

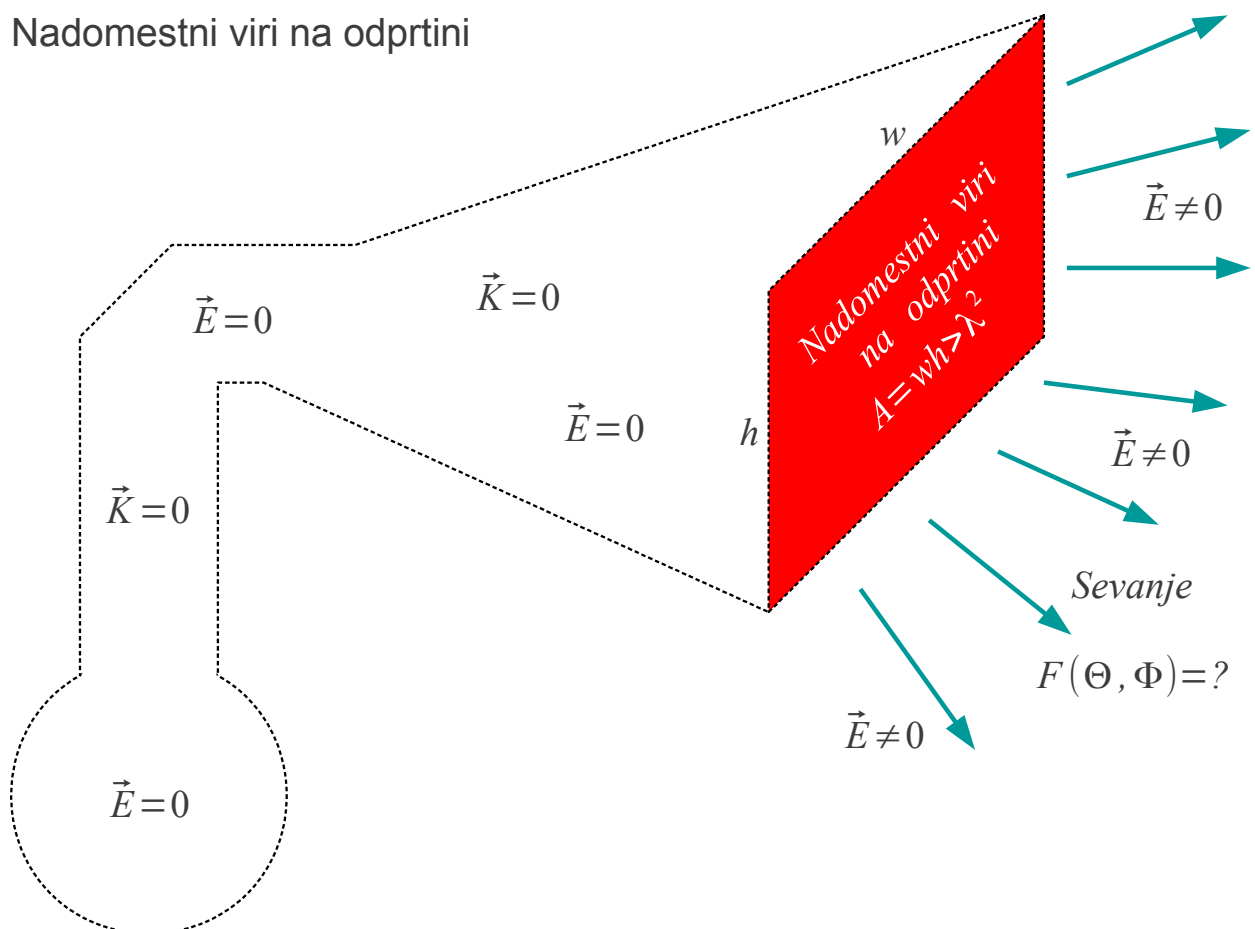


lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine  $w$  in višine  $h$ . Ploskovni tok  $\vec{K}$  ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri  $a > \lambda/2$  in  $b \approx a/2$  primerljivi z valovno dolžino.

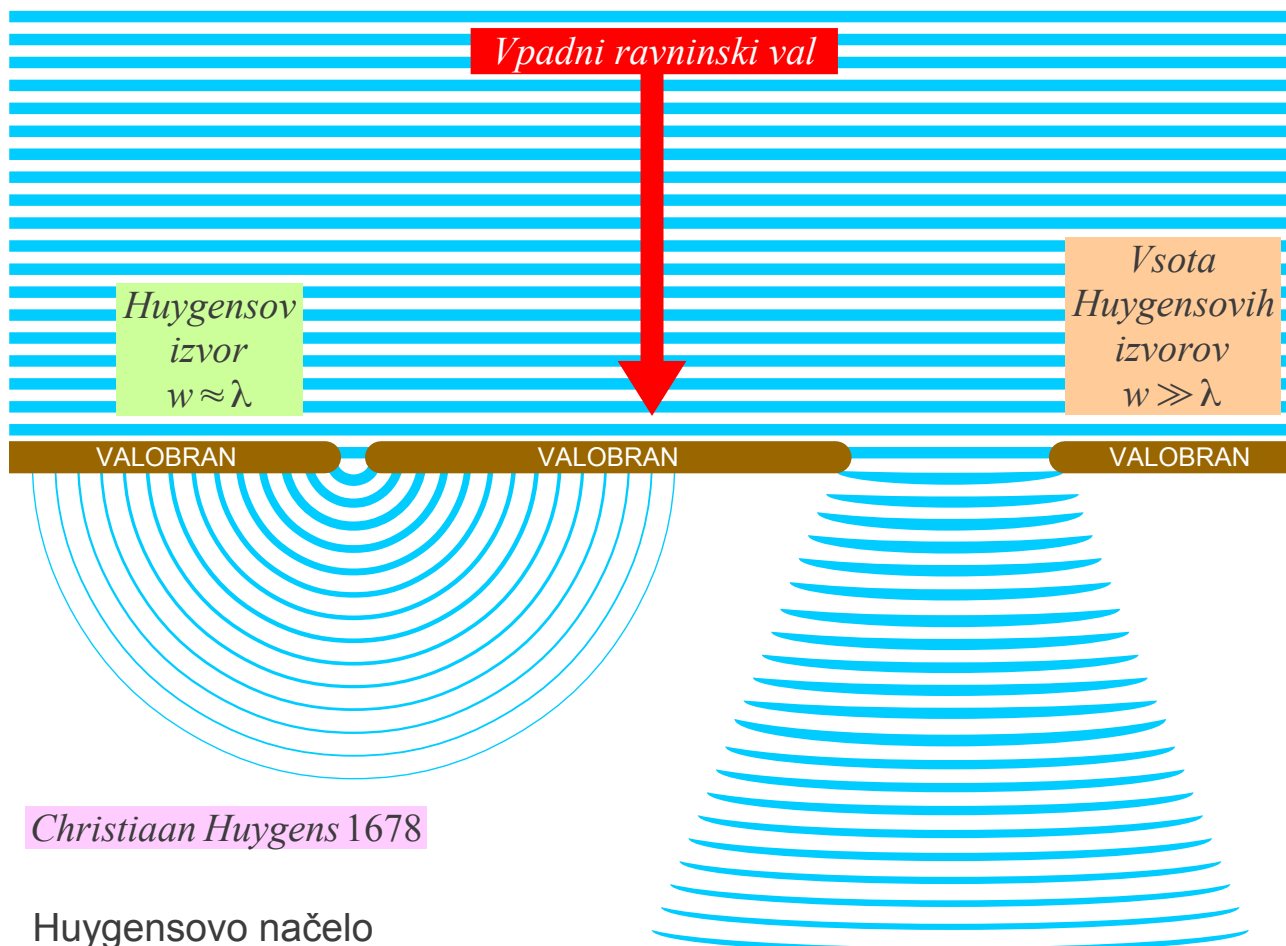
Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino  $A = wh > \lambda^2$ , ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda  $a < \lambda$  in  $b < \lambda/2$  zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nima vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega skušamo poenostaviti tako, da na odprtino  $A = wh > \lambda^2$  namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:

Nadomestni viri na odprtini



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina  $w \approx \lambda$  v valobranu se obnaša kot točkast vir krogelega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:

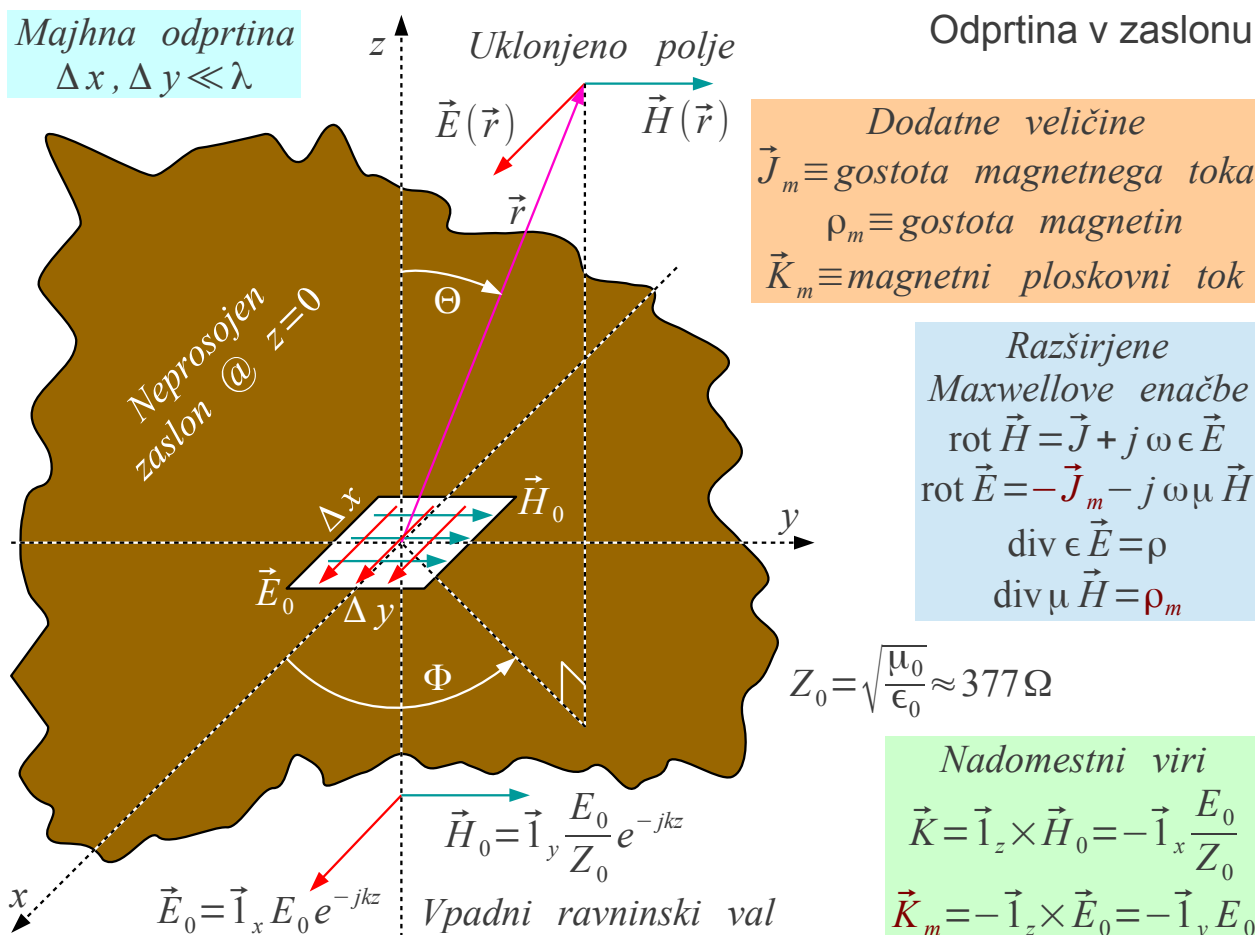


Valovanje za široko odprtino  $w \gg \lambda$  v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevavanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini  $A \gg \lambda^2$ , saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega  $\Delta A \ll \lambda^2$  majhnega elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina  $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$  v neprosojnim zaslonu v vodoravni ravnini  $z = 0$ .

Elektromagnetni ravninski val  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$  se širi navzgor v smeri osi  $z$ . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$  v smeri osi  $x$ . V gornjem polprostoru  $z > 0$  opazujemo uklonjeno polje  $\vec{E}(\vec{r})$ ,  $\vec{H}(\vec{r})$ :



Ko skušamo nadomestiti ravninski val  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$  z elektromagnetnim Huygensovim izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini  $\vec{1}_z \times \vec{H}_0 = \vec{K}$  lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini  $\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = 0$ .

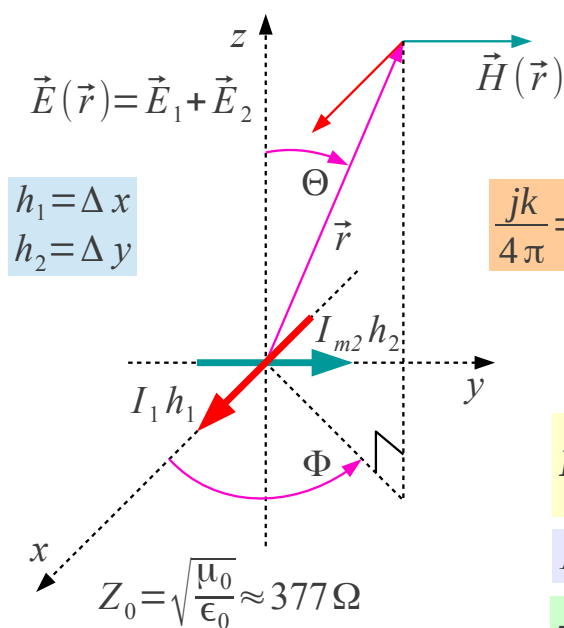
Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwellove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin  $\rho_m$  in gostoto magnetnega toka  $\vec{J}_m$ . Skok tangencialne komponente električnega polja  $-\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = \vec{K}_m$  opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje  $\vec{E}_0$  v spodnjem polprostoru  $z < 0$ , je takšno reševanje

naloge povsem dopustno.

Ploskovni električni tok seštejemo po širini  $\vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta y = I_1$  v električni tok. Slednji seva kot točkasti električni dipol  $I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y$  v osi  $x$ . Znan izraz za sevano električno polje  $\vec{E}_1$  točkastega električnega dipola samo še zasukamo v koordinatni sistem  $(r, \Theta_x, \Phi_x)$  s tečajem v osi  $x$ .

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini  $\vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x = I_{m2}$  v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol

$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y$  v osi  $y$ . Iz dualnosti uganemo izraz za sevano magnetno polje  $\vec{H}_2$  magnetnega točkastega dipola in ga zasukamo v koordinatni sistem  $(r, \Theta_y, \Phi_y)$  s tečajem v osi  $y$ . Pripadajoče sevano električno polje je  $\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r$ :



$$h_1 = \Delta x$$

$$h_2 = \Delta y$$

$$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$$

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_1 \approx -\vec{1}_{\Theta_x} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} \sin \Theta_x = -\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi$$

$$\text{Dualnost } \vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y = -E_0 \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r \approx \vec{1}_{\Phi_y} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$\vec{1}_{\Phi_y} \sin \Theta_y = \vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi$$

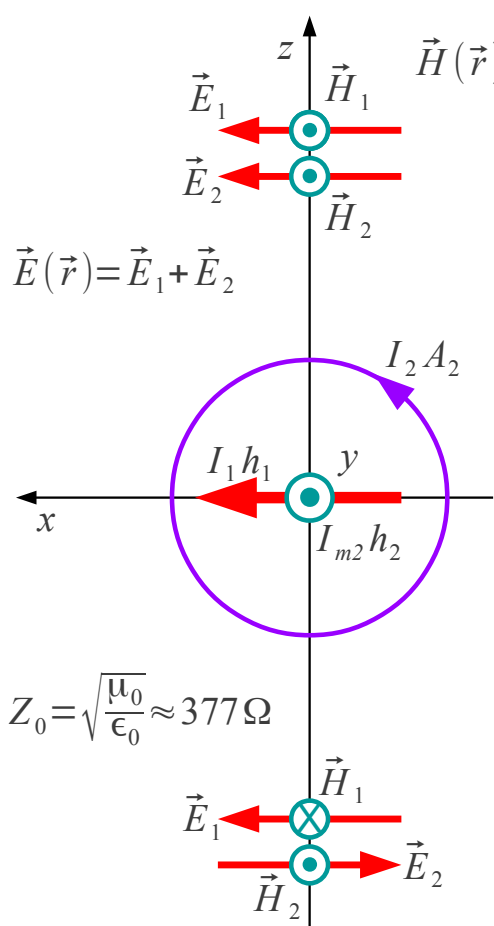
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx [\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Sevanje nadomestnih virov

Uklonjeno polje  $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  oziroma  $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$  je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola v koordinatah  $(r, \Theta_x, \Phi_x)$  s tečajem v osi  $x$  in magnetnega točkastega dipola v

koordinatah  $(r, \Theta_y, \Phi_y)$  s tečajem v osi  $y$ . Seštevanje polja zahteva enak koordinatni sistem, zato oba delna rezultata najprej pretvorimo v običajne krogelne koordinate  $(r, \Theta, \Phi)$  s tečajem v osi  $z$ . V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala  $E_0$  ter izmerami elektromagnetnega Hugensovega izvora  $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ . Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element  $I_{m2}h_2$  v osi  $y$  ali pa kot majhno električno tokovno zanko  $I_2A_2$  v ravnini  $xz$ :



Enakovrednost virov

$$\vec{E}_1 \approx \hat{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

Dualnost  $\vec{H}_2 \approx \hat{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 \approx -\hat{1}_{\Phi_y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

Enakovrednost  $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j\omega\mu_0 I_2 A_2$

Zanka  $\vec{H}_2 = -\hat{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 = \hat{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$$

$$kZ_0 = \omega\mu_0$$

Električna tokovna zanka  $I_2 A_2$  je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki  $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$  je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom. Tokova sta enako velika  $|I_1| = |I_2|$ , ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda / (2\pi)$  . Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri  $\omega \rightarrow 0$  oziroma  $\lambda \rightarrow \infty$  zaradi zahteve  $A_2 \rightarrow \infty$  ! V elektrodinamiki pri  $\omega \neq 0$  je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se seštevata navzgor v smeri osi  $+z$  . V vodoravni ravnini  $xy$  seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi  $y$  , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi  $x$  , da se sevanje obeh točkastih dipolov sešteje v krožno simetričen smerni diagram. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi  $-z$  .

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora  $F = 1 + \cos \Theta$  , ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos \Theta$$

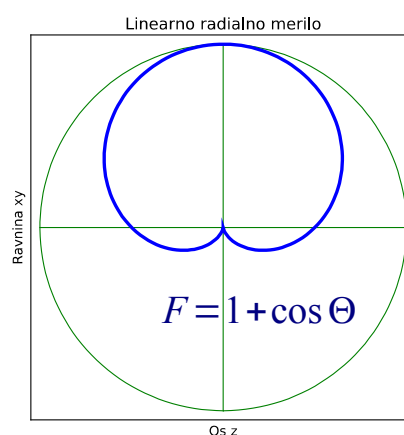
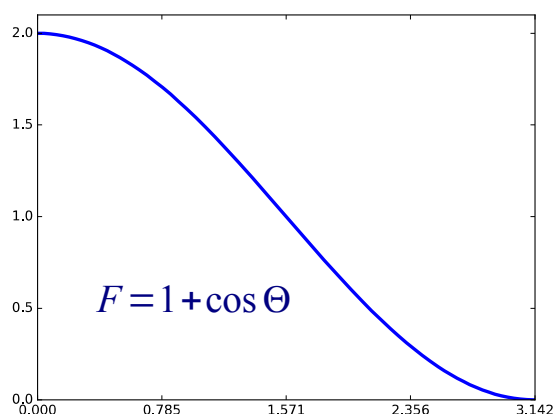
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [1 + \cos \Theta]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^1 [1 + 2u + u^2] du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{dBi} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77 \text{ dBi}$$



Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsak majhen Huygensov izvor  $A \ll \lambda^2$  dosega smernost  $D = 3$  oziroma  $D_{dBi} = 4.77 \text{ dBi}$  . Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in

magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah  $A > \lambda^2$ .

Predstavljeni zgled opisuje vzbujanje odprtine z ravninskim valom z električnim poljem v smeri  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$ , ki daje smernik uklonjenega polja  $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$ . Nalogo preprosto posplošimo za poljubno polarizacijo vpadnega ravninskega vala  $\vec{E}_0 = \vec{1}_e E_e + \vec{1}_y E_y$ :

*Polje na odprtini*  $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A = [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

*Smernik*  $|\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi| = 1$  *Približek*  $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$

$$\vec{E}_B = [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

*Smernik*  $|\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi| = 1$  *Približek*  $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$

*Pravokotnost*  $[\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \times [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] = \vec{1}_r$   $\vec{E}_A \perp \vec{E}_B$

*Sevanje izvora*  $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = [\vec{1}_\Theta (E_x \cos \Phi + E_y \sin \Phi) + \vec{1}_\Phi (E_y \cos \Phi - E_x \sin \Phi)] \frac{j}{2\lambda} \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Polarizacija Huygensovega izvora

Huygensov izvor ohranja polarizacijo vzbujanja na svoji osi. Na osi  $z$  pri  $\Theta \rightarrow 0$  se smernika poenostavita v  $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$  in

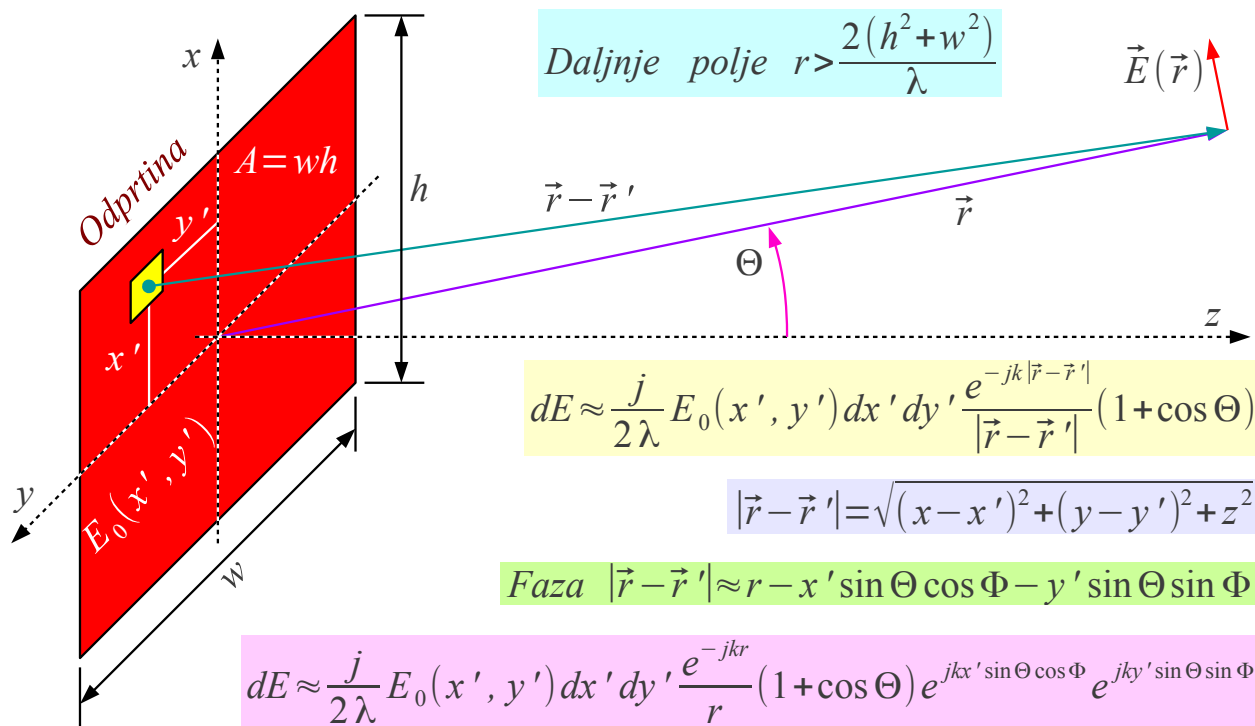
$\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$ . V vseh ostalih smereh smernika sicer ostajata skladna z vzbujanjem odprtine in med sabo pravokotna, ampak se prilagajata spremenjeni smeri razširjanja valovanja.

Uklon valovanja na majhni odprtini v zaslonu je torej neodvisen od polarizacije prečnega valovanja. Uklon na majhni odprtini polarizacije valovanja ne spreminja z izjemo prilagajanja slednje smeri širjenja valovanja. Podoben rezultat bi dobili tudi za uklon vzdolžnega valovanja na majhni odprtini, na primer za uklon zvoka.

Pri nadaljnji obravnavi uklonskih pojavov na odprtini pogosto smemo zanemariti polarizacijo prečnega valovanja. Električno polje tedaj preprosto pišemo kot skalarno veličino  $E = |\vec{E}|$ . Na odprtini  $A = wh > \lambda^2$ , ki je vsaj primerljiva oziroma večja od valovne dolžine, preprosto seštejemo sevanje



diferencialno majhnih Huygensovih izvorov velikosti  $\Delta x \Delta y \rightarrow dx' dy'$ .  
 Koordinate izvorov polja  $E_0(x', y')$  označimo s črticami  
 $\vec{r}' = (x', y', 0)$  skladno z dosedanjim dogovorom, da jih na ta način  
 ločimo od koordinat točke opazovanja polja  $\vec{r} = (x, y, z)$ :



$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dx' dy'$$

Vsota Huygensovih izvorov

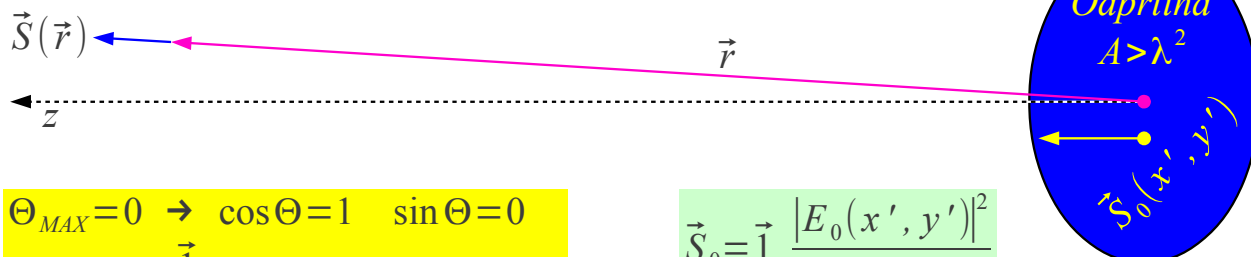
V Fraunhoferjevem področju daljnega polja  $r > 2(w^2 + h^2)/\lambda$  smemo zanemariti vse spremembe amplitude zaradi majhnih odstopanj razdalje, smeri oziroma polarizacije. Interferenca posameznih diferencialno majhnih Huygensovih izvorov je posledica sprememb faze  $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}$ ! Tudi pri spremembah faze račun poenostavimo na velikih razdaljah. Kazalčno vsoto zapišemo s ploskovnim integralom diferencialno majhnih Huygensovih izvorov po celotni odprtini  $A = wh$ .

Integracija Huygensovih izvorov daje smerni diagram  $F(\Theta, \Phi)$  odprtine. Z integracijo smernega diagrama lahko določimo smernost  $D$  odprtine. Integracija kompliciranega smernega diagrama  $F(\Theta, \Phi)$  je lahko zelo zamudna.

Za izračun smernosti  $D$  potrebujemo celotno sevano moč antene

$P = \iint \vec{S} \cdot \vec{1}_n dA$  . Sklenjeni ploskovni integral mora oklepati anteno. Ni pa nujno, da integriramo v daljnem polju! Pri odprtinah je običajno dosti bolj preprosto izračunati integral  $\vec{S}_0(x', y')$  po sami odprtini:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|E|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{(1 + \cos \Theta)^2}{8Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dA \right|^2$$



$$\Theta_{MAX} = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad \sin \Theta = 0$$

$$\vec{S}_{MAX} = \frac{\vec{1}_r}{2Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2$$

$$\vec{S}_0 = \vec{1}_z \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0}$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{Pl(4\pi r^2)} = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$P = \iint_A \vec{S}_0 \cdot \vec{1}_z dA = \iint_A \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0} dA$$

$$A_{eff} = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$\text{Zgled } E_0(x', y') = konst. \rightarrow D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

$$\eta_0 = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{A \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

Izračun smernosti  $D$  se dodatno poenostavi pri odprtinah, ki sevajo v smeri  $\vec{D}$ , kar je zelo pogost praktični primer. Prispevki posameznih Huygensovih izvorov se seštevajo sofazno v smeri osi  $z$ . Smernost  $D$  velike odprtine  $A = wh > \lambda^2$  je tedaj preprosto razmerje velikosti kvadrata kazalčne vsote  $E(x', y')$  v števcu deljene s preprosto vsoto moči  $|E(x', y')|^2$  v imenovalcu.

V preprostem primeru konstantne osvetlitve odprtine  $E(x', y') = konst.$  dobimo pomenljiv rezultat  $E(x', y')$ .

\* \* \* \* \*