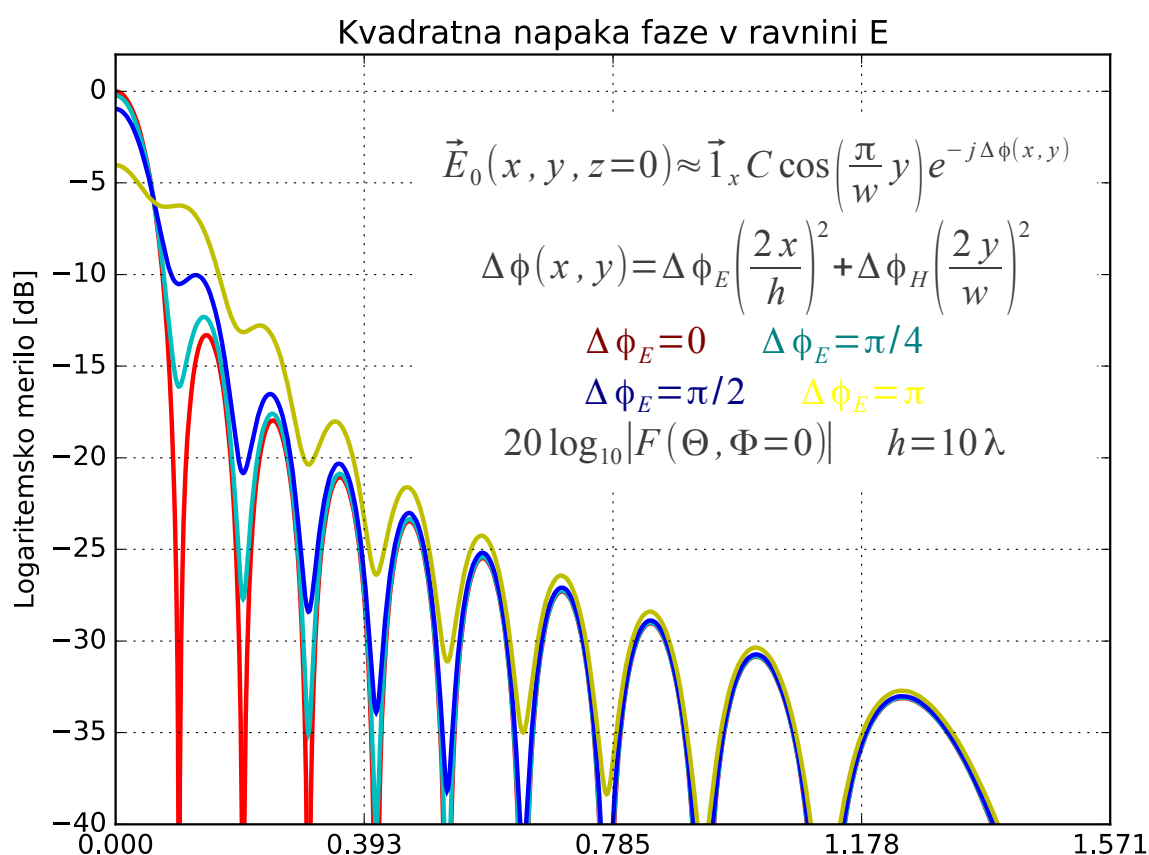
Optimalni piramidni lijak TE_{01} naj bi pri izbrani dolžini l dosegel največjo smernost. Lijk doseže slednjo, ko kvadratna napaka faze doseže $\Delta\phi_E = \pi/2$ na robu lijaka v ravnini E oziroma $\Delta\phi_H = 3\pi/4$ na robu lijaka v ravnini H. Pripadajoči stranici odprtine sta višina $h \approx \sqrt{2\lambda l}$ in širina $w \approx \sqrt{3\lambda l}$. Poleg neenakomerne kosinusne porazdelitve, izkoristek osvetlitve odprtine dodatno zmanjšuje kvadratna napaka faze, v primeru optimalnega lijaka na približno $\eta_0 \approx 50\%$.

Stranici odprtine optimalnega piramidnega lijaka TE_{01} sta v približnem razmerju $w:h \approx \sqrt{3}:\sqrt{2} \approx 5:4$. Izraza za optimalni lijak sicer računata obe stranici odprtine iz dolžine lijaka l , to je iz višine piramide. Piramidni lijak je odsekana piramida v grlu, kjer se pravokotni valovod začne širiti v lijak. Resnični lijak je torej nekoliko krajši $l' = l(1 - b/h)$ oziroma

$l' = l(1 - a/w)$ od višine piramide ob upoštevanju razmerja med stranicama odprtine in pripadajočima stranicama pravokotnega valovoda.

Izračun sevanega polja piramidnega lijaka s kvadratno napako faze žal privede do integralov, ki niso analitsko rešljivi. Učinek kvadratne napake faze je zato smiselno prikazati na nekaj skrbno izbranih zgledih. Številске rešitve integralov so prikazane v obliki izračunanih smernih diagramov za različno velike kvadratne napake faze. Rešitve so prikazane v logaritemski skali v območju polarne razdalje $0 \leq \Theta \leq \pi/2$, saj vzvratno sevanje lijaka ni zanimivo.

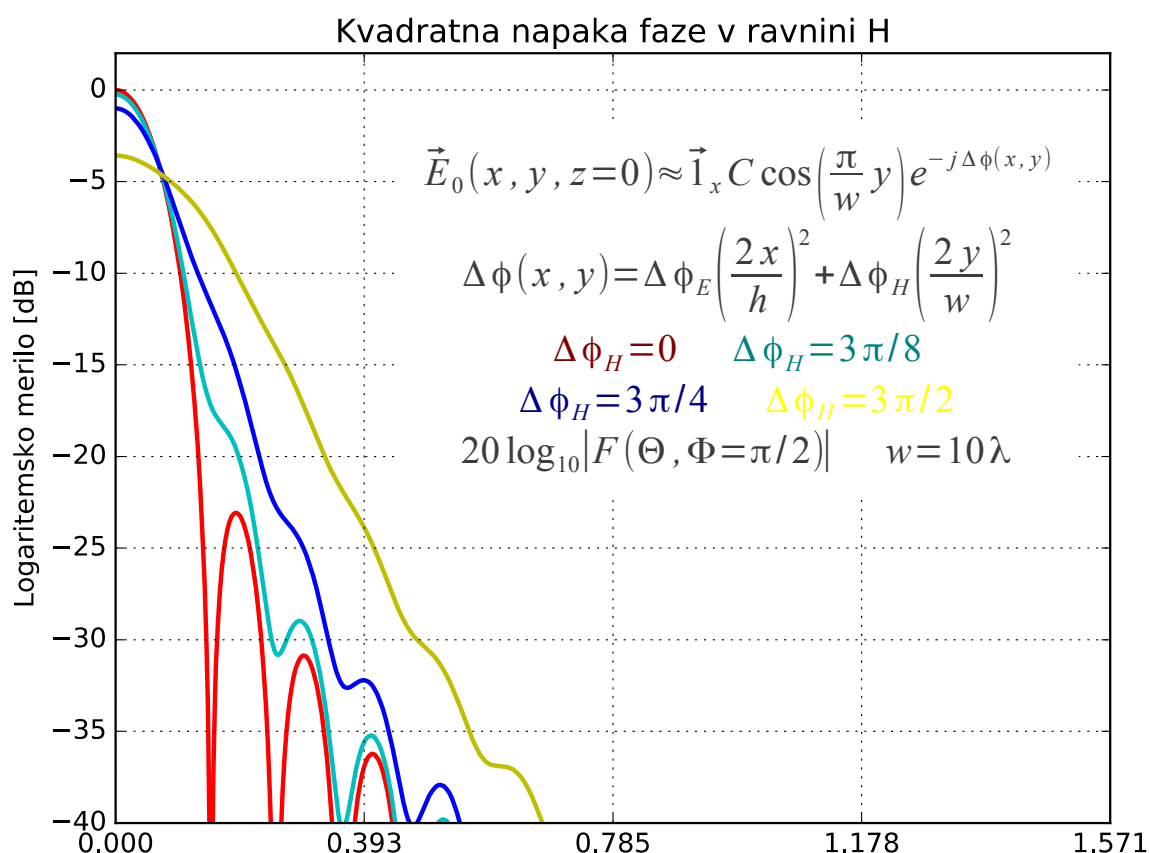
Učinek kvadratne napake faze na prerez smernega diagrama piramidnega lijaka TE_{01} v ravnini E je prikazan za napako na robu odprtine $\phi_E = \pi/4$ (zelena krivulja), $\phi_E = \pi/2$ (modra krivulja) in $\phi_E = \pi$ (rumena krivulja). Za primerjavo je izrisan tudi smerni diagram brez kvadratne napake faze (rdeča krivulja) za pravokotno odprtino višine $h = 10\lambda$:



Kvadratna napaka faze ima v ravnini E dva dobro vidna učinka: minimumi med posameznimi snopi smernega diagrama postajajo plitvejši in glavni vrh smernega diagrama se znižuje. Plitvejši minimumi se pojavijo dosti

prej kot pa znižanje glavnega vrha. Kvadratna napaka faze $\phi_E = \pi/2$ optimalnega lijaka zniža glavni vrh za približno -1dB in hkrati postane minimum med glavnim snopom in prvim stranskim listom smerne diagrama komaj viden.

Učinek kvadratne napake faze na prerez smerne diagrama piramidnega lijaka TE_{01} v ravnini H je prikazan za napako na robu odprtine $\phi_H = 3\pi/8$ (zelena krivulja), $\phi_H = 3\pi/4$ (modra krivulja) in $\phi_H = 3\pi/2$ (rumena krivulja). Za primerjavo je izrisan tudi smerni diagram brez kvadratne napake faze (rdeča krivulja) za pravokotno odprtino širine $w = 10\lambda$:



Kvadratna napaka faze ima v ravnini H dva dobro vidna učinka: posamezni snopi smerne diagrama se zlepijo v en sam snop in glavni vrh smerne diagrama se znižuje. Zlepljenje snopov smerne diagrama se zgodi dosti prej kot pa znižanje glavnega vrha. Kvadratna napaka faze $\phi_H = 3\pi/4$ optimalnega lijaka zniža glavni vrh za približno -1dB in hkrati se vsi snopi smerne diagrama zlepijo v en sam snop sevanja.

Pri lijakih praktičnih dolžin, ki niso nujno optimalne, stranske snope vidimo samo v ravnini E. V ravnini H stranski snopi praktičnih lijakov niso

vidni. Na splošno imajo valovodni lijaki od velike večine anten najčistejši smerni diagram z najnižjimi stranskimi snopi.

Optimalni piramidni lijaki TE_{01} v primerjavi z enakomerno osvetljeno odprtino izgubi -1dB zaradi kosinusne porazdelitve osvetlitve odprtine, potem -1dB zaradi kvadratne napake faze v ravnini E in končno še -1dB zaradi kvadratne napake faze v ravnini H. Skupna izguba smernosti znaša torej -3dB , kar ustreza izkoristku osvetlitve odprtine $\eta_0 \approx 50\%$.

Smernosti piramidnega lijaka je omejena z dolžino lijaka. Če omejimo dolžino lijaka $l \approx 3d = 3\sqrt{w^2 + h^2}$ na trikratno diagonalo odprtine, dobimo lijak dolžine $l \approx 33\lambda$ z odprtino višine $h \approx 8\lambda$ in širine $w \approx 10\lambda$. Glede na izbrano omejitev največja smernost lijaka znaša:

$$D_{MAX} = 10 \log_{10} \left[\frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 wh \right] \approx 27\text{dBi}$$

Preprosti piramidni lijaki TE_{01} običajno dosegajo smernost v razponu $D \approx 10\text{dBi} \dots 25\text{dBi}$. Višje smernosti bi zahtevale izredno dolge lijake. Seveda lahko dosežemo višjo smernost tudi s krajšim lijakom, če kvadratno napako faze popravimo z zbiralno lečo oziroma zbiralnim zrcalom, kar je snov naslednjih dveh poglavij.

Podobne lastnosti kot piramidni lijaki pravokotnega prereza imajo tudi valovodni lijaki drugačnih prerezov. Krožni valovod razširimo v stožčasti lijak. Eliptični valovod lahko razširimo v lijak eliptičnega prereza. Grebenasti valovod običajno razširimo v piramidni lijak s pravokotno odprtino. Fizikalne osnove delovanja vseh valovodnih lijakov so enake, razlika je edino v oštevilčenju rodov v različnih koordinatnih sistemih.

Ne glede na prečni presek valovoda oziroma lijaka daje osnovni valovodni rod največje sevanje v smeri osi lijaka. Višji valovodni rodovi lihih redov lahko popravijo izkoristek osvetlitve odprtine, če jih znamo vzbuditi s primerno amplitudo in skrbno izbrano fazo glede na osnovni rod.

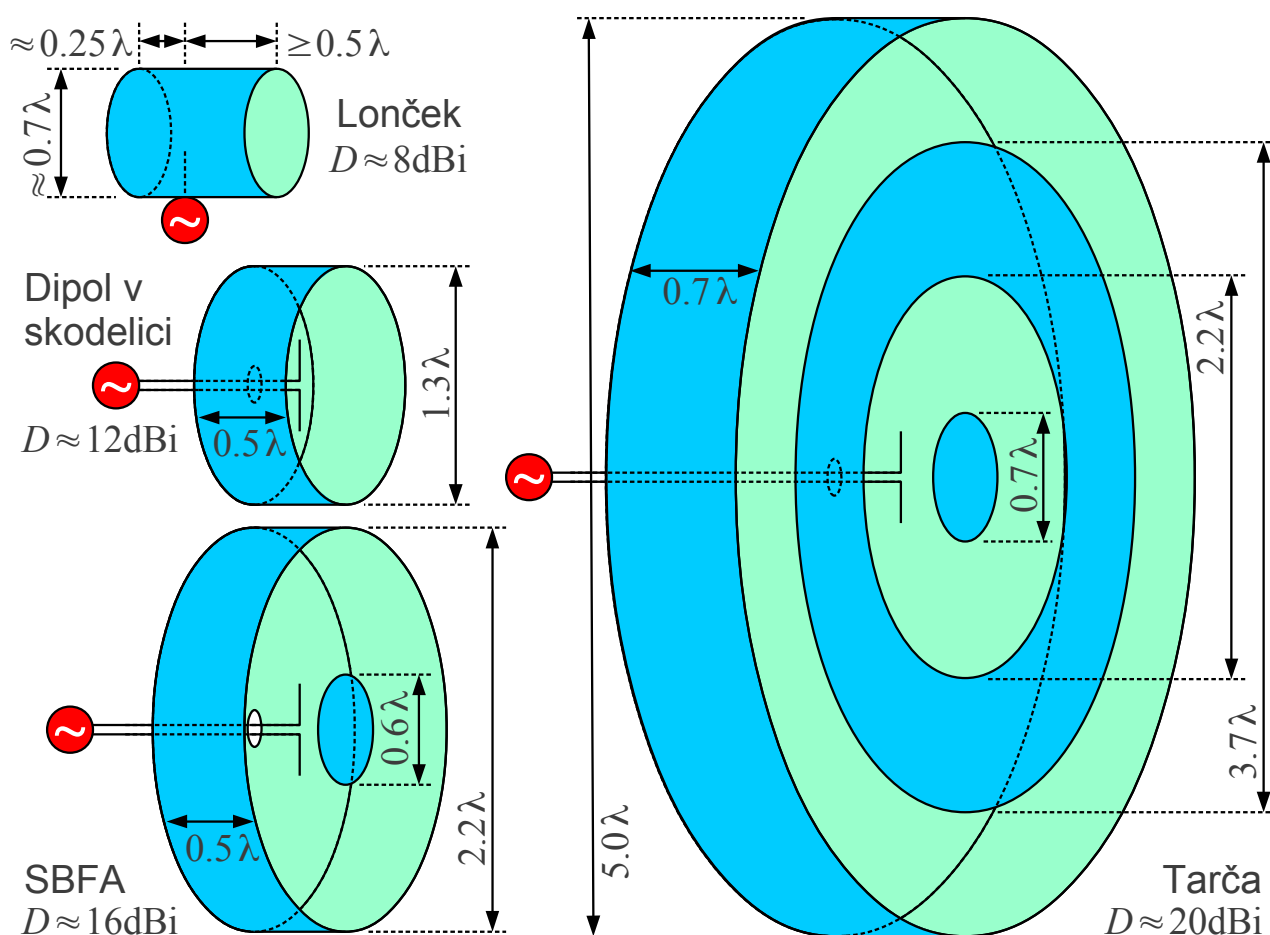
Višji rodovi sodih redov dajejo smerni diagram z ničlo v smeri osi lijaka. Ostro ničlo smernega diagrama lahko izrabimo za natančno določanje smeri oddajnika. Snop sevanja lijaka lahko odklonimo v izbrano smer, ki jo določata razmerje amplitud in medsebojna faza med osnovni rodом in višjim rodом sodega reda.

Končno, smernost oziroma dobiček nista edina načrtovalska cilja valovodnega lijaka. Pogosto potrebujemo anteno z nižjo smernostjo, ampak

čim manjših izmer s smernim diagramom natančno predpisane oblike. Kratke valovodne lijake pogosto imenujemo rezonatorske oziroma votlinske antene (angleško: cavity antennas).

Na frekvencah pod $f < 3\text{GHz}$ oziroma pri valovnih dolžinah nad $\lambda > 10\text{cm}$ običajno ne uporabljamo nerodno velikih kovinskih valovodov, pač pa TEM prenosne vode manjšega prereza: koaksialni kabel ali simetrični dvovod. Votlinske antene zato največkrat vsebujejo tudi prehod iz koaksialnega kabla ali drugačnega TEM voda na kovinski valovod.

Električno majhne votline podpirajo razmeroma nizko število različnih rodov. Votlinske antene zato nimajo poljubnih izmer kot večji lijaki, pač pa so omejene na nekaj učinkovitih tehničnih rešitev. Slednje so lahko zelo učinkovite, izkoristek osvetlitve odprtine dipola v skodelici oziroma SBFA lahko gre proti $\eta_0 \rightarrow 100\%$:



Najpreprostejša votlinska antena je prehod iz koaksialnega kabla na valovod. V primeru valovoda krožnega prereza je to lonček. Premer lončka mora presegati $d > d_{TE11} \approx 0.5861\lambda$ najmanjši premer, ki še omogoča širjenje osnovnega valovodnega rodu TE_{11} .

Osnovni rod TE_{11} vzbujamo s paličasto antenico, ki je priključena na žilo koaksialnega kabla, oklop slednjega pa na steno valovoda. Krožni valovod med antenico in odprtino naj bo dolg vsaj polovico valovne dolžine, da valovod popravi polje palčke. Kratkosklenjeni odsek valovoda na drugi strani palčke mora biti krajši od četrte valovne dolžine $\lambda_g/4 > \lambda/4$ v valovodu,. Kratkosklenjeni odsek tedaj predstavlja induktivnost, ki skupaj s kapacitivnostjo palčke preslika karakteristično impedanco koaksialnega kabla v desetkrat višjo impedanco valovoda.

Premer lončka znaša običajno okoli $d \approx 0.7\lambda$. Če premer preseže $d > d_{TM01} \approx 0.7655\lambda$, palčka vzbuja poleg osnovnega rodu TE_{11} tudi naslednji višji (sodi) rod TM_{01} . Prisotnost višjega sodega rodu povzroči odklon snopa sevanja lončka. Lonček je sicer uporaben kot samostojna antena s smernostjo okoli $D \approx 8\text{dBi}$ oziroma kot žarilec za osvetljevanje globokih paraboličnih zrcal z razmerjem $f/d \approx 0.3 \dots 0.4$.

Vzbujanje večje valjne votline izvedemo s simetričnim dipolom, ki zaradi simetrije ne vzbuja nadležnih rodov TM_{01} oziroma TE_{21} . Dipol sredi skodelice premera $d \approx 1.3\lambda$ in dolžine $l \approx 0.5\lambda$ sicer vzbuja tudi višji lihi rod TM_{11} $d_{TM11} \approx 1.2197\lambda$, ki popravi polje osnovnega rodu TE_{11} , poveča izkoristek osvetlitve in daje lep rotacijsko-simetričen smerni diagram.

Dipol v skodelici (angleško: cup dipole) je sicer odlična samostojna antena s smernostjo okoli $D \approx 12\text{dBi}$ oziroma je uporaben kot žarilec za osvetljevanje plitvih paraboličnih zrcal z razmerjem $f/d \approx 0.6 \dots 0.7$. Delovanje dipola v skodelici se poruši z vzbujanjem višjih nadležnih rodov, ko premer skodelice preseže $d > 1.4\lambda$.

Domiselno rešitev za učinkovito vzbujanje skodelice premera kar $d \approx 2.2\lambda$ in dolžine $l \approx 0.5\lambda$ je našel Hermann W. Ehrenspeck leta 1965. Pri SBFA (Short Back-Fire Antenna) polje na odprtini skodelice oblikuje dodaten kovinski disk premera približno $d' \approx 0.6\lambda$. SBFA ima odličen izkoristek osvetlitve odprtine $\eta_0 \rightarrow 1$, nizke stranske snope in visoko smernost okoli $D \approx 16\text{dBi}$.

Z drugimi besedami, kovinski disk SBFA nadomešča dielektrično zbiralno lečo za popraviljanje kvadratne napake faze. Umetni dielektriki iz različno oblikovanih kosov kovine sicer zahtevajo samostojno poglavje o antenah.

Nadgradnja SBFA je antena z imenom "lokostrelska tarča" (angleško: archery-target antenna). Tarča ima votlino premera kar $d \approx 5\lambda$ in dolžine približno $l \approx 0.7\lambda$. Votlino tarče vzbuja en sam simetrični dipol v sredini.

Polje na odprtini votline oblikujeta kovinski disk premera približno $d' \approx 0.7\lambda$ in kovinski kolobar z notranjim premerom $d_N \approx 2.2\lambda$ in zunanjim premerom $d_Z \approx 3.7\lambda$. Disk in kolobar spominjata na Fresnelovo lečo, kar ponovno zahteva svoje poglavje o razširjanju valov.

Tarča lahko presega smernost $D \approx 20\text{dBi}$ pri izkoristku osvetlitve odprtine malo pod $\eta_0 < 50\%$. Podobno smernost in izkoristek osvetlitve enako velike krožne odprtine premera $d \approx 5\lambda$ bi dosegel stožčasti lijak dolžine kar $l \approx 8\lambda$! Dolžini stožčastega lijaka je treba v praksi prišteti še dolžino prehoda iz koaksialnega kabla na valovod (antena lonček).

Vzbujanje skodelice, SBFA in tarče je običajno izvedeno s simetričnim dipolom. Simetrični dipol je načeloma polvalovni dipol. Votlina ima zelo velik vpliv na impedanco dipola. Sevalna upornost dipola je nižja od sevalne upornosti polvalovnega dipola v praznem prostoru. Reaktivni del impedance dipola se zelo razlikuje med skodelico, SBFA in tarčo.

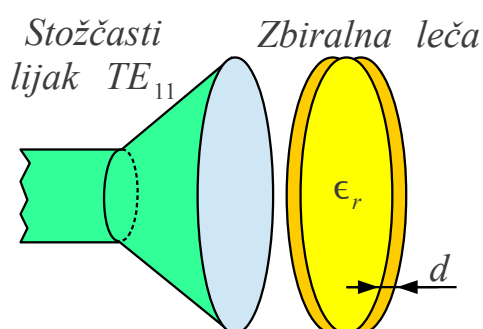
* * * * *

9. Umetni dielektriki

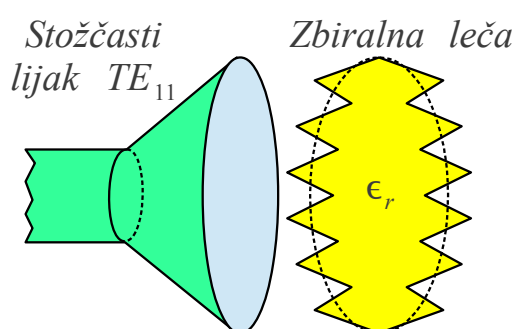
Omejevanje kvadratne napake faze lahko zahteva nepraktično dolge valovodne lijake. Kvadratno napako faze popravi zbiralna leča oziroma zbiralno zrcalo, ki pretvori krogelne valovne fronte v ravne valovne fronte.

Čeprav so osnove delovanja enake, se praktične izvedbe leč za radijske valove v marsičem razlikujejo od leč za vidno svetlobo. Bistvena razlika je v velikosti leče v primerjavi z valovno dolžino. Leče za vidno svetlobo so običajno dosti večje $d \gg \lambda$ od valovne dolžine. Izmere leč za radijske valove so pogosto primerljive $d \approx \lambda$ z valovno dolžino.

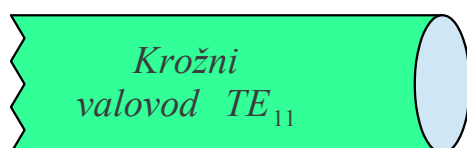
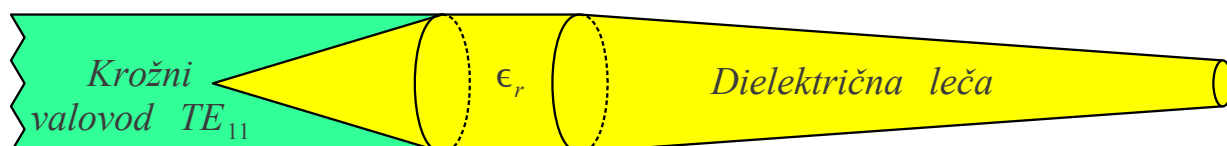
Antirefleksni sloj v področju radijskih valov zlahka nadomestimo s primernim oblikovanjem površine dielektrične leče. Pravi dielektrik lahko nadomestimo z lažjim in cenejšim umetnim dielektrikom. Slednji omogoča oboje: $\epsilon_r > 1$ oziroma $\epsilon_r < 1$. Končno je oblika majhnih leč $d \approx \lambda$ lahko precej drugačna od tistega, kar smo navajeni v optiki $d \gg \lambda$:



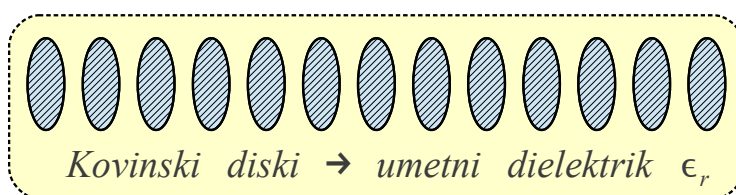
Antirefleksni sloj
 $\epsilon_r' = \sqrt{\epsilon_r}$ $d = \lambda'/4$



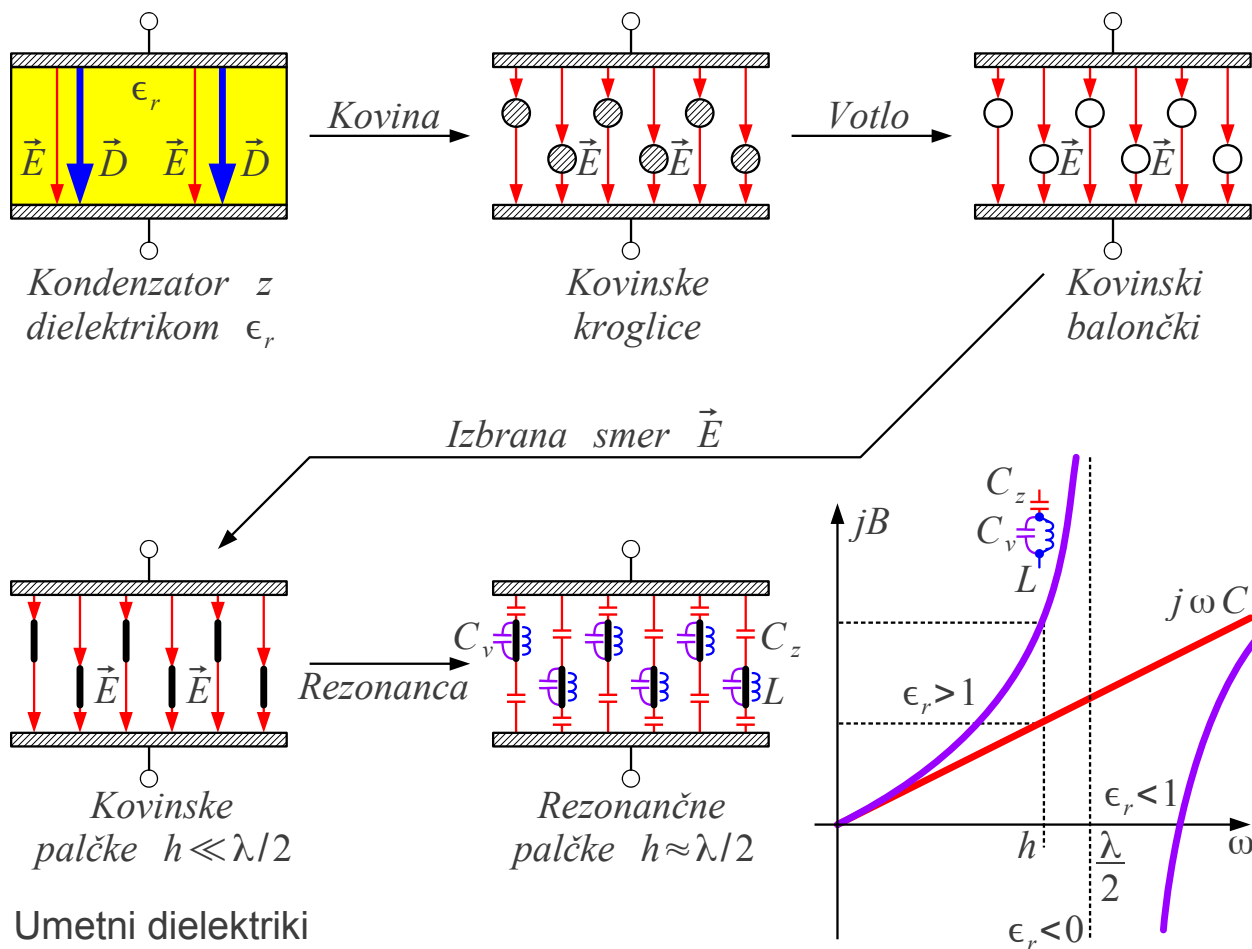
Oblikovana površina
 dielektrika ϵ_r



Dielektrične leče



Naloga naravnega dielektrika $\epsilon_r > 1$ v zbiralni leči je, da poveča električni pretok $\vec{D} > \vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}$ v primerjavi s praznim prostorom. Električni pretok in kapacitivnost ploščatega kondenzatorja lahko povečamo tudi drugače, na primer skrajšamo silnice električnega polja. Silnice skrajšamo tako, da prostor med ploščama zapolnimo s kovinskimi kroglicami:



Radijske antene zahtevajo velike leče. Masa in cena 3D predmeta iz naravnega dielektrika oziroma kovine nista zanemarljivi. V primeru umetnega dielektrika smemo polne kovinske kroglice zamenjati z votlimi balončki. Drag in masiven 3D predmet lahko zamenja lahek in cenen 2D predmet. Kovinski balončki so lahko pravi nadomestek za naravni dielektrik z izotropno dielektričnostjo $\epsilon_r > 1$, ki je neodvisna od smeri električnega polja \vec{E} .

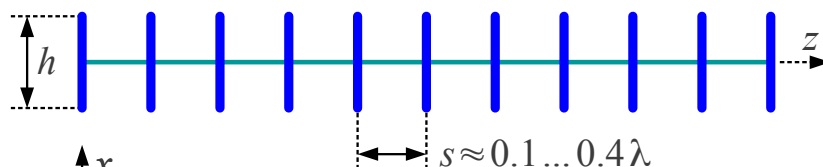
Radijsko anteno lahko dodatno poenostavimo tako, da izdelamo umetni dielektrik samo za izbrano smer električnega polja \vec{E} . V smereh, kjer je komponenta električnega polja enaka nič, je popolnoma nepotrebno graditi umetni dielektrik. Preprosto povedano, ko poznamo smer električnega polja, lahko kovinske balončke zamenjamo z lažjimi in cenejšimi kovinskimi palčkami v smeri polja \vec{E} .

Končno, radijske naprave pogosto uporabljajo razmeroma ozek frekvenčni pas $B < 10\% f_0$, največkrat celo $B < 1\% f_0$ v primerjavi z osrednjo frekvenco. V ozkopasovnih napravah $B \ll f_0$ lahko dodatno povečamo učinkovitost kovinskih palčkov oziroma zmanjšamo količino potrebnega materiala za gradnjo antene z uporabo rezonančnih pojavov.

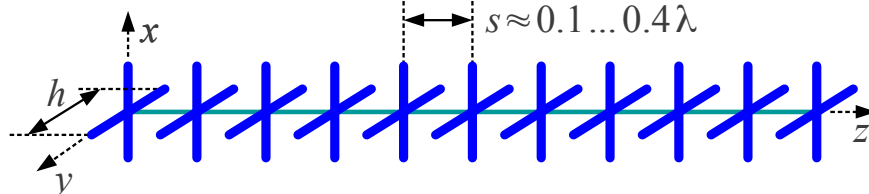
Vitka kovinska palčka doseže svojo najnižjo rezonančno frekvenco, ko dolžina palčke $h \approx \lambda/2$ približno ustreza polovici valovne dolžine v praznem prostoru. Tik pod zaporedno rezonanco palčka še dodatno poveča dielektričnost prostora $\epsilon_r > 1$, kar dodatno zbira valovanje. Nad zaporedno rezonanco je lahko dielektričnost $\epsilon_r < 1$ tudi manjša od enote, kar razpršuje valovanje. Med zaporedno in vzporedno rezonanco palčke je dielektričnost lahko celo $\epsilon_r < 0$ negativna, kar preprečuje širjenje valovanja.

Antene največkrat potrebujejo zbiralno lečo iz dielektrika $\epsilon_r > 1$. Leča je pogosto podolgovate oblike v smeri širjenja valovanja z . Eno-dimenzijske strukture z upočasnjnim valovanjem (angleško: slow-wave structure) lahko izdelamo na različne načine:

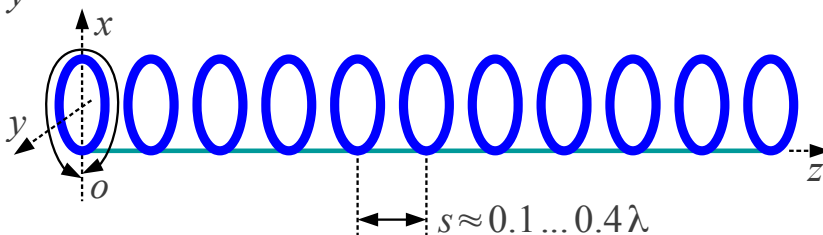
Palčke $h \approx 0.4 \dots 0.45\lambda$
(Shintaro Uda 1926)



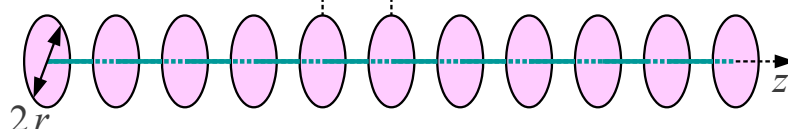
Križne palčke
(obe polarizaciji)



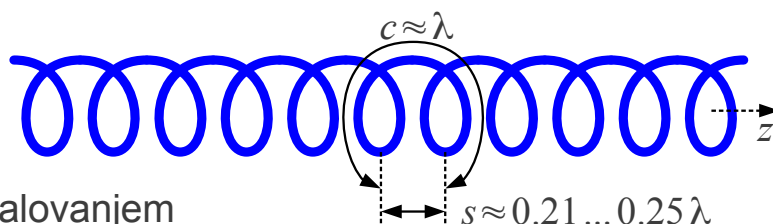
Žične zanke $o \approx 0.9\lambda$
(krožne, kvadratne)



Kovinski diski $2r \approx 0.3\lambda$
(obe polarizaciji)



Vijačnica $0.75\lambda < c < 1.33\lambda$
(krožna polarizacija)



Strukture z upočasnjnim valovanjem

Ko ima električno polje samo eno smer, na primer $\vec{E} = \vec{1}_x E_x$, zadoščajo palčke v isti smeri x , ki jih nanizamo v smeri strukture z . Palčke smemo pritrditi na vzdolžni kovinski nosilec v smeri z točno na sredini, ker tam ni električnega polja v smeri nosilca. Dolžina palčk je običajno okoli $h \approx 0.4 \dots 0.45 \lambda$ in razmak med palčkami $s \approx 0.1 \dots 0.4 \lambda$.

Ko ima električno polje obe prečni komponenti $\vec{E} = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$, uporabimo skupino palčk v smeri osi x in drugo skupino enakih palčk v smeri osi y . Obe skupini palčk smemo pritrditi na skupni kovinski nosilec v smeri osi z . Dolžine palčk v obeh smereh x in y so med sabo enake $h_x = h_y \approx 0.4 \dots 0.45 \lambda$.

Namesto palčk lahko uporabimo rezonatorje iz tankih vodnikov drugačnih oblik. Zanka krožne, kvadratne, pravokotne ali trikotne oblike doseže svojo najnižjo rezonančno frekvenco, ko obseg zanke $o \approx \lambda$ približno ustreza valovni dolžini. Žične zanke so uporabne kot umetni dielektriki $\epsilon_r > 1$, ko obseg zanke znaša približno $o \approx 0.9 \lambda$.

Krožne oziroma kvadratne zanke so uporabne kot umetni dielektriki za poljubno polarizacijo $\vec{E} = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$. Če zanke pritrdimo na vzdolžni kovinski nosilec, struktura žal ni več uporabna za obe polarizaciji. Struktura na sliki deluje samo še za električno polje v smeri $\vec{E} = \vec{1}_y E_y$. Električno polje v smeri $\vec{E} = \vec{1}_x E_x$ vzbudi v zankah na sliki takšno bližnje polje, da ga močno moti kovinski nosilec.

Ugodnejše lastnosti od žičnih zank imajo tanki kovinski diski premera okoli $2r \approx 0.3 \lambda$. Takšna struktura z upočasnjnim valovanjem je lahko zelo širokopasovna $B \geq 50\% f_0$. Diske smemo pritrditi na kovinski nosilec v osi, ki ne moti prečnega polja $\vec{E} = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$ s poljubno polarizacijo. Kovinski diski seveda predstavljajo večji strošek materiala, večjo maso antene in večji upor za veter od vitkih palčk ali zank.

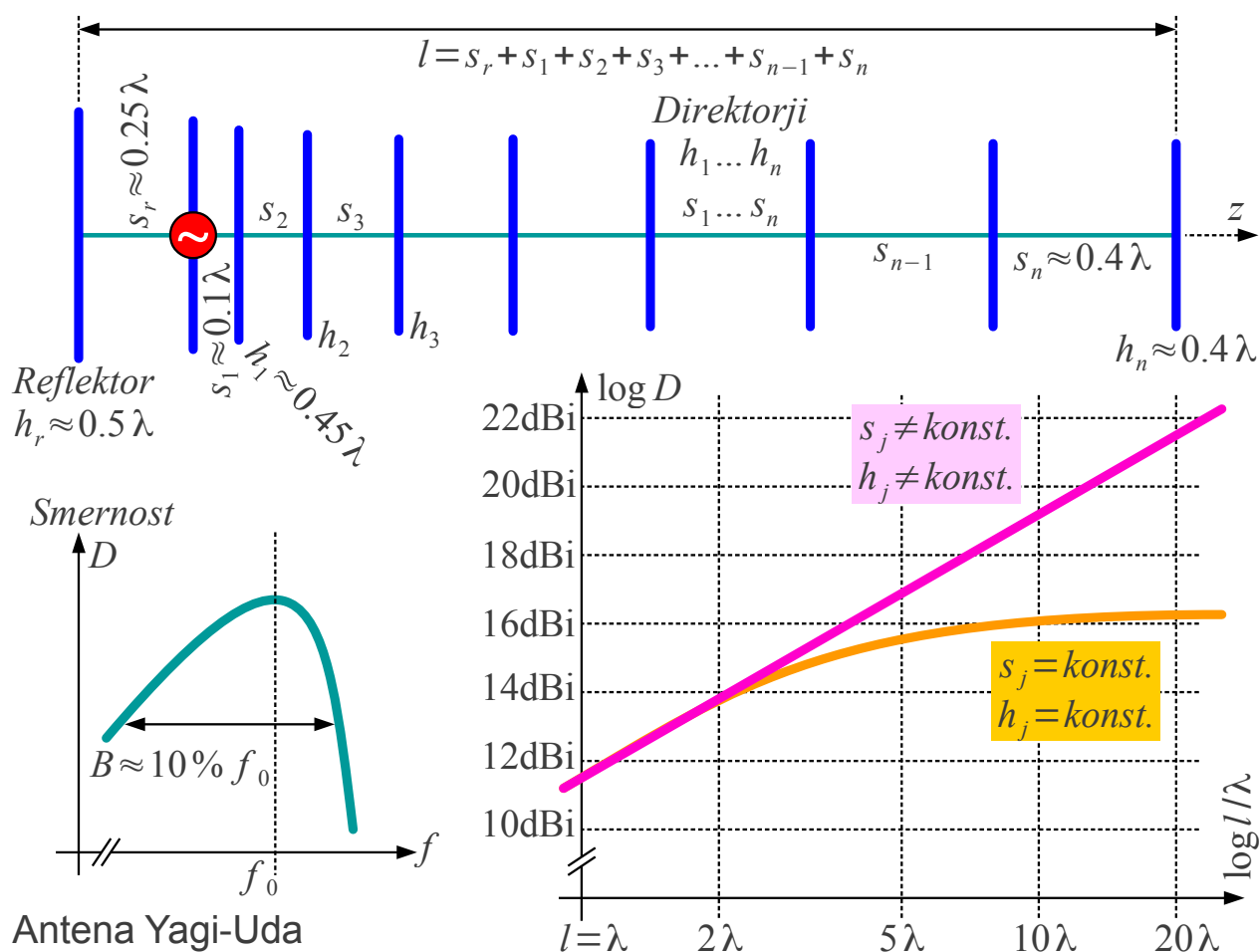
Kot zelo širokopasovna $B \approx 65\% f_0$ struktura z upočasnjnim valovanjem se obnaša tudi vijačnica (angleško: helix) iz kovinske žice ali traku. Obseg vijačnice oziroma dolžina ovoja $c \approx \lambda$ je v velikostnem razredu ene valovne dolžine. Korak vijačnice je okoli $s \approx 0.23 \lambda$.

Vijačnica deluje kot struktura z upočasnjnim valovanjem za krožno polarizacijo. Bolj natančno, desna vijačnica deluje kot dielektrik $\epsilon_r > 1$ za desno krožno polarizacijo $\vec{E}_D = (\vec{1}_x - j \vec{1}_y) E / \sqrt{2}$ in leva vijačnica kot

dielektrik $\epsilon_r > 1$ za levo krožno polarizacijo $\vec{E}_L = (\vec{1}_x + j \vec{1}_y) E / \sqrt{2}$.
Kovinski nosilci se nikjer ne smejo dotikati vijačnice!

Prve antene z umetnimi dielektriki je izdelal in objavil v svoji domovini Shintaro Uda leta 1926, tedaj asistent na univerzi Tohoku v mestu Sendai (Japonska). Njegove antene so postale bolj znane šele leta 1928, ko predpostavljeni profesor Hidetsugu Yagi prikaže delo svoje skupine na področju oddajnikov, sprejemnikov, anten in razširjanja metrskih (VHF) in decimetrskih (UHF) v ZDA. Čeprav je Yagi v svojih člankih o usmerjeni (angleško: beam) radijski zvezi pošteno navajal Udo kot izumitelja antene, se je slednje prijelo ime Yagi, poleg tega v angleško govorečih državah pogosto "beam" in le redkokdo uporablja Yagi-Uda kot ime izuma.

Antena Yagi-Uda uporablja umetni dielektrik $\epsilon_r > 1$ v zbiralni leči, strukturi z upočasnjnim valovanjem iz številnih palčk, ki Uda jih imenuje "direktorji" in v razpršilni leči $\epsilon_r < 1$ oziroma odbojniku, ki ga Uda imenuje "reflektor". Anteno Yagi-Uda vzbuja en sam polvalovni dipol. Vse palčke: reflektor, vzbujevalni dipol in direktorji, so običajno nameščene na enem samem (kovinskem) nosilcu v smeri največjega sevanja antene z :



Zaradi uporabe rezonančnih pojavov v vseh palčkah je antena Yagi-Uda razmeroma ozkopasovna $B \approx 10\% f_0$. Debelejše palčke dajejo malenkost večjo pasovno širino. Odvisnost smernosti antene Yagi-Uda $D(f)$ od frekvence ni simetrična funkcija. Delovanje antene Yagi-Uda se zelo hitro poruši na višjih frekvencah. Ko direktorji dosežejo polovico valovne dolžine, antena Yagi-Uda lahko celo seva vzvratno! Obratno, proti nižjim frekvencam smernost antene Yagi-Uda upada razmeroma počasi s frekvenco.

Tudi v svoji najpreprostejši različici z vsemi palčkami na enem samem vzdolžnem nosilcu je načrtovanje antene Yagi-Uda silno zahtevno s številnimi stopnjami svobode. Načeloma so lahko vse palčke različnih dolžin in na različnih medsebojnih razmakih. Debelina palčk ima prav tako manjši vpliv na lastnosti antene Yagi-Uda. Končno mora načrtovalec izbirati med številom palčk $n+2$, skupno dolžino antene l , željeno smernostjo D in pripadajočo pasovno širino B .

Shintaro Uda je v svojih poskusih leta 1926 uporabljal direktorje enakih dolžin $h_j = \text{konst.} @ j=1,2,3 \dots n-1,n$ na enakih medsebojnih razdaljah $s_j = \text{konst.} @ j=2,3,4 \dots n-1,n$. Uporabljal je enega ali več prostorsko razporejenih reflektorjev in eksperimentiral z oddaljenostjo reflektorja s_r in oddaljenostjo prvega direktorja s_1 od vzbujevalnega dipola. Poskusi so pokazali, da v takšnih razmerah antena Yagi-Uda doseže največjo smernost okoli $D_{MAX} \approx 16\text{dBi}$, ki pri dolžini nosilca nad $l \geq 5\lambda$ več ne narašča.

Razvoj antene Yagi-Uda se nadaljuje šele v desetletjih po drugi svetovni vojni. H. W. Ehrenspeck in H. Pöhler sta z res natančnimi meritvami leta 1959 ugotovila, da je bistven podatek za načrtovanje verige direktorjev fazna hitrost strukture z upočasnjnim valovanjem. Fazna hitrost ne sme biti konstantna vzdolž antene Yagi-Uda, pač pa mora biti najnižja pri vzbujevalnem dipolu in počasi naraščati vzdolž antene v smeri sevanja.

Peter P. Viezbicke je v laboratorijih National Bureau of Standards (Sterling, Virginia in Boulder, Colorado, ZDA) opravil v dveh desetletjih številne meritve s ciljem najti načrtovalski postopek anten Yagi-Uda. Viezbicke je svoje ugotovitve strnil v poročilu "Yagi Antenna Design, NBS Technical Note 688" leta 1976.

Viezbicke je uporabljal samo direktorje $h_j \neq \text{konst.}$ različnih dolžin. Medsebojne razdalje direktorjev $s_j = \text{konst.} @ j=1,2,3 \dots n-1,n$ je držal konstantne. Kljub temu njegovo delo še vedno predstavlja temelj resnega načrtovanja antene Yagi-Uda s pomočjo tabele nekaj uspešnih prototipov:

TABLE 1. OPTIMIZED LENGTHS OF PARASITIC ELEMENTS
FOR YAGI ANTENNAS OF SIX DIFFERENT LENGTHS

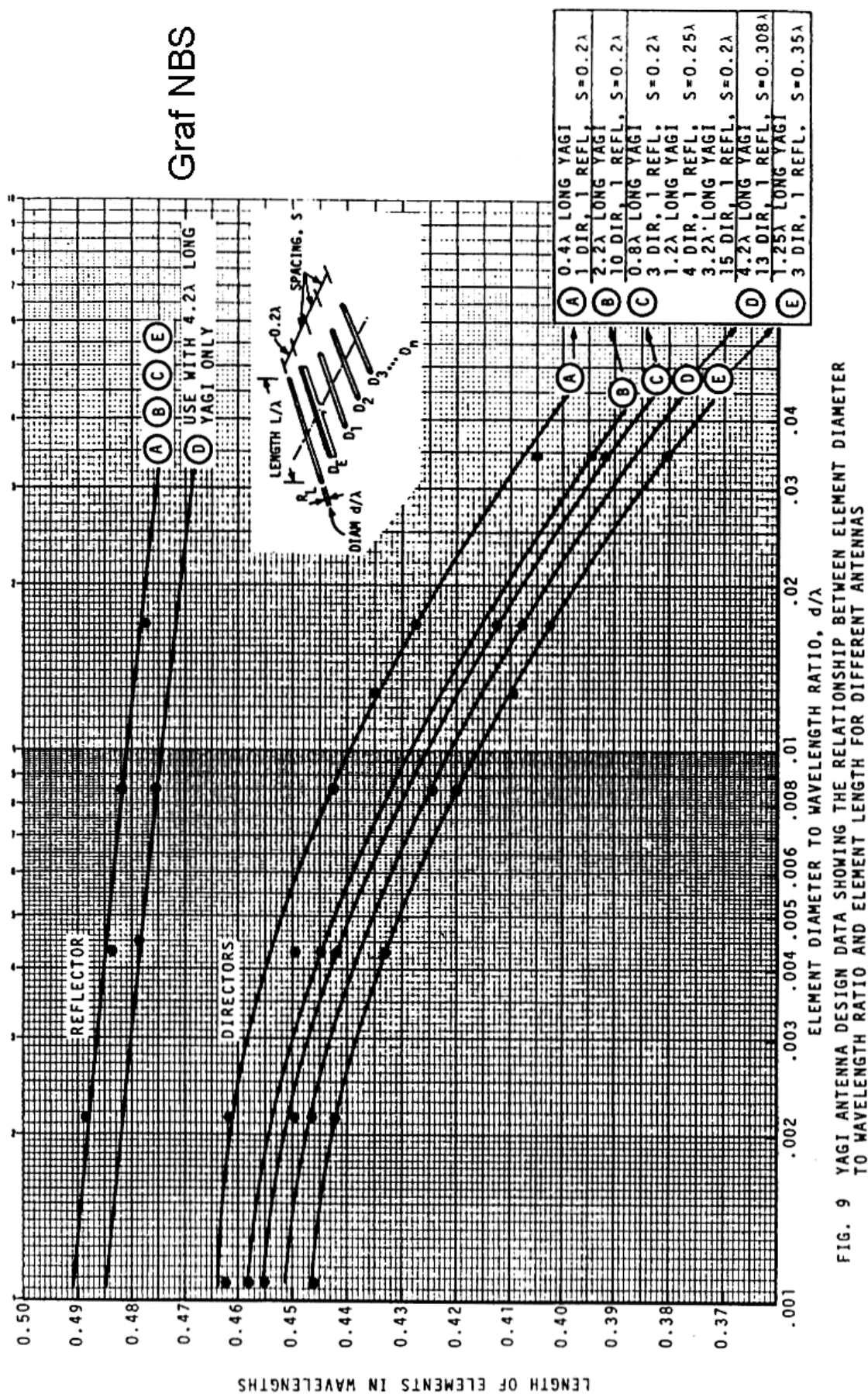
		LENGTH OF YAGI IN WAVELENGTHS					
		0.4	0.8	1.20	2.2	3.2	4.2
LENGTH OF REFLECTOR, λ		0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
LENGTH OF DIRECTOR, λ	1st	0.424	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
	2nd		0.424	0.420	0.415	0.420	0.424
	3rd		0.428	0.420	0.407	0.407	0.420
	4th			0.428	0.398	0.398	0.407
	5th				0.390	0.394	0.403
	6th				0.390	0.390	0.398
	7th				0.390	0.386	0.394
	8th				0.390	0.386	0.390
	9th				0.398	0.386	0.390
	10th				0.407	0.386	0.390
	11th					0.386	0.390
	12th					0.386	0.390
	13th					0.386	0.390
	14th					0.386	
	15th					0.386	
SPACING BETWEEN DIRECTORS, IN λ		0.20	0.20	0.25	0.20	0.20	0.308
GAIN RELATIVE TO HALF-WAVE DIPOLE IN dBd		7.1	9.2	10.2	12.25	13.4	14.2
DESIGN CURVE (SEE FIG. 9)		(A)	(B)	(B)	(C)	(B)	(D)

Tabela NBS

ELEMENT DIAMETER = 0.0085λ $f = 400 \text{ MHz}$ REFLECTOR SPACED 0.2λ BEHIND DRIVEN ELEMENT

Viezbicke je prvi objavil, kako upoštevati debelino palčk in preračunati

uspešno anteno Yagi-Uda za palčke drugačnih debelin s pomočjo grafa:



Viezbicke je ovrednotil manjši vpliv vzdolžnega nosilca na lastnosti antene. Če palčke prebadajo kovinski nosilec in so z njim v dobrem električnem stiku, je treba dolžinam palčk prišteti približno $\Delta h \approx 0.7 d$ premera kovinskega nosilca krožnega prereza.

Z uporabo direktorjev $h_j \neq konst.$ različnih dolžin na razdaljah, ki naraščajo od $s_1 \approx 0.1 \lambda$ pri vzbujevalnem dipolu vse do $s_n \approx 0.4 \lambda$ na drugem koncu antene je možno doseči še višje smernosti zelo dolge antene Yagi-Uda. Günter Hoch je leta 1982 s skrbnim načrtovanjem antene Yagi-Uda dosegel prirastek smernosti za $\Delta D_{dB} = D_{dB}(2l) - D_{dB}(l) \approx 2.35 \text{ dB}$ za vsako podvojitev dolžine antene vse do $l \geq 20 \lambda$ in več.

Smernost skrbno načrtovane antene Yagi-Uda torej narašča počasneje od dolžine nosilca oziroma stroškov materiala. Podvojitev dolžine prinese precej manjši prirastek smernosti $\Delta D_{dB} < 3 \text{ dB}$ od pričakovanj. Pri zelo dolgih antenah Yagi-Uda niti izgube zaradi končne prevodnosti palčk iz aluminija niso zanemarljive, da je prirastek dobitka še manjši $\Delta G_{dB} < \Delta D_{dB}$ od prirastka smernosti.

Varčevanje s kovino v umetnem dielektriku antene Yagi-Uda ima še druge neželjene posledice. Če se na palčkah antene Yagi-Uda za $f_0 \approx 1 \text{ GHz}$ naberejo dežne kapljice, se frekvenčni odziv antene premakne navzdol za približno $\Delta f \approx -50 \text{ MHz}$. Če se na palčkah nabereta sneg ali žled, se snop sevanja antene za $f_0 \approx 1 \text{ GHz}$ obrne v vzvratno smer, frekvenčni odziv antene za $f_0 \approx 100 \text{ MHz}$ pa znatno premakne navzdol.

Iz omenjenih razlogov vse antene Yagi-Uda običajno načrtujemo za nekoliko višjo frekvenco od nazivne. Če anteno zapremo v pokrov iz izolirne snovi, moramo obvezno upoštevati vpliv dielektričnosti pokrova na frekvenčni odziv antene. Pri izbiri antene ne smemo pozabiti, da so drugačne vrste anten lahko manj občutljive na vremenske pojave, zaščita pred vremenskimi vplivi je mogoče bolj preprosta in lahko imajo pri enaki smernosti manjše izmere od antene Yagi-Uda oziroma drugih anten z umetnimi dielektriki.

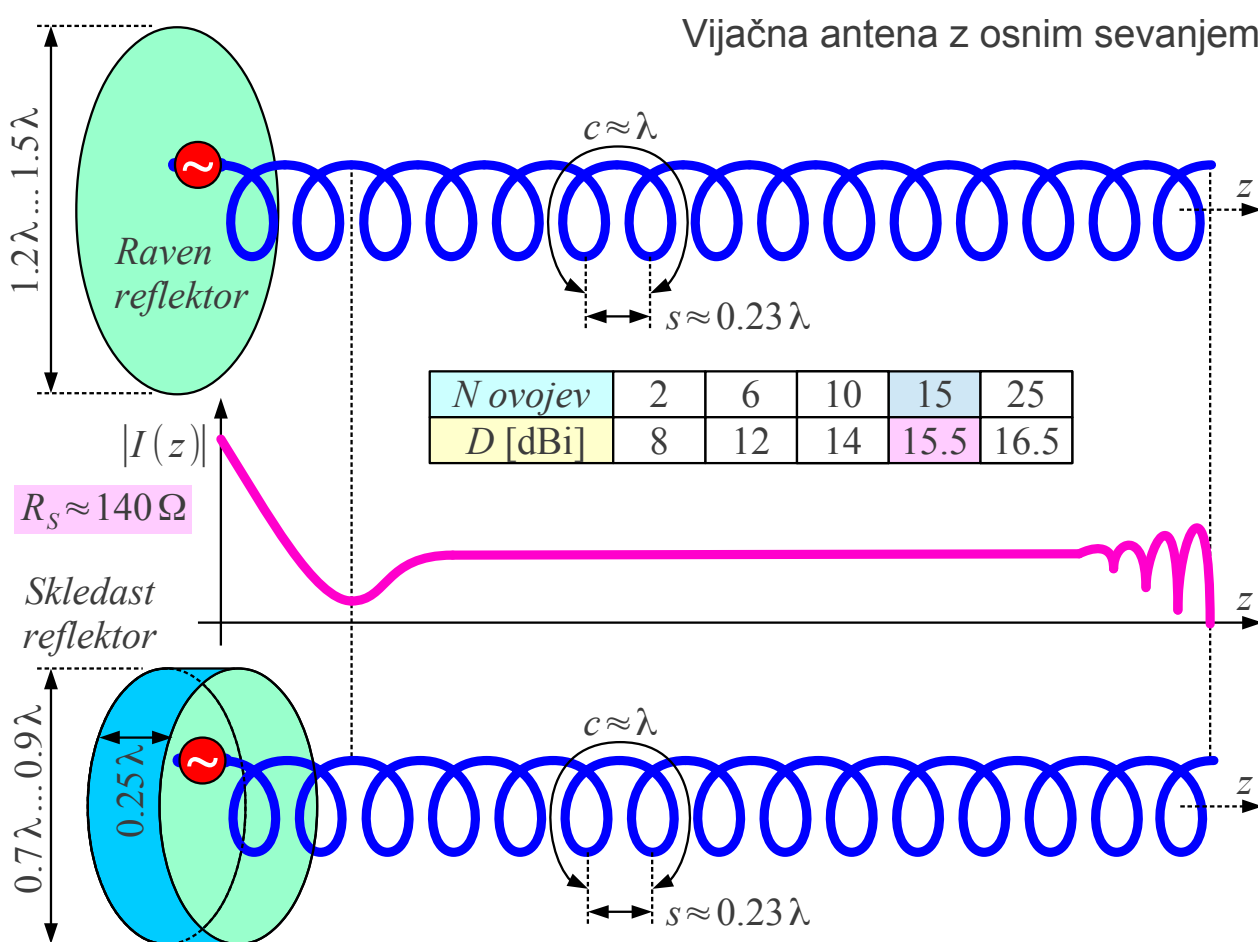
Že Shintaro Uda je preizkusil strukture s palčkami, več direktorji in več reflektorji, razporejenimi v več kot eni dimenziji, kar zahteva komplicirane nosilce. Strukture z upočasnjnim valovanjem iz vitkih kovinskih zank imajo zelo podobne električne lastnosti kot strukture iz ravnih palčk. Večjo pasovno širino omogočajo kovinski diski kot tudi gradniki iz pločevine drugačnih oblik.

Vijačnica iz žice se je najprej uporabljala v mikrovalovnih elektronkah na potujoči val (TWT). V slednjih vijačnica ali drugačna struktura upočasni

elektromagnetno valovanje do te mere, da postane njegova fazna hitrost primerljiva s hitrostjo snopa elektronov. Takšna vijačnica ima premajhne ovoje in prenizko fazno hitrost, da bi bila uporabna v antenah.

Uporabno usmerjeno anteno, osnovano na vijačnici iz žice, je razvil John D. Kraus in opisal leta 1948. Vijačnica z obsegom oziroma dolžino enega ovoja v območju $3\lambda/4 \leq c \leq 4\lambda/3$ in razmeroma majhnim naklonom $\alpha = 12^\circ \dots 15^\circ$ se obnaša kot struktura z upočasnjenim valovanjem za pripadajočo krožno polarizacijo. Naklon ustreza hodu vijačnice $s \approx 0.21 \dots 0.25 \lambda$ pri osrednji frekvenci $c \approx \lambda$.

Vijačnica ni samo struktura z upočasnjenim valovanjem, pač pa hkrati izvor sevanja. Električni generator priključimo med veliko ravno kovinsko ploščo (reflektor) in začetkom vijačnice. Porazdelitev toka na vijačnici pokaže dva zelo različna pojavi. Prva dva ovoja vijačnice se obnašata kot izvor sevanja, jakost toka $|I(z)|$ tu skoraj linearno upada. Ostali ovoji vijačnice se obnašajo kot dielektrična leča s tokom skoraj konstantne jakosti $|I(z)| = konst.$ z izjemo krajšega stojnega vala na odprtem koncu antene:



Med obema deloma vijačne antene, po dveh ovojih, jakost toka močno upade. Poskus pokaže, da se obnašanje antene skoraj nič ne spremeni, če

po dveh ovojih žico prekinemo. Najkrajša smiselna vijačna antena z osnim sevanjem v smeri osi z ima torej dva ovoja. Vijačne antene z več ovoji se obnašajo zelo podobno antenam Yagi-Uda primerljive dolžine z izjemo krožne polarizacije in večje pasovne širine strukture z upočasnjnim valovanjem.

Vijačna antena z osnim sevanjem zahteva velik kovinski reflektor. Krožna kovinska plošča naj ima premer $d \approx 1.2\lambda \dots 1.5\lambda$. Premajhen reflektor povzroči bočno sevanje antene, kar odžira smernost v osi antene. Raven reflektor lahko uspešno nadomesti skledast reflektor premera $d \approx 0.7\lambda \dots 0.9\lambda$ in obodom višine najmanj četrta valovne dolžine.

Nadležno bočno sevanje lahko povzroči tudi raven odsek žice, pravokoten na reflektor, med reflektorjem in začetkom vijačnice. Slednji je pogosta konstrukcijska napaka številnih praktičnih vijačnih anten. Na skici vijačne antene je na tem mestu narisani električni generator, ki bi moral biti čim manjši, da bočno sevanje ravnega odseka ne odžira smernosti v osi antene. Sevalna upornost opisane vijačne antene z osnim sevanjem je v velikostnem razredu $R_s \approx 140\Omega$.

Vijačnica s konstantnim premerom in hodom ustreza anteni Yagi-Uda z direktorji enake dolžine $h_j = konst.$ na enakih medsebojnih razdaljah $s_j = konst.$. Seveda lahko električni vodnik navijemo tudi na plašč stožca in uporabimo spremenljiv hod vijačnice. Stojni val na odprtem koncu vijačnice lahko zadušimo tako, da zadnja dva ovoja skrcimo v stožec in na ta način izboljšamo osno razmerje krožne polarizacije.

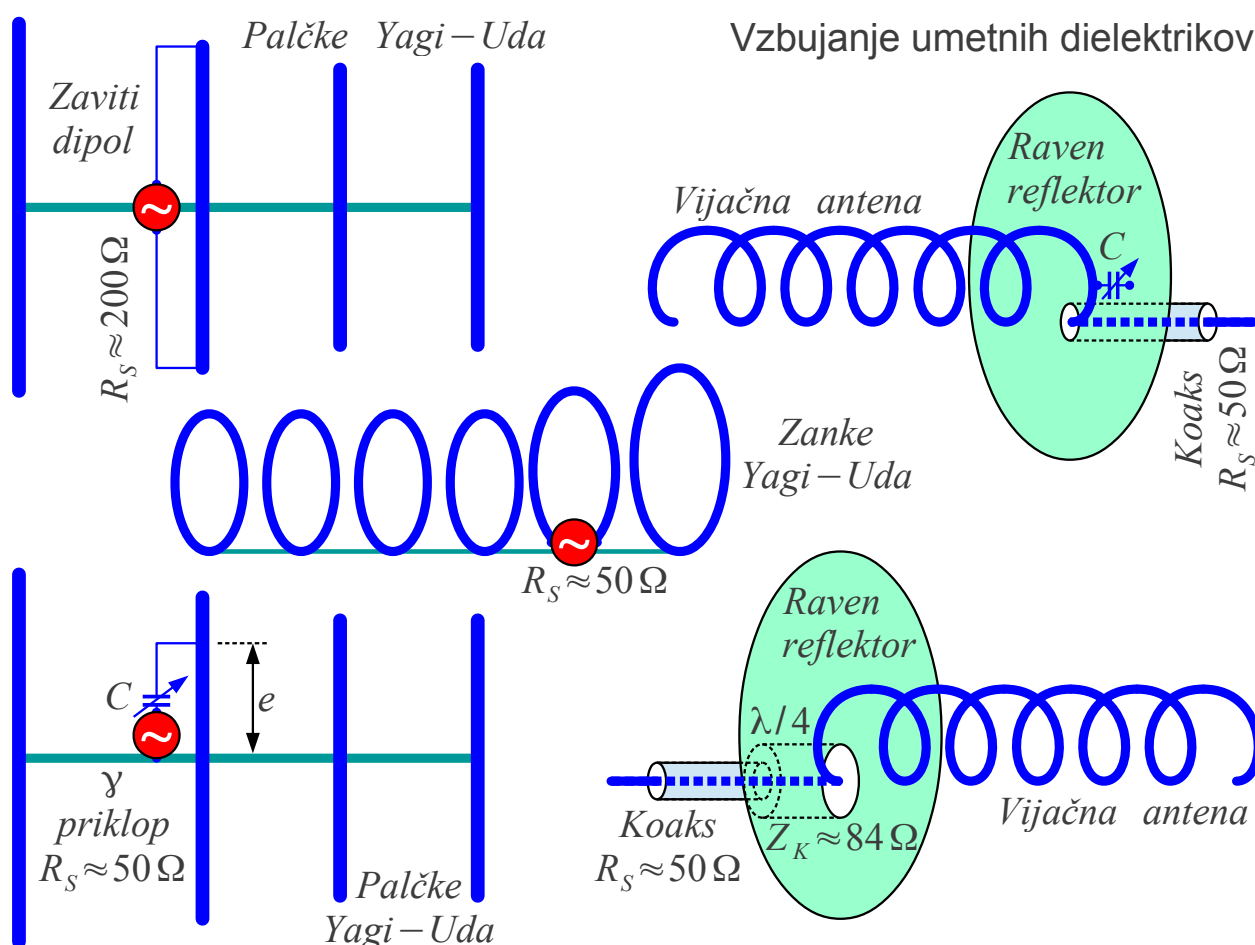
Z izjemo vijačnice večina ostalih struktur z upočasnjnim valovanjem potrebuje še vzbujanje s primernim izvorom sevanja. Vzbujanje je najpogostejše podobno gradnikom strukture, na primer polavalovni dipol v anteni Yagi-Uda s palčkami, enovalovna zanka $o \approx \lambda$ v strukturi zank oziroma valovodni lijak, ki osvetljuje kovinske diske. Prisotnost zbiralnih in razpršilnih leč ter odbojnikov ima velik vpliv na impedanco polvalovnega dipola oziroma enovalovne zanke.

Reflektor in direktorji običajno znižajo sevalno upornost vzbujevalnega dipola antene Yagi-Uda. Kot vzbujevalni dipol se pogosto uporablja zaviti dipol s sevalno upornostjo okoli $R_s \approx 200\Omega$, kar simetrični člen $\lambda/2$ preslika na $Z_K = 50\Omega$ standardnega koaksialnega kabla. Dodatno transformacijo impedance omogoča nesimetrični zaviti dipol.

"Gama" prilagoditev (angleško: gamma match) oziroma γ priklop omogoča transformacijo impedance v zelo širokem razponu z nastavljanjem dveh gradnikov: kondenzatorja C in dolžine prilagodilnega voda e .

Izredno širok razpon transformacije γ priklopa je lahko celo varljiv: kljub brezhibni prilagoditvi impedance antena mogoče sploh ne deluje na željeni frekvenci?

Sevalna upornost osamljene enovalovne zanke je v velikostnem razredu $R_s \approx 100 \Omega$. Ko vzbujevalno zanko vstavimo med zanko reflektor in verigo zank direktorjev, se njena sevalna upornost razpolovi. Slednja je blizu $Z_K = 50 \Omega$ standardnega koaksialnega kabla, kar razlaga priljubljenost zank Yagi-Uda:



Vijačno anteno pogosto napajamo s standardnim koaksialnim kablom $Z_K = 50 \Omega$ preko četrtvalovnega transformatorja iz koaksialnega kabla s karakteristično impedanco $\sqrt{140 \Omega \cdot 50 \Omega} \approx 84 \Omega$. Bolj preprosta rešitev prilagoditve impedance vijačne antene na $Z_K = 50 \Omega$ je nastavljeni kondenzator C , priključen med prvi ovoj vijačnice in reflektor na približno $1/8$ ovoja (45°) od napajalne točke. Nastavljeni kondenzator C je lahko preprosto košček pločevine, pritrjen na reflektor ali pa vijačnico in ukrivljen proti drugi elektrodi za najboljšo prilagoditev impedance.

Za vse antene s strukturami z upočasnjanim valovanjem, ki so

načrtovane za največjo smernost, so značilni razmeroma veliki stranski snopi sevanja in ožji glavni snop. Krausov približek smernosti $D \approx 4\pi/(\alpha_E \alpha_H)$ iz širin -3dB obeh prerezov glavnega snopa daje previsoko oceno smernosti. Previsoke navedbe smernosti in dobitkov zasledimo v številnih člankih, knjigah in reklamah proizvajalcev anten.

Vsem antenam s strukturami z upočasnjnim valovanjem se impedanca hitro spreminja s frekvenco. Če izmerjena impedanca antene ni kaj dosti odvisna od frekvence oziroma je antena dobro impedančno prilagojena v širšem frekvenčnem pasu, to najpogosteje pomeni resno načrtovalsko napako antene. Smernost in dobitek takšne sumljive antene sta najpogosteje dosti nižja od navedb.

Vsi opisani umetni dielektriki so eno-dimenzijske strukture. Gradniki strukture so nanizani na eni sami osi v smeri sevanja antene. Povsem jasno se da izdelati tudi 2D in 3D umetne dielektrike. Ker slednji potrebujejo večjo količino kovine od preprostega zbiralnega zrcala, se pri gradnji anten večinoma niso uveljavili.

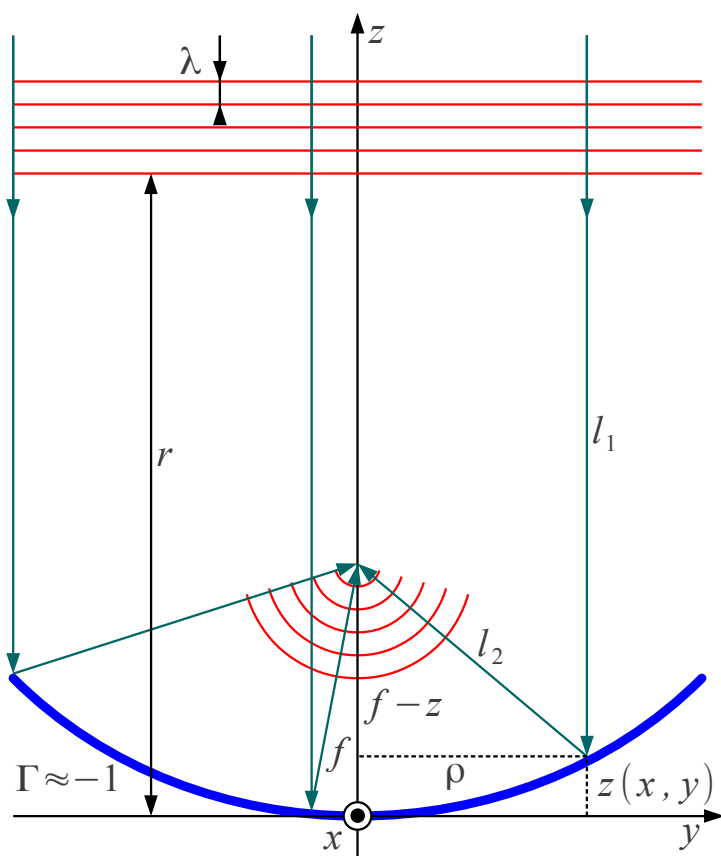
* * * * *

10. Zbiralna zrcala

Izmed različnih ukrepov za odpravljanje kvadratne napake faze so zbiralna zrcala za radijske valove še najbolj podobna zbiralnim zrcalom za vidno svetlobo. Radijska zrcala so učinkovitejša od kovinskih zrcal za svetlobo. Od kovine se odbije približno $P_0 \approx 80\% P_V$ ali -1dB vpadne svetlobe. Površina kovine je dosti boljše zrcalo za radijske valove, odbojnost dosega $\Gamma \approx -1$, da se odbije skoraj vsa vpadna moč.

Kvadratno napako faze popravlja zbiralno zrcalo. Zbiralno zrcalo je ukrivljena kovinska ploskev z dvema dimenzijama, torej načeloma lažja in cenejša od tri-dimenzijske dielektrične leče. Povrhu je delovanje kovinskega zrcala neodvisno od frekvence za razliko od frekvenčno zelo odvisnih umetnih dielektrikov.

Obliko zbiralnega zrcala dobimo iz pogoja, da so vsi žarki od izbrane ravne valovne fronte do gorišča zrcala enako dolgi $l_1 + l_2 = \text{konst.}$, kar pretvori ravninski val v krogelni val ali obratno:



Zbiralno zrcalo

$$l_1 + l_2 = \text{konst.} = r + f$$

$$l_1 = r - z$$

$$l_2 = \sqrt{(f - z)^2 + \rho^2}$$

$$f \equiv \text{goriščna razdalja}$$

$$r - z + \sqrt{(f - z)^2 + \rho^2} = r + f$$

$$\sqrt{(f - z)^2 + \rho^2} = f + z$$

$$(f - z)^2 + \rho^2 = (f + z)^2$$

$$f^2 - 2fz + z^2 + \rho^2 = f^2 + 2fz + z^2$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

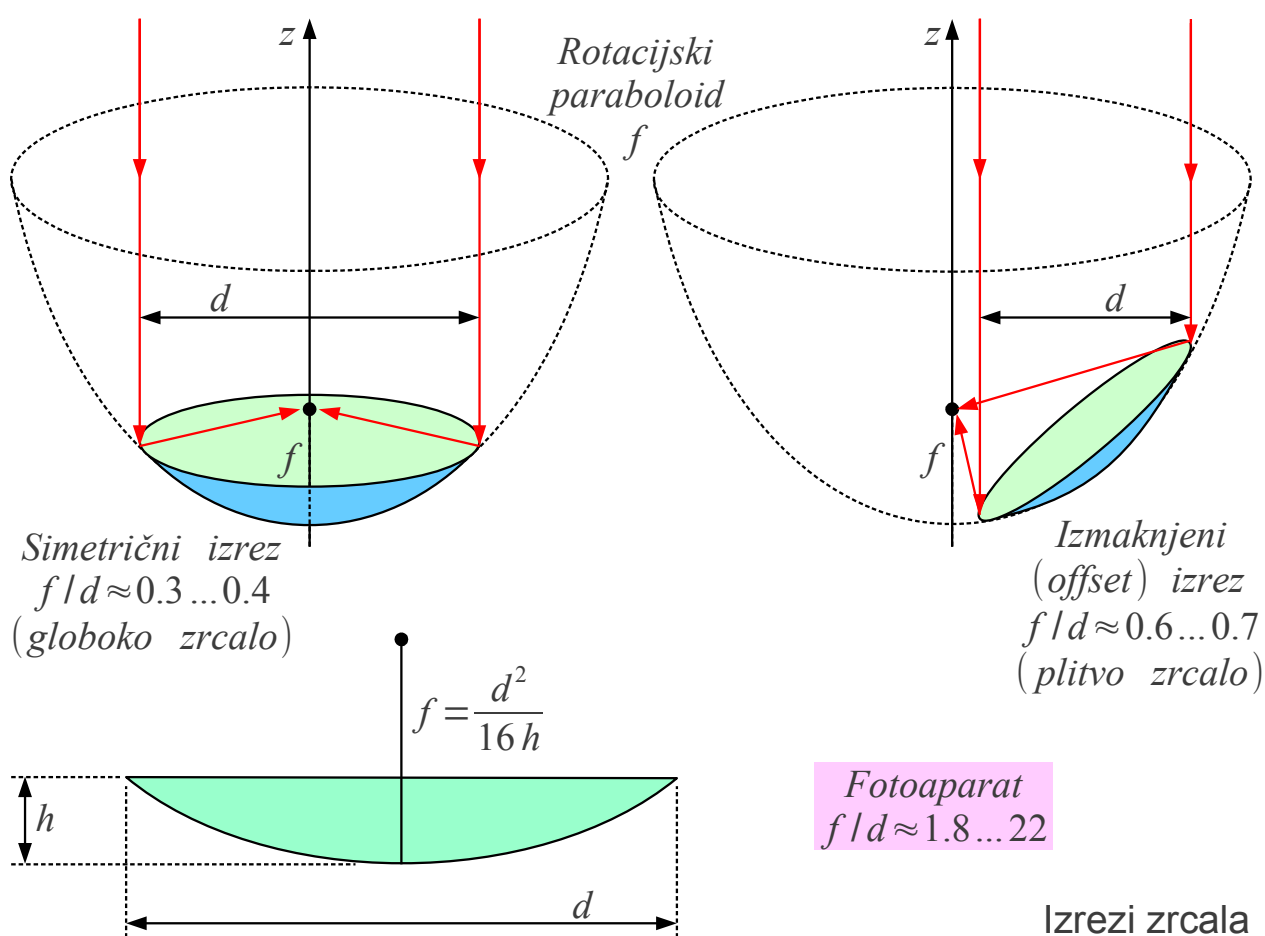
$$\rho^2 = 4fz = x^2 + y^2$$

Rotacijski paraboloid:

$$z(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4f}$$

Matematična krivulja, ki ima eno gorišče na končni razdalji f in drugo gorišče v neskončnosti, je v dveh dimenzijah parabola. V treh dimenzijah krivuljo zamenja ploskev vrtenina, to je rotacijski paraboloid. Krivuljo v dveh dimenzijah oziroma ploskev v treh dimenzijah določa ena skalarna enačba, na primer $z(x, y) = (x^2 + y^2) / (4f)$.

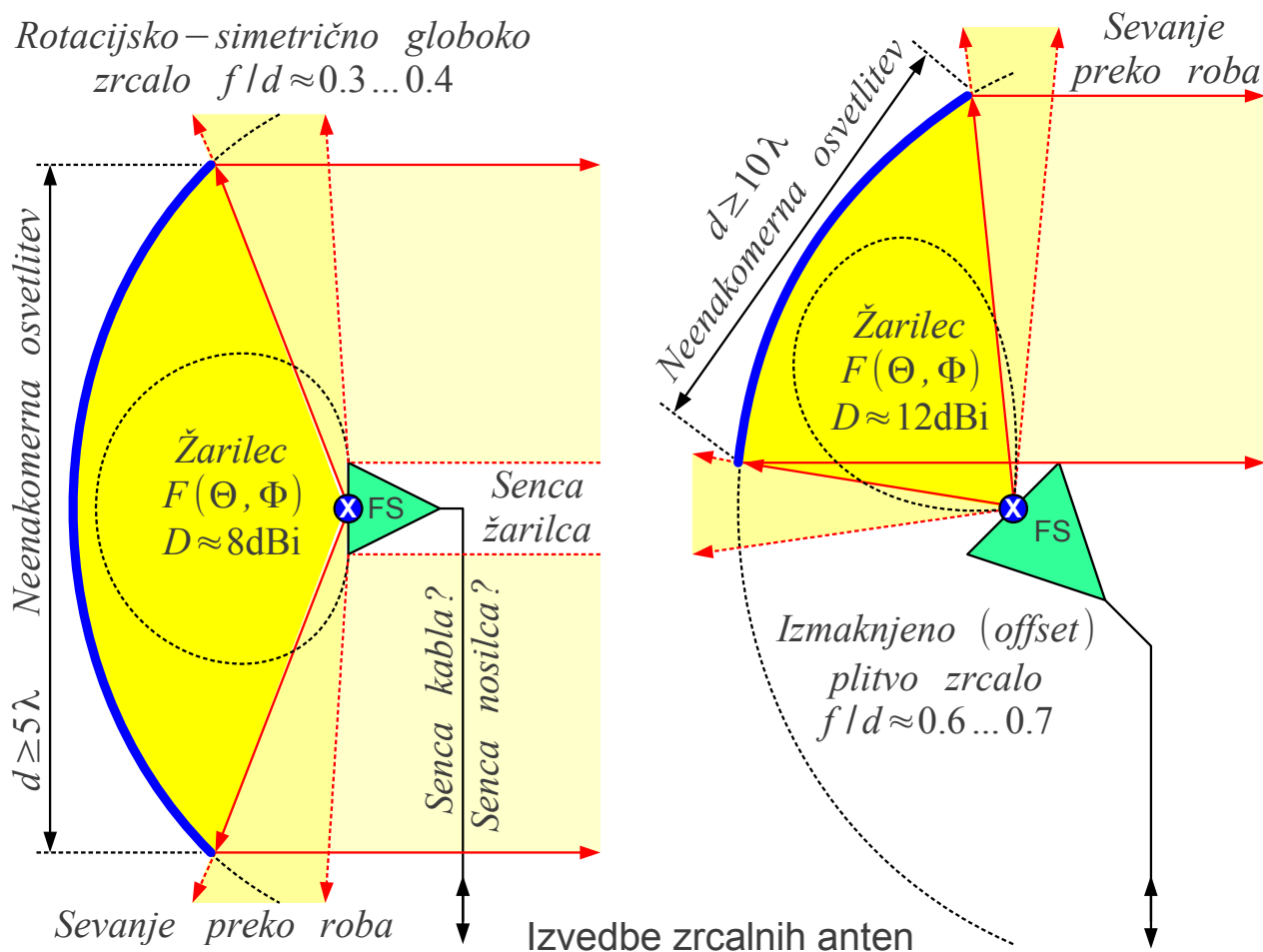
Rotacijski paraboloid je neskončno velika ploskev. Neskončno velike naprave v praksi ne moremo izdelati. Izdelamo lahko kvečjemu del ploskve, ki jo izrežemo iz teoretskega paraboloidea. V radijskih antenah se večinoma uporabljata dva izreza, simetrični izrez in izmaknjeni (offset) izrez:



Oba izreza sta največkrat krožne oblike premera d . Izreza sta lahko eliptične oblike, ko želimo sploščen snop sevanja. Kvadratne izreze oziroma izreze drugačnih oblik je težje izdelati in še težje učinkovito osvetliti s primernim žarilcem. Pri krožnem simetričnem izrezu velja preprosta povezava med goriščnico in globino zrcala $f = d^2 / (16h)$.

Rotacijsko-simetrična zrcala so večinoma globoka zrcala z razmerjem $f/d \approx 0.3 \dots 0.4$, kar za izbrano površino daje kompaktno anteno.

Izmaknjena zrcala so plitvejša z razmerjem $f/d \approx 0.6 \dots 0.7$. Vsa ta razmerja so majhna v primerjavi s tistim, česar smo navajeni v optiki. Zaslonka fotoaparata nastavlja $f/d \approx 1.8 \dots 22$. Žarilec moramo pred zrcalo namestiti tako, da fazno središče žarilca sovpada z goriščem zrcala:

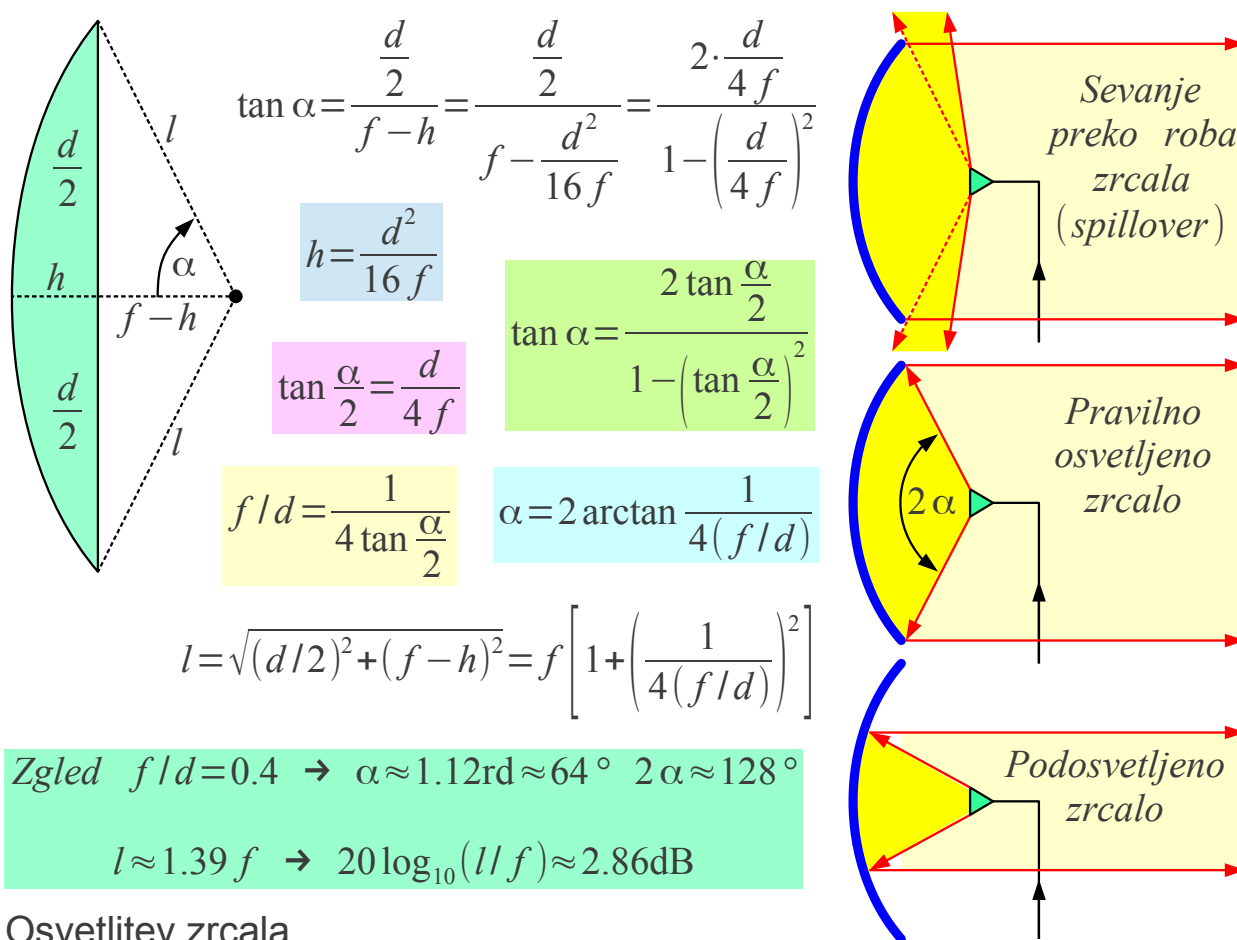


Vsaka izvedba zrcalne antene ima svoje omejitve. Smerni diagram žarilca ni idealen. Površina zrcala ni osvetljena enakomerno. Nekaj sevanja žarilca uhaja tudi preko roba zrcala (angleško: spillover). Pri rotacijsko-simetričnem zrcalu se ne moremo izogniti senci žarilca kot tudi njegovih nosilcev in priključnega voda. Izmaknjeno zrcalo se sicer izogiblje senci žarilca, ima pa zaradi bolj položnega vpada valovanja večjo površino in zahteva daljši nosilec žarilca.

Velikost žarilca in učinek njegove sence postavlja najmanjše smiselne izmere globokega rotacijsko simetričnega zrcala $d \geq 5\lambda$. Plitvo izmaknjeno zrcalo ima večji f/d , kar zahteva večji žarilec in postavlja smiselne izmere izmaknjenega zrcala nad $d \geq 10\lambda$. Zbiralno zrcalo ni smiselna izbira za majhne antene, kjer drugačna zasnova antene daje enako smernost z manj stranskimi snopi in predvsem z manj materiala za nižjo ceno.

Lastnosti zrcalne antene so v veliki meri odvisne od načine osvetlitve in

uporabljenega žarilca. Zahteve za žarilec najlažje določimo pri rotacijsko-simetričnem zrcalu. Iz razmerja f/d lahko določimo kot 2α , ki mora ustrezati snopu sevanja žarilca:



Osvetlitev zrcala

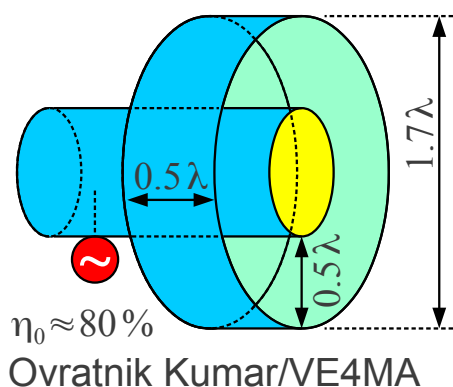
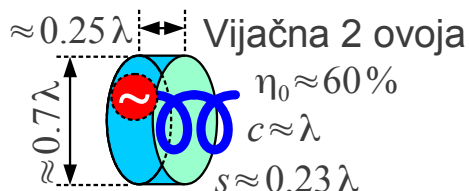
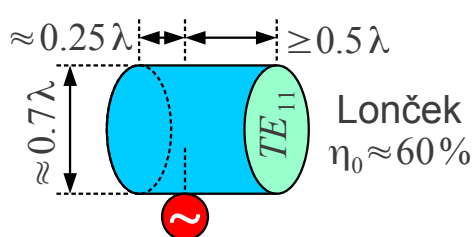
Pri osvetlitvi zrcala moramo upoštevati, da se razdalja med žarilcem in površino zrcala spreminja od najnižje vrednosti f v temenu zrcala vse do l na robu zrcala. Pri globokih rotacijsko simetričnih zrcalih $f/d \approx 0.3 \dots 0.4$ povečana razdalja prinese do $a \approx -3 \text{dB} \dots -4 \text{dB}$ več slabljenja do roba zrcala glede na teme.

Preprosti žarilci imajo zvezno funkcijo smerne diagrama $F(\Theta, \Phi)$, ki počasi upada od smeri največjega sevanja v osi. Z upoštevanjem neenakomerne osvetlitve površine zrcala, sevanja preko roba in sence žarilca izkoristek osvetlitve odprtine dosega komaj $\eta_0 \approx 50\% \dots 60\%$, ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno -10dB glede na središče zrcala. Upad osvetlitve vključuje okoli -6dB upada smerne diagrama žarilca $F(\Theta, \Phi)$ ter učinek povečane razdalje do roba zrcala $l > f$.

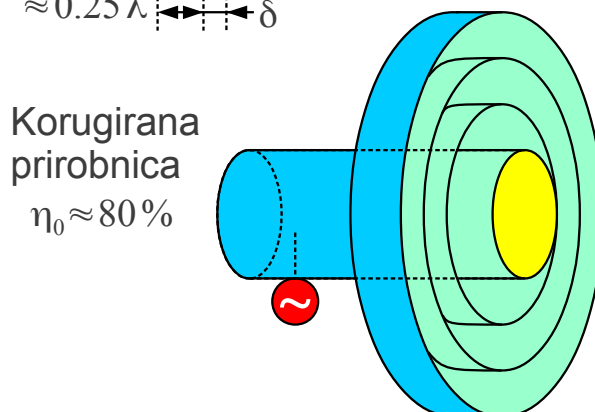
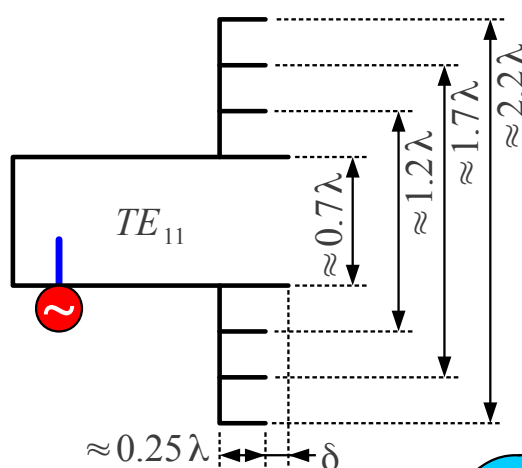
Visoko slabljenje stranskih snopov sevanja zrcalne antene zahteva večji upad osvetlitve vse do $-15 \text{dB} \dots -20 \text{dB}$ na robu zrcala. Pri vesoljskih

komunikacijah predstavlja veliko omejitev toplotni šum. Satelitske antene pogosto načrtujemo za upad osvetlitve -15dB na robu zrcala, da pogled žarilca preko roba ne sprejema toplotnega šuma vroče okolice $T_Z \approx 290\text{K}$ na Zemlji. Znižanje toplotnega šuma na raven hladnega neba $T_N \approx 10\text{K}$ je v tem primeru bolj pomembno od manjše izgube smernosti sprejemne antene.

Smernost žarilca je v velikostnem razredu $D \approx 8\text{dBi}$ za osvetlitev globokega zrcala $f/d \approx 0.3 \dots 0.4$. Za osvetlitev majhnega $d \approx 5\lambda$ zrcala je smiselno uporabiti čim manjši žarilec, da je njegova senca čim manjša. V ta namen lahko uporabimo votlinsko anteno "lonček" oziroma prehod iz koaksialnega kabla na krožni valovod. Podobne lastnosti ima tudi krajša vijačna antena na dva ovoja. V obeh primerih lahko računamo na izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 60\%$. Pri krožni polarizaciji ne smemo pozabiti, da odboj od zrcala menja smer krožne polarizacije!



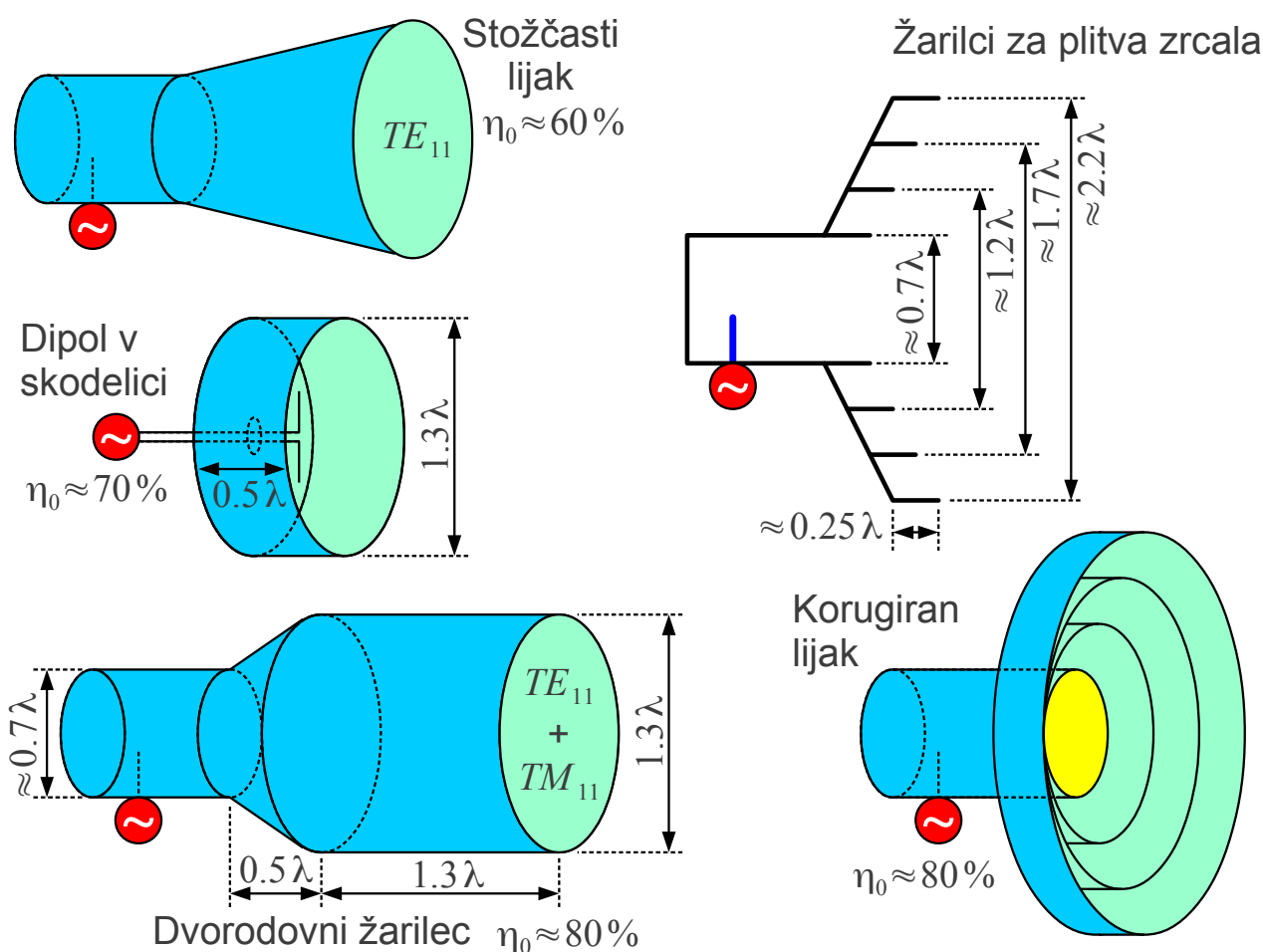
Žarilci za globoka zrcala



Pri večji globokih zrcalih $d \geq 10\lambda$ si lahko privoščimo večji žarilec, ki omogoča bolj enakomerno osvetlitev zrcala z izkoristkom do $\eta_0 \approx 80\%$. Preprosta rešitev je ovratnik globine $\lambda/2$ in širine $\lambda/2$, ki ga je izumil A. Kumar leta 1978, med radioamaterje pa razširil VE4MA. Širši frekvenčni pas

pokrije korugirana prirobnica, ki jo namestimo na krožni valovod. Odmik prirobnice δ od odprtine valovoda pri tem omogoča manjše popravke kota sevanja 2α žarilca.

Plitva (izmaknjena) zrcala $f/d \approx 0.6 \dots 0.7$ zahtevajo večje žarilce z višjo smernostjo okoli $D \approx 12 \text{ dBi}$. Stožčasti kovinski lijak pri tem dosega izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 60\%$ zaradi nesimetrije osnovnega valovodnega rodu TE_{11} . Boljši izkoristek osvetlitve doseže dipol v skodelici. Še boljši izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 80\%$ doseže dvorodovni žarilec:



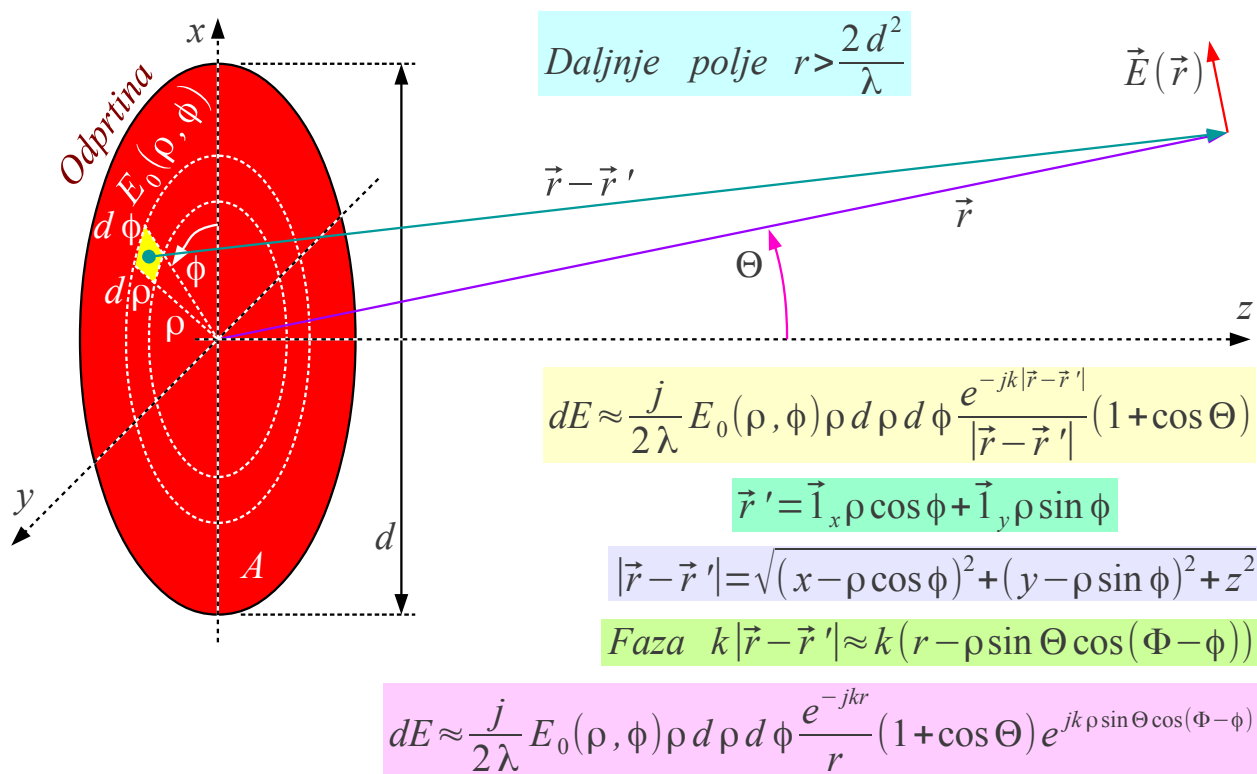
V dvorodovnem žarilcu krožni valovod hitro razširimo, da poleg osnovnega rodu TE_{11} vzbudimo še višji rod TM_{11} v širši cevi. Zaradi različnih faznih konstant $\beta_{TM11} < \beta_{TE11}$ lahko s skrbno izbiro dolžine širše cevi natančno nastavimo medsebojno fazo obeh rodov. Opisana rešitev dobro deluje v ozkem frekvenčnem pasu.

Širokopasovna rešitev za vsa zrcala je korugirani lijak. Korugirana prirobnica je navsezadnje samo široko odprt korugirani lijak. Korugirana površina ima krožne utore globine $\lambda/4$. Utori preslikajo kratek stik v odprte

spenke, kar preprečuje ploskovne tokove $\vec{K}=0$ oziroma tangencialno komponento magnetnega polja ob steni $\vec{H}_t=0$. Kovinski grebeni med utori preprečujejo tangencialno komponento električnega polja $\vec{E}_t=0$.

Korugirane stene valovoda oziroma lijaka se obnašajo enako za električno in magnetno polje. Osnovni rod v takšnem valovodu oziroma lijaku je hibridni rod HE_{11} , ki ima zelo lepo simetrično porazdelitev električnega in magnetnega polja ter lep, rotacijsko-simetričen smerni diagram. Korugirani lijak oziroma angleško "scalar feed" dosega izkoristek osvetlitve zrcala okoli $\eta_0 \approx 80\%$ za globoka in plitva zrcala in celo še več pri dvozrcalnih antenah.

Sevanje zrcalne antene običajno računamo kot sevanje krožne odprtine. Osvetlitev odprtine $E_0(\rho, \phi)$ običajno zapišemo z valjnimi koordinatami na površini zrcala A :



$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_0^{d/2} \int_0^{2\pi} E_0(\rho, \phi) e^{jk\rho \sin \Theta \cos(\Phi - \phi)} \rho d\rho d\phi$$

Sevanje krožne odprtine

Osvetlitev odprtine $E_0(\rho, \phi)$ je lahko zelo komplicirana funkcija. Pri rotacijsko-simetričnem zrcalu moramo pri osvetlitvi upoštevati celo senco žarilca! Valovanje, ki ga zasenči žarilec, sicer ne izgine v nič, pač pa ga

opazimo kot odbiti val, ki kazi impedančno prilagoditev linearno-polariziranega žarilca oziroma sklopi levo in desno krožno polarizacijo za velikost odbojnosti:

$$|\Gamma| \approx \frac{G\lambda}{4\pi f} \quad G \equiv \text{dobitek žarilca}$$

Protiukrep je majhen kovinski disk v temenu simetričnega zrcala. Disk je po velikosti primerljiv žarilcu. Razdaljo med diskom in površino zrcala nastavimo tako, da je odboj od zrcala nazaj v žarilec najmanjši.

Enakomerno osvetlitev zrcala brez sence žarilca in drugih napak je zelo težko doseči. Kljub temu izpeljava sevanja in smernega diagrama enakomerno osvetljene krožne odprtine brez napake faze veliko pove o obnašanju zrcalnih anten:

$$E_0(\rho, \phi) = \text{konst.} = C$$

$$J_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m t^{2m+n}}{2^{2m+n} m! (m+n)!}$$

$$E = \frac{j}{2\lambda} C \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_0^{d/2} \int_0^{2\pi} e^{jk\rho \sin \Theta \cos(\Phi - \phi)} \rho d\rho d\phi$$

$$\int_0^{2\pi} e^{jt \cos \phi} d\phi = 2\pi J_0(t)$$

$$E = \frac{j}{\lambda} C \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1 + \cos \Theta}{2} \int_0^{d/2} 2\pi J_0(k\rho \sin \Theta) \rho d\rho$$

$$\frac{d}{dt} [t^n J_n(t)] = t^n J_{n-1}(t)$$

$$\int_0^{d/2} 2\pi J_0(k\rho \sin \Theta) \rho d\rho = 2\pi \left[\rho \frac{J_1(k\rho \sin \Theta)}{k \sin \Theta} \right]_0^{d/2} = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \frac{2 J_1 \left(\frac{kd}{2} \sin \Theta \right)}{\frac{kd}{2} \sin \Theta}$$

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$\frac{kd}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}$$

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{2 J_1 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \Theta \right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \Theta}$$

$$E = \frac{j}{\lambda} C A \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1 + \cos \Theta}{2} \frac{2 J_1 \left(\frac{kd}{2} \sin \Theta \right)}{\frac{kd}{2} \sin \Theta}$$

$$J_1(t) = 0 \rightarrow t \approx 3.8318$$

Enakomerno osvetljen krog

$$\alpha_{-3\text{dB}} \approx \Theta_0 \approx \arcsin \Theta_0 \approx \frac{3.8318\lambda}{\pi d} \approx 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

Integracija po kotu ϕ je povsem enaka definiciji Besselove funkcije $J_0(t)$. Integracija po polmeru ρ daje funkcijo oblike $2 J_1(t)/t$, ki v valjnih koordinatah zamenja $\sin(x)/x$ iz kartezičnih koordinat. Obe funkciji sicer izgledata podobno. Pri enakomerno osvetljeni krožni odprtini je prvi

stranski snop bolj zadušen za približno -17.6dB glede na glavni snop sevanja.

Širina -3dB glavnega snopa je v grobem enaka $\alpha_{-3\text{dB}} \approx \Theta_0$ oddaljenosti prve ničle smernega diagrama od maksimuma sevanja. Slednjo je preprosto izračunati $\Theta_0 [\text{rd}] \approx 1.22 \lambda / d$ v primeru enakomerno osvetljene krožne odprtine. Obrazec ima široko področje uporabe, od določanja ločljivosti optičnih daljnogledov do ocene širine snopa sevanja zrcalne antene.

Kljub temu, da je glavna naloga zbiralnega zrcala popravljjanje kvadratne napake faze, smerni diagram in smernost krožne odprtine največkrat kazi prav kvadratna napaka faze. Sevanje krožne odprtine premera d zato izpeljemo za primer konstante jakosti osvetlitve C in napako faze, ki narašča sorazmerno kvadratu oddaljenosti od osi odprtine ρ^2 vse do vrednosti $\Delta\phi$ na robu odprtine:

$$E_0(\rho, \phi) = C e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}$$

$$\int_0^{2\pi} e^{jt \cos \phi} d\phi = 2\pi J_0(t)$$

$$E = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_0^{d/2} \int_0^{2\pi} C e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2} e^{jk\rho \sin \Theta \cos(\Phi - \phi)} \rho d\rho d\phi$$

$$E = \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1 + \cos \Theta}{2} \int_0^{d/2} C e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2} 2\pi J_0(k\rho \sin \Theta) \rho d\rho$$

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$E = \frac{j}{\lambda} C A \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1 + \cos \Theta}{2} \left[\frac{8}{d^2} \int_0^{d/2} e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2} J_0(k\rho \sin \Theta) \rho d\rho \right]$$

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{1 + \cos \Theta}{2} \left[\frac{8}{d^2} \int_0^{d/2} e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2} J_0(k\rho \sin \Theta) \rho d\rho \right]$$

$$\Theta = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad J_0(k\rho \sin \Theta) = 1$$

$$u = (2\rho/d)^2$$

$$F(\Theta = 0) = \frac{8}{d^2} \int_0^{d/2} e^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2} \rho d\rho = \int_0^1 e^{-j\Delta\phi u} du = \frac{e^{-j\Delta\phi} - 1}{-j\Delta\phi} = e^{-j\Delta\phi/2} \frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2}$$

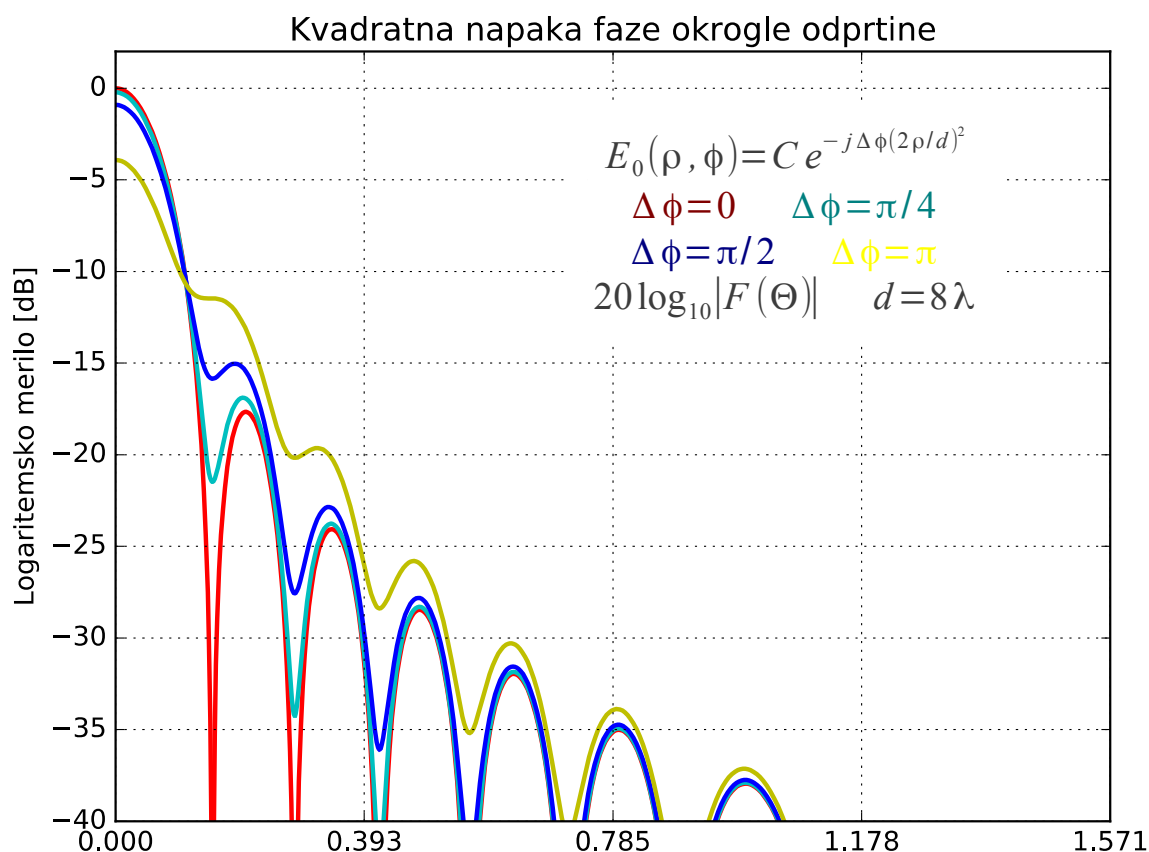
Kvadratna napaka faze

$$\Delta D_{[\text{dB}]} = 20 \log_{10} |F(\Theta = 0)| = 20 \log_{10} \left| \frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2} \right|$$

Integracija po polmeru ρ v splošnem ni analitsko rešljiva z izjemo osi $\Theta = 0$ krožne odprtine. Na osi krožne odprtine preko integracije polja preprosto izračunamo izgubo smernosti, dobitka oziroma moči kot funkcijo

napake faze $\Delta\phi$. Rezultat računa smo uporabili že v poglavju o meritvah anten pri določanju Fraunhoferjevega pogoja oziroma Rayleighjeve razdalje.

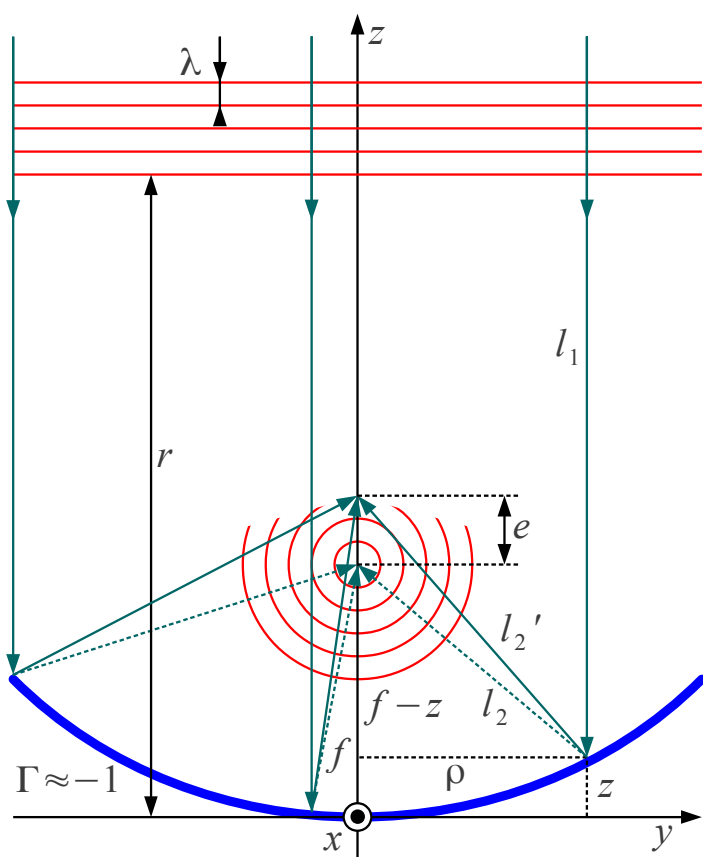
Integracijo v poljubni smeri Θ pri neničelni kvadratni napaki faze $\Delta\phi \neq 0$ izvedemo številsko. Kot zgled izrišemo smerne diagrame krožne odprtine premera $d = 8\lambda$ brez fazne napake (analitska rdeča krivulja $\Delta\phi = 0$ oziroma s fazno napako $\Delta\phi = \pi/4$ (zeleno krivuljo), $\Delta\phi = \pi/2$ (modra krivulja) in $\Delta\phi = \pi$ (rumena krivulja):



Tudi v primeru krožne odprtine so smerni diagrami izrisani v logaritmskem merilu z razponom 40dB v območju $0 \leq \Theta \leq \pi/2$, saj nas vzvratno sevanje odprtine ne zanima. Učinek kvadratne napake faze na krožni odprtini je podoben učinku na pravokotni odprtini piramidnega lijaka. Prva ničla smernega diagrama postaja čedalje bolj plitva in skoraj izgine še preden se učinek kvadratne napake faze sploh opazi kot izguba smernosti odprtine.

V primeru antene s paraboličnim zbiralnim zrcalom hitro opazimo bočni odmik žarilca od osi zrcala. Manjše bočne odmike lahko popravimo tako, da celotno anteno sukamo za najmočnejši sprejem. Osni odmik e faznega središča žarilca od gorišča paraboličnega zrcala povzroči v prvem približku tik

ob osi zrcala kvadratno napako faze:



Osni odmik žarilca

$$l_2 = \sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$l_2' = \sqrt{(e+f-z)^2 + \rho^2} \quad l_1 = r - z$$

$$l_1 + l_2' = r - z + \sqrt{(e+f-z)^2 + \rho^2} = r - z + \sqrt{(f+z)^2 + e^2 + 2ef - 2ez}$$

$$e \ll f \quad l_1 + l_2' \approx r + f + \frac{(e^2 + 2ef - 2ez)}{2(f+z)}$$

$$\Delta l \approx e \left[\frac{f-z}{f+z} - 1 \right] = e \frac{-2z}{f+z}$$

$$\Delta l \approx e \frac{-8\rho^2}{4f^2 + \rho^2} \quad z = \frac{\rho^2}{4f}$$

$$\Delta \phi = k \Delta l \approx ke \frac{-8\rho^2}{4f^2 + \rho^2}$$

Ob osi zrcala
 $\rho \ll f \rightarrow \Delta \phi \approx -2ke(\rho/f)^2$

Osni odmik žarilca težko opazimo iz geometrije antene, iz izgube smernosti antene oziroma iz sprejete moči signala. Položaj gorišča ni prav preprosto določiti pri izmaknjenem zrcalu. Položaja faznega središča žarilca običajno sploh ne poznamo.

V takšnih primerih je smiselno nalogo obrniti. Najprej izmeriti smerni diagram celotne zrcalne antene. Nato iz globine prvih ničel oceniti kvadratno napako faze. Končno iz kvadratne napake faze določiti osni odmik žarilca. Pri merjenju smerne diagrama moramo uporabiti zadosti veliko oddaljenost r referenčne antene oziroma končno oddaljenost referenčne antene r preračunati v popravek položaja gorišča f' po enačbi zbiralnega zrcala:

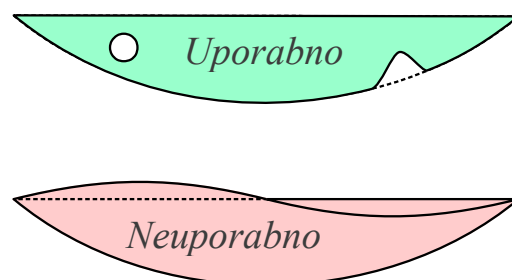
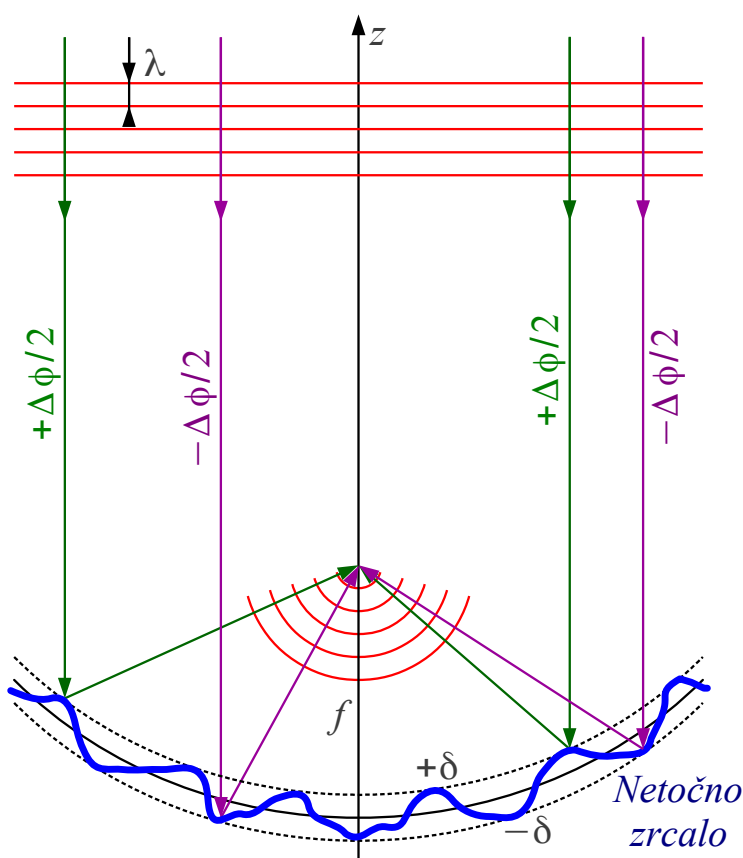
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{r}$$

V napake faze se preslikajo tudi napake oblike zrcala. Natančno izdelan astronomski teleskop prikaže vsaj en uklonski kolobar (prva ničla smerne diagrama!) okoli točkastega vira svetlobe (oddaljena zvezda). Nekakovosten teleskop z netočnimi lečami oziroma zrcali ne prikaže uklonskih kolobarjev

okoli zvezd.

V primeru zbiralnega zrcala se netočnost površine zrcala $\pm\delta$ preslika v dvakratno spremembo dolžine poti žarka valovanja $\pm 2\delta$ od ravne valovne fronte do površine zrcala in od površine zrcala do gorišča. Pri odstopanju površine zrcala $\pm\delta$ zato pričakujemo napako faze

$\Delta\phi \approx 4k\delta$. Če so odstopanja oblike zrcala enakomerno razporejena po površini zrcala, izgubo smernosti antene opisuje popolnoma enak izraz kot v primeru kvadratne napake faze:



$$\Delta\phi \approx 4k\delta$$

$$\Delta D_{\text{dB}} \approx 20 \log_{10} \left| \frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2} \right|$$

$\pm\delta$	$\Delta\phi$	$\Delta D [\text{dB}]$
$\pm\lambda/4$	2π	$-\infty$
$\pm\lambda/8$	π	-3.922
$\pm\lambda/16$	$\pi/2$	-0.912
$\pm\lambda/32$	$\pi/4$	-0.224

Napake oblike zrcala

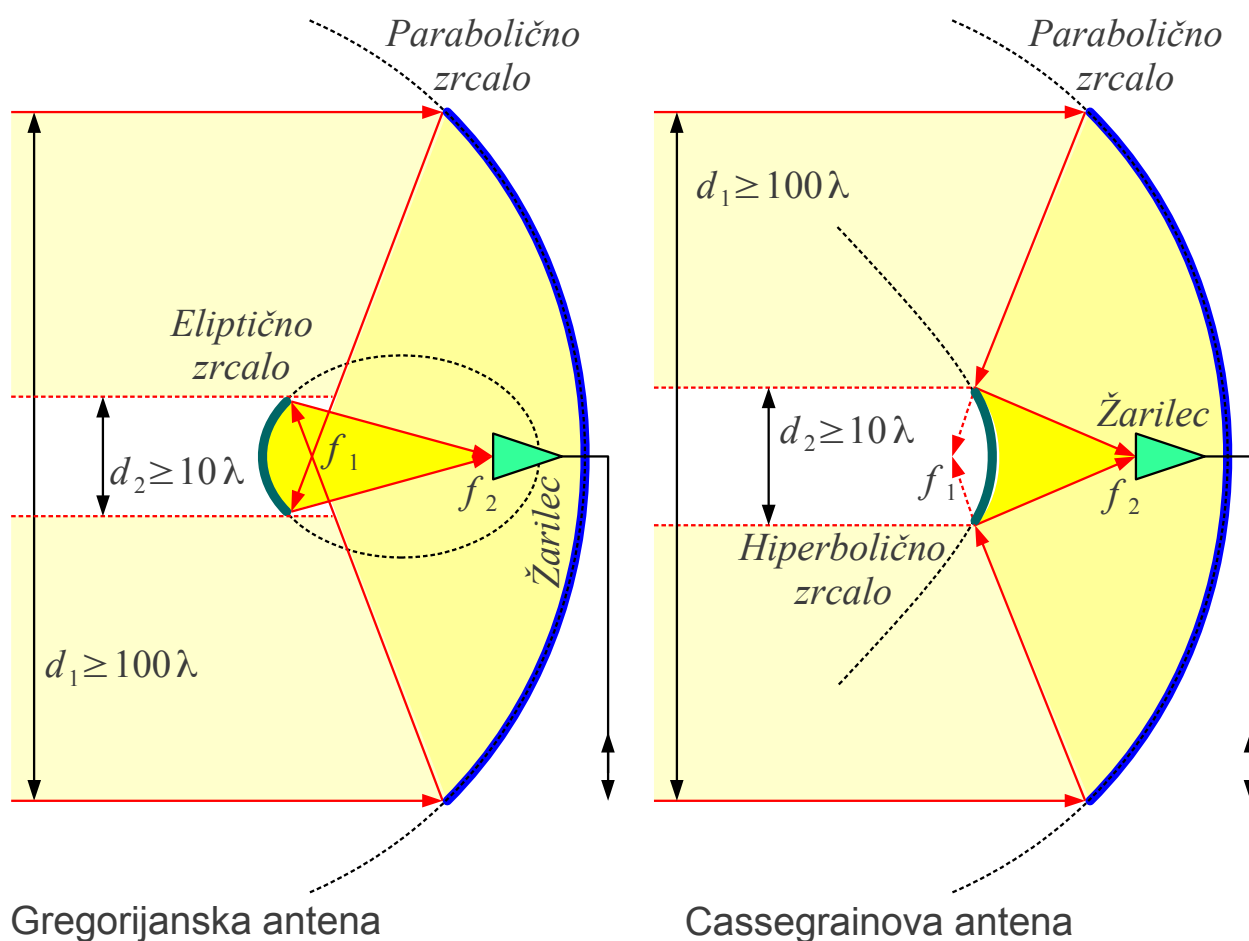
Zgled: $f = 12\text{GHz}$ $\lambda = 25\text{mm}$ $\pm\delta = \pm 0.8\text{mm}$

Smiselna izguba smernosti antene zahteva zelo točno zrcalo. Oblika zrcala sme odstopati za največ $\pm\lambda/32$! Sprejem satelitske televizije v frekvenčnem pasu $f_0 = 12\text{GHz}$ zahteva zbiralno zrcalo s površino, ki ne odstopa za več kot $\pm 0.8\text{mm}$ od idealnega rotacijskega paraboloidea.

V resničnem svetu brezhibno zrcalo ne obstaja. Vsako zrcalo ima določena odstopanja zaradi netočne izdelave, napačne vgradnje, okoljskih vplivov (težnost, veter) in poškodb. Zrcalo z manjšimi lokalnimi poškodbami, kot so posamezne luknje ali globoke buške v površini, je običajno povsem uporabno, saj večina površine nima hujših napak. Obratno je zrcalo z ukrivljenim robom v osmico običajno povsem neuporabno, saj večina

površine hudo odstopa od predpisane oblike.

Podobno kot optične teleskope lahko izdelamo tudi radijske antene z več različnimi zrcali. Najbolj znana dvo-zrcalna teleskopa sta Gregorijanski teleskop, ki ga je izumil James Gregory leta 1663 in Cassegrainov teleskop, ki ga je izumil Laurent Cassegrain leta 1672. Na popolnoma enak način sta načrtovani dvo-zrcalni radijski anteni, Gregorijanska in Cassegrainova antena:



Pri obeh teleskopih oziroma antenah je veliko zrcalo rotacijski paraboloid. Gregorijanski teleskop uporablja rotacijski elipsoid kot manjše zrcalo. Cassegrainov teleskop uporablja rotacijski hiperboloid kot manjše zrcalo. Rotacijski elipsoid oziroma hiperboloid ima dve gorišči, da preslika gorišče velikega paraboličnega zrcala f_1 v drugo gorišče f_2 .

Eliptično zrcalo ima obe gorišči na isti strani zrcalne ploskve. Žarki iz velikega paraboličnega zrcala se najprej sekajo v gorišču f_1 , preden ji eliptično zrcalo odbije v drugo gorišče f_2 . Hiperbolično zrcalo ima gorišči na različnih straneh zrcalne ploskve. Žarki iz velikega paraboličnega zrcala sploh ne dosežejo gorišča f_1 , saj jih hiperbolično zrcalo že prej odbije v

drugo gorišče f_2

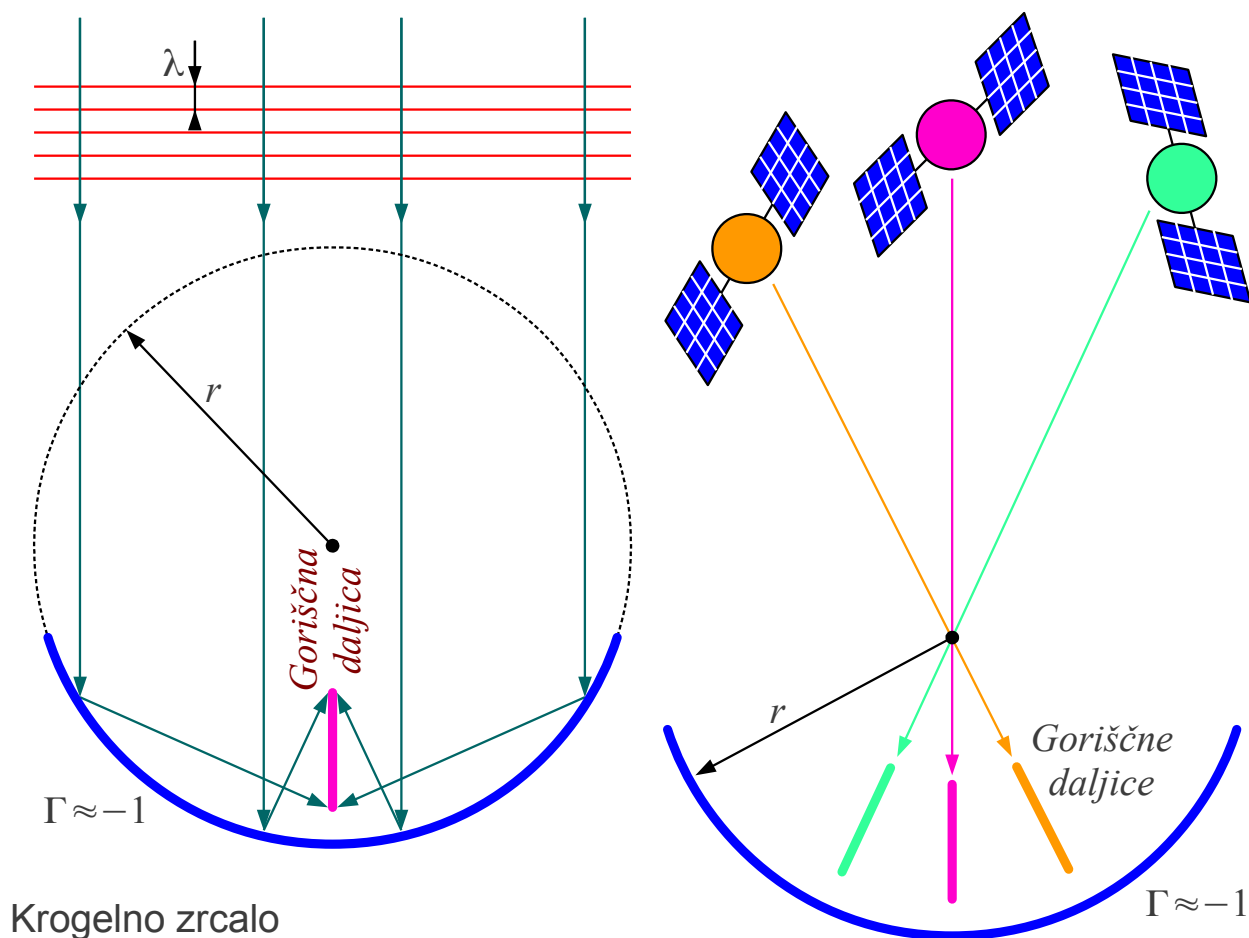
S stališča načrtovanja dvo-zrcalne antene imata obe, Gregorijanska in Cassegrainova podobne lastnosti. Obe potrebujeta žarilec za višje razmerje f/d , kjer lahko z dolgim in položnim korugiranim lijakom dosežemo zelo natančno osvetlitev zrcal. Dostop do žarilca je ugoden z zadnje strani antene, še posebno v primeru, ko anteno napajamo z radijskim oddajnikom velike moči na visokih frekvencah. Sevanje preko roba malega zrcala in stranski snopi žarilca vidijo hladno nebo, torej prispevajo le malo toplotnega šuma v radijski sprejemnik.

Smiselne izmere dvo-zrcalne antene so zelo velike. Veliko parabolično zrcalo je običajno večje od $d_1 \geq 100\lambda$, manjše eliptično ali hiperbolično zrcalo pa večje od $d_2 \geq 10\lambda$. Zaradi nekoliko manjših izmer in preprostejše mehanske konstrukcije se pogosteje uporablja Cassegrainova antena.

Pri dvo-zrcalnih antenah lahko manjše zrcalo oblikujemo tako, da popravimo smerni diagram žarilca in dosežemo zelo enakomerno osvetlitev velikega zrcala. Manjšo napako faze je nujno popraviti z obliko velikega zrcala, ki ni več natančen paraboloid. Opisani ukrepi prinesejo do 1dB višjo smernost dvo-zrcalne antene v primerjavi z eno-zrcalno anteno z odličnim korugiranim lijakom v gorišču paraboličnega zrcala. Pri tem lahko izkoristek osvetlitve odprtine preseže $\eta_0 > 95\%$ kljub nezanemarljivi senci manjšega zrcala.

Načrtovanje takšne optimizirane dvo-zrcalne antene daleč presega okvir tega učbenika. Sama izgradnja antene dopušča veliko stopenj svobode za medsebojno lego obeh zrcal in žarilca. Natančna nastavitev lege dveh zrcal in žarilca je dosti bolj komplicirana naloga od iskanja gorišča eno-zrcalne antene!

Rotacijski paraboloid ni edina možna oblika zbiralnega zrcala. Od drugih oblik zbiralnih zrcal je najpomembnejše krogelno zrcalo. Krogelno zrcalo ima prednost, da zbira žarke na povsem enak način ne glede na smer prihoda valovanja. Žal krogelno zrcalo nima točkastega gorišča, pač pa goriščno daljico. Slednja zahteva poseben žarilec, ki nima faznega središča:



Krogelno zrcalo je smiselno takrat, ko moramo z istim zrcalom sprejemati signale iz različnih smeri, na primer iz različnih satelitov na različnih položajih v geostacionarni tirnici. Krogelno zrcalo uporabljamo tudi takrat, ko je zrcalo preveliko, da bi ga lahko mehansko obračali. Največji radioteleskopi uporabljajo fiksna krogelna zrcala, premika se le žarilec.

Izvedba krogelnega zrcala in primernih žarilcev se silno poenostavi za manjša $d < 30\lambda$ plitva (običajno izmaknjena) zrcala. Krogla se tedaj kaj dosti ne razlikuje od rotacijskega paraboloida. Pri majhnih razlikah smeri televizijskih satelitov $\Theta < 10^\circ$ preprosto namestimo več standardnih dvorodovnih žarilcev na primernih legah pred standardno izmaknjeno zrcalo.

* * * * *