

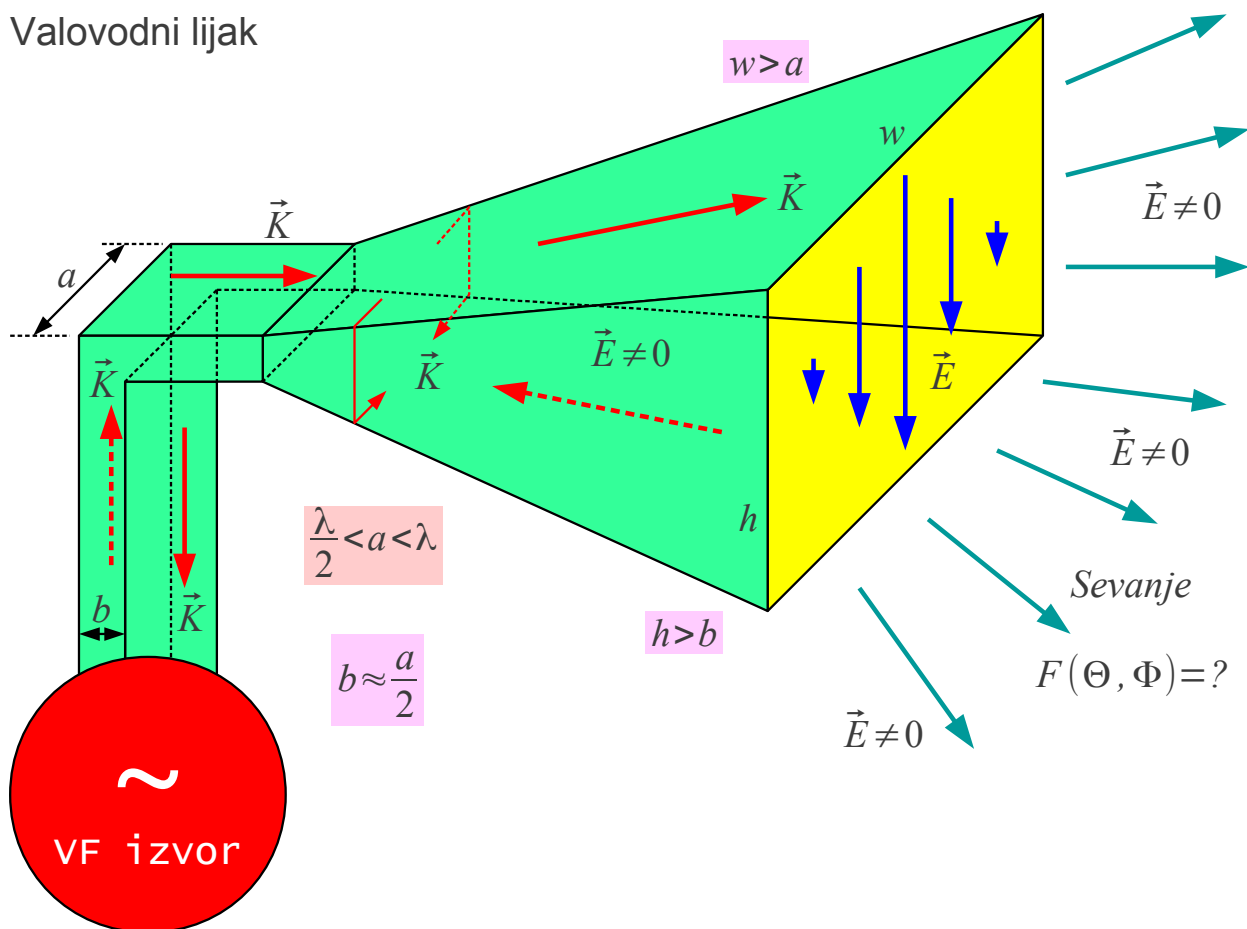
7. Huygensov izvor

V prejšnjih poglavjih je opisano elektromagnetno sevanje znanih virov. Sevajo pospešene elektrine, torej izmenični tokovi. Izračunati sevanje znanih tokov je razmeroma preprosta naloga. Dosti težja naloga je ugotoviti, kje in kakšni sploh so tokovi na anteni.

Antene iz tanke žice so najpreprostejši zgled. Smer žice določa smer toka, torej določa dve od treh skalarnih neznank vektorja gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$. Če amplitudo in fazo toka uganemo iz stojnega ali potujočega vala na žici, se preprosto izognemo najtežjemu delu naloge. Končno pri žičnih antenah običajno izberemo takšen napajalni vod, da smemo njegovo sevanje zanemariti.

Nobena od navedenih poenostavitev žal ne velja za številne uporabne antene, na primer niti za preprost kovinski valovodni lijak:

Valovodni lijak



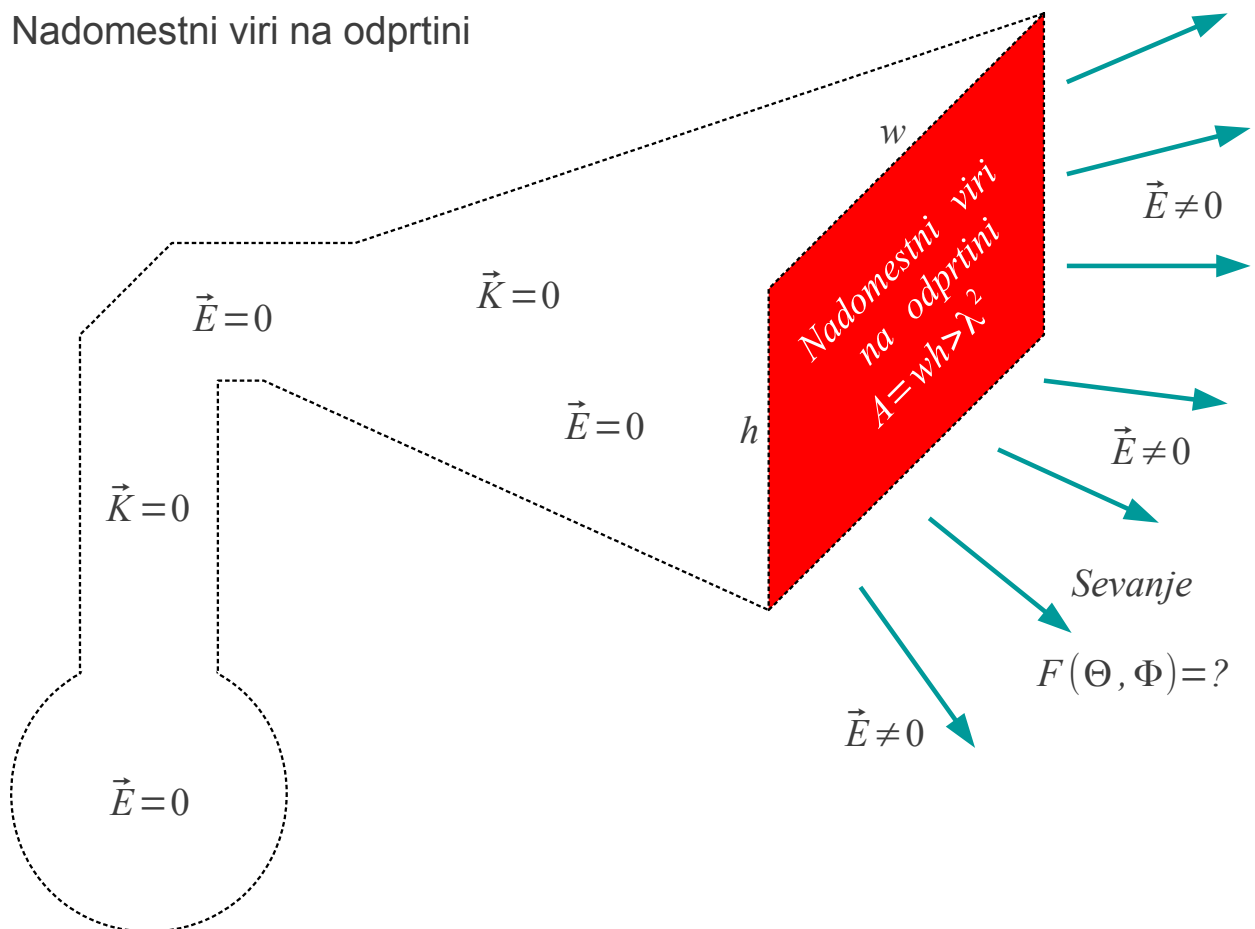
V piramidnem kovinskem lijaku seva ploskovni električni tok v stenah

lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine w in višine h . Ploskovni tok \vec{K} ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri $a > \lambda/2$ in $b \approx a/2$ primerljivi z valovno dolžino.

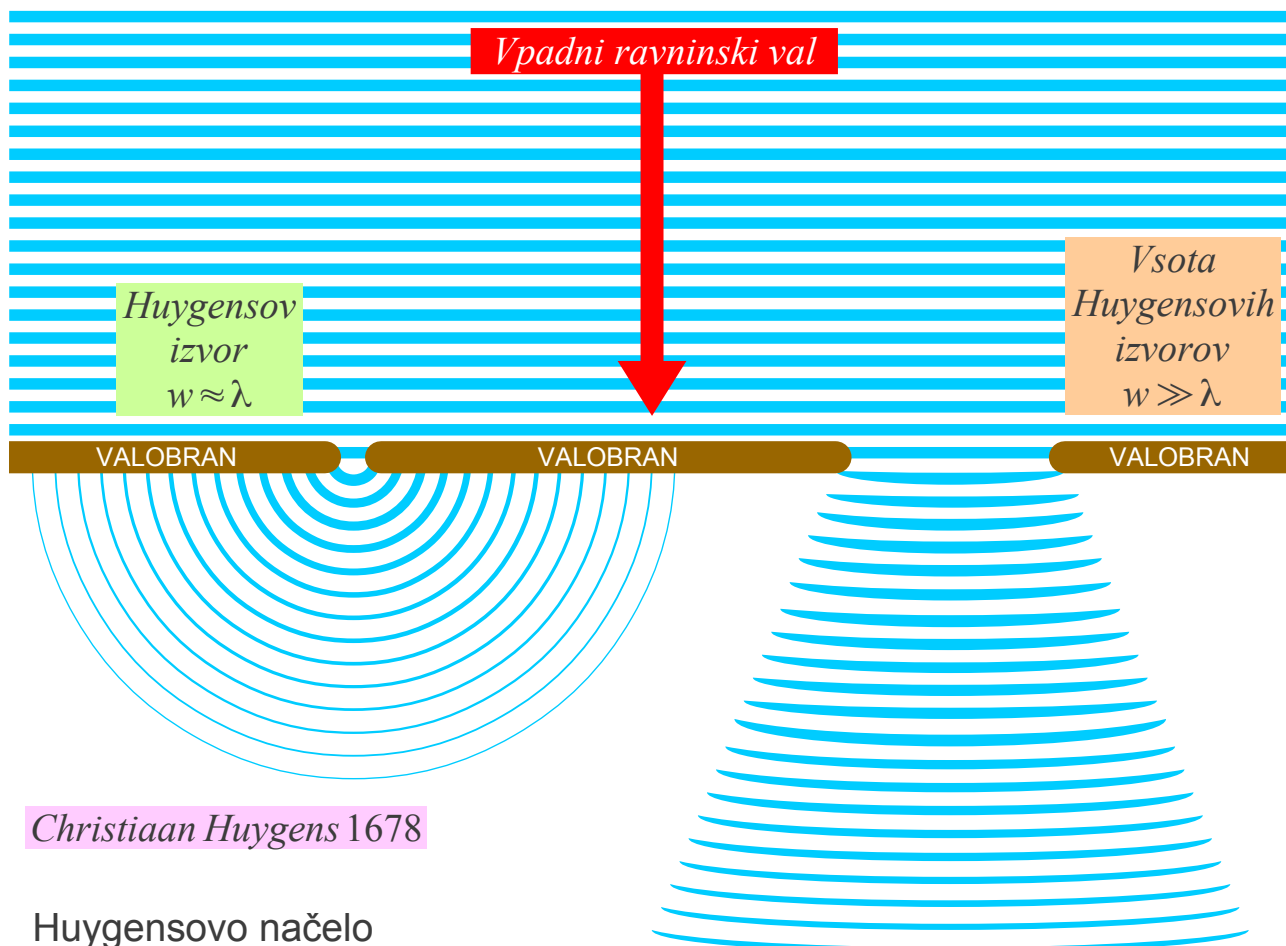
Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino $A = wh > \lambda^2$, ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda $a < \lambda$ in $b < \lambda/2$ zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nima vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega skušamo poenostaviti tako, da na odprtino $A = wh > \lambda^2$ namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:

Nadomestni viri na odprtini



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina $w \approx \lambda$ v valobranu se obnaša kot točkast vir krogelega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:

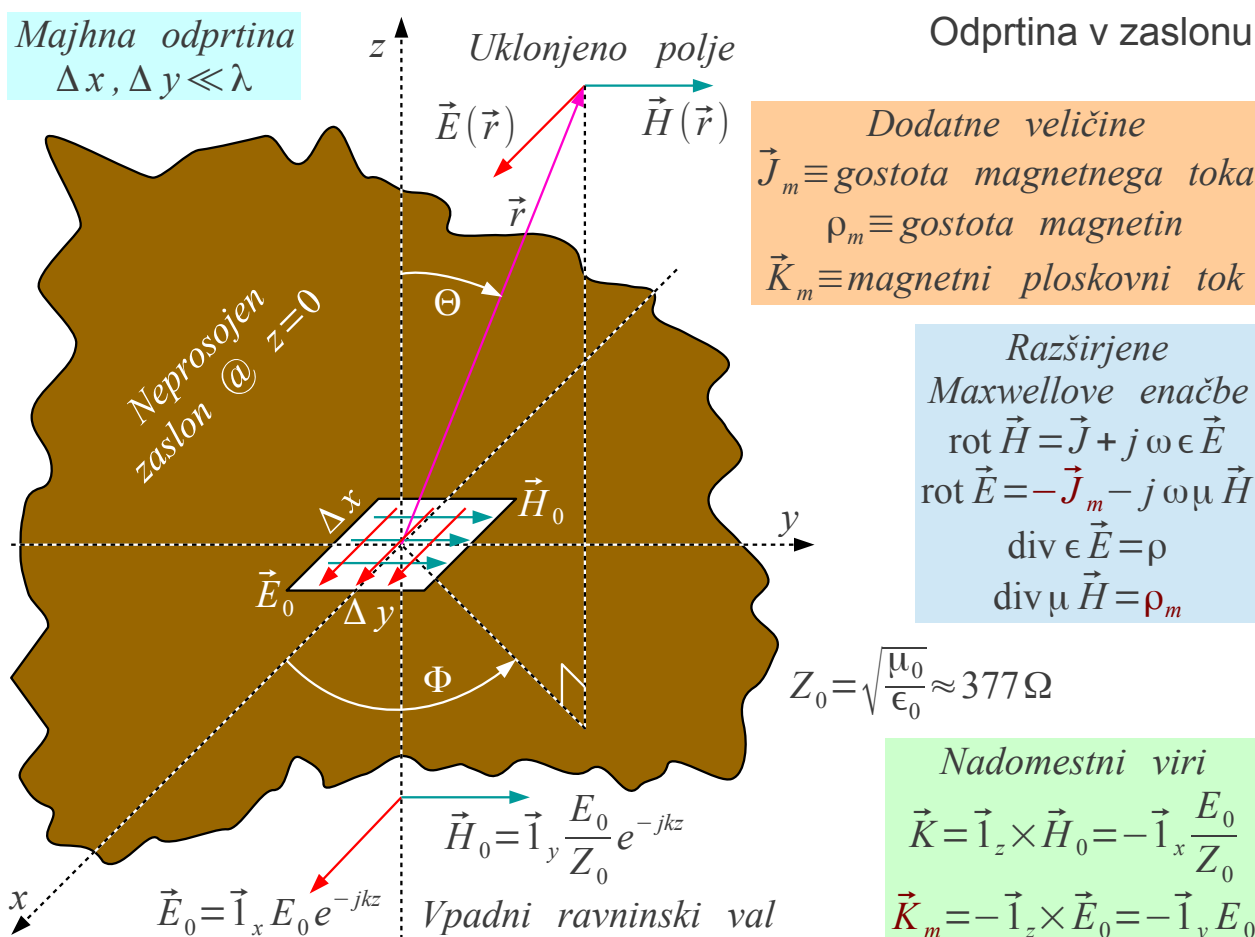


Valovanje za široko odprtino $w \gg \lambda$ v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevavanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini $A \gg \lambda^2$, saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega $\Delta A \ll \lambda^2$ majhnega elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ v neprosojnim zaslonu v vodoravni ravnini $z = 0$.

Elektromagnetni ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ se širi navzgor v smeri osi z . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$ v smeri osi x . V gornjem polprostoru $z > 0$ opazujemo uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$:



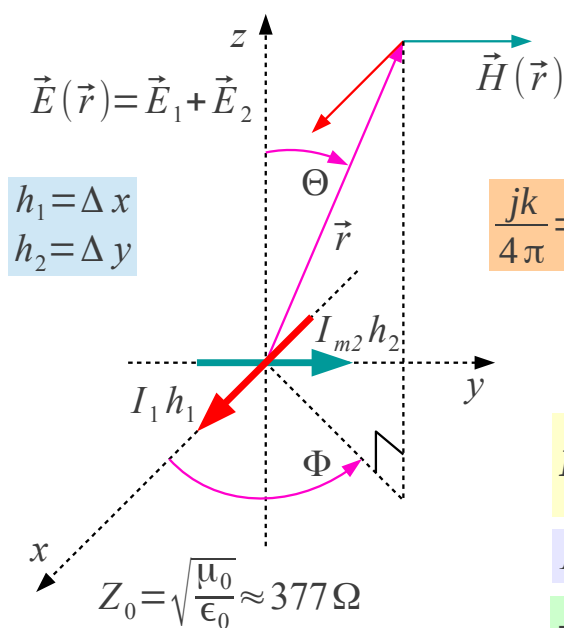
Ko skušamo nadomestiti ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ z elektromagnetnim Huygensovim izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{H}_0 = \vec{K}$ lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = 0$.

Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwelllove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin ρ_m in gostoto magnetnega toka \vec{J}_m . Skok tangencialne komponente električnega polja $-\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = \vec{K}_m$ opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje \vec{E}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$, je takšno reševanje

naloge povsem dopustno.

Ploskovni električni tok seštejemo po širini $\vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta y = I_1$ v električni tok. Slednji seva kot točkasti električni dipol $I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y$ v osi x . Znan izraz za sevano električno polje \vec{E}_1 točkastega električnega dipola samo še zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x .

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini $\vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x = I_{m2}$ v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol $I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y$ v osi y . Iz dualnosti uganemo izraz za sevano magnetno polje \vec{H}_2 magnetnega točkastega dipola in ga zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y . Pripadajoče sevano električno polje je $\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r$:



$$h_1 = \Delta x$$

$$h_2 = \Delta y$$

$$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$$

Majhna odprtina
 $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_1 \approx -\vec{1}_{\Theta_x} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} \sin \Theta_x = -\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi$$

$$\text{Dualnost } \vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y = -E_0 \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r \approx \vec{1}_{\Phi_y} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$\vec{1}_{\Phi_y} \sin \Theta_y = \vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx [\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Sevanje nadomestnih virov

Uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ oziroma $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola in magnetnega točkastega dipola. V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih

dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala E_0 ter izmerami elektromagnetnega Hugensovega izvora $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$. Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element $I_{m2}h_2$ v osi y ali pa kot majhno električno tokovno zanko I_2A_2 v ravnini xz :

$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$

Enakovrednost virov

$$\vec{E}_1 \approx \hat{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

Dualnost $\vec{H}_2 \approx \hat{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 \approx -\hat{1}_{\Phi_y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

Enakovrednost $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j \omega \mu_0 I_2 A_2$

Zanka $\vec{H}_2 = -\hat{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 = \hat{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$$

$$kZ_0 = \omega \mu_0$$

Električna tokovna zanka $I_2 A_2$ je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$ je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom.

Tokova sta enako velika $|I_1| = |I_2|$, ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda / (2\pi)$. Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri $\omega \rightarrow 0$ oziroma $\lambda \rightarrow \infty$, kar zahteva $A_2 \rightarrow \infty$! V elektrodinamiki pri $\omega \neq 0$ je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se seštevata navzgor v smeri osi $+z$. V vodoravni ravnini xy seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi y , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi x , da se sevanje obeh točkastih dipolov sešteje v krožno simetričen smerni diagram. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi $-z$.

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora $F = 1 + \cos \Theta$, ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos \Theta$$

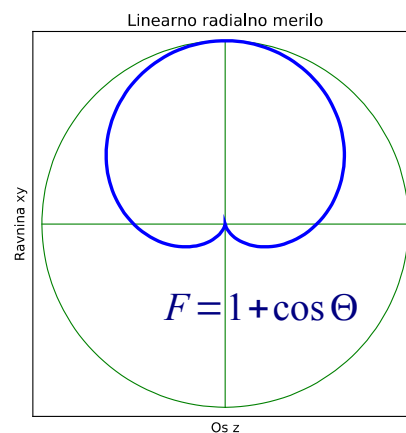
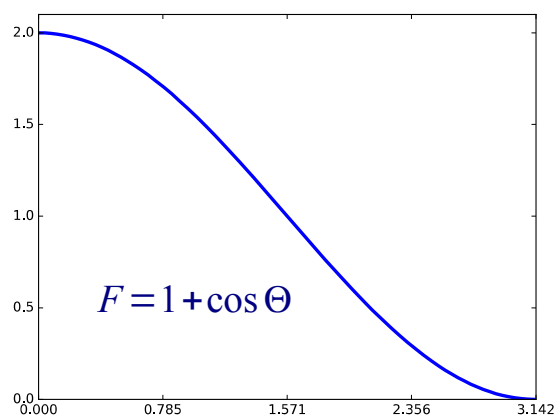
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint\limits_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [1 + \cos \Theta]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^1 [1 + 2u + u^2] du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{dB_i} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77 \text{ dB}_i$$



Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsaka majhna odprtina $A \ll \lambda^2$ dosega smernost $D = 3$ oziroma $D_{dB_i} = 4.77 \text{ dB}_i$. Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnem zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnem zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah $A > \lambda^2$.

Polje na odprtini $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A = [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik $|\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi| = 1$ Približek $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$

$$\vec{E}_B = [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

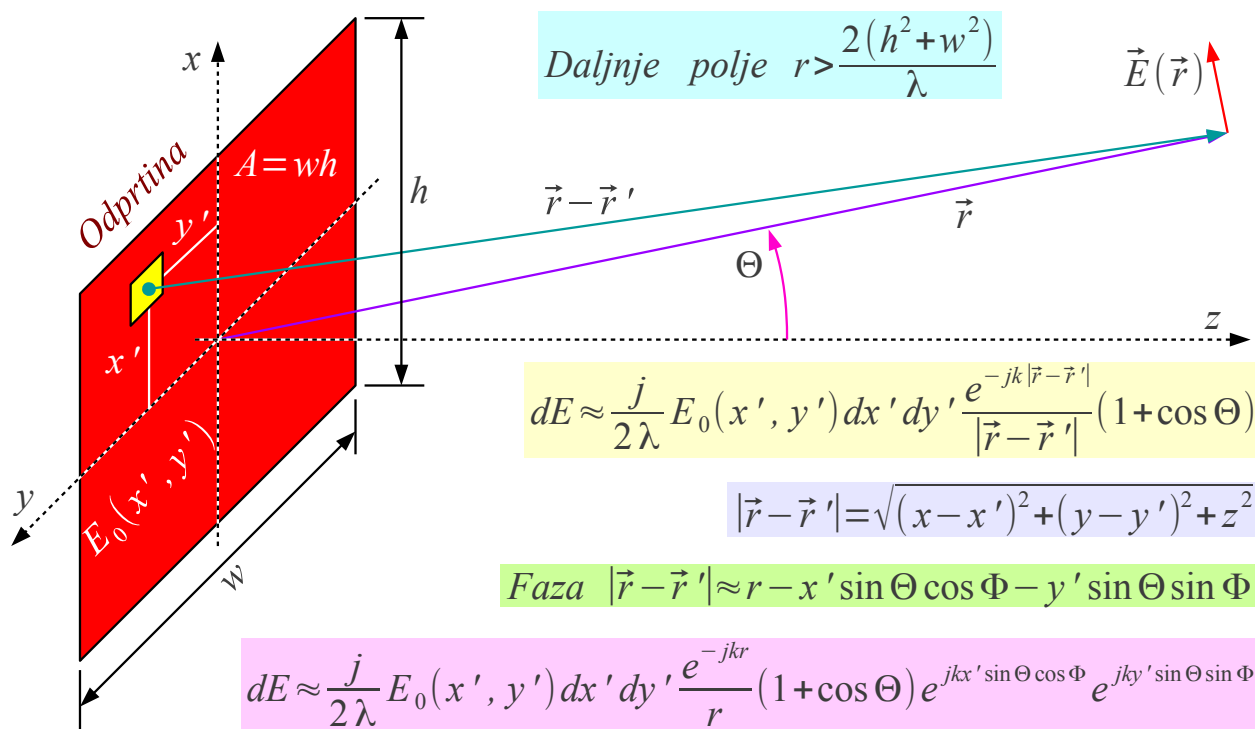
Smernik $|\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi| = 1$ Približek $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$

Pravokotnost $[\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \times [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] = \vec{1}_r \quad \vec{E}_A \perp \vec{E}_B$

Sevanje izvora $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = [\vec{1}_\Theta (E_x \cos \Phi + E_y \sin \Phi) + \vec{1}_\Phi (E_y \cos \Phi - E_x \sin \Phi)] \frac{j}{2\lambda} \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

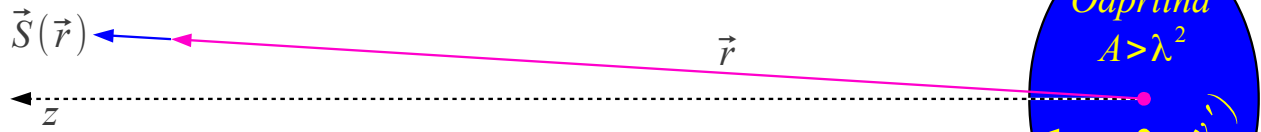
Polarizacija Huygensovega izvora



$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dx' dy'$$

Vsota Huygensovih izvorov

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|E|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{(1 + \cos \Theta)^2}{8Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dA \right|^2$$



$$\Theta_{MAX} = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad \sin \Theta = 0$$

$$\vec{S}_{MAX} = \frac{\vec{1}_r}{2Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{P/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$\text{Zgled } E_0(x', y') = \text{konst.} \rightarrow D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$\vec{S}_0 = \vec{1}_z \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0}$$

$$P = \iint_A \vec{S}_0 \cdot \vec{1}_z dA = \iint_A \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0} dA$$

$$A_{eff} = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

$$\eta_0 = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{A \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

* * * * *